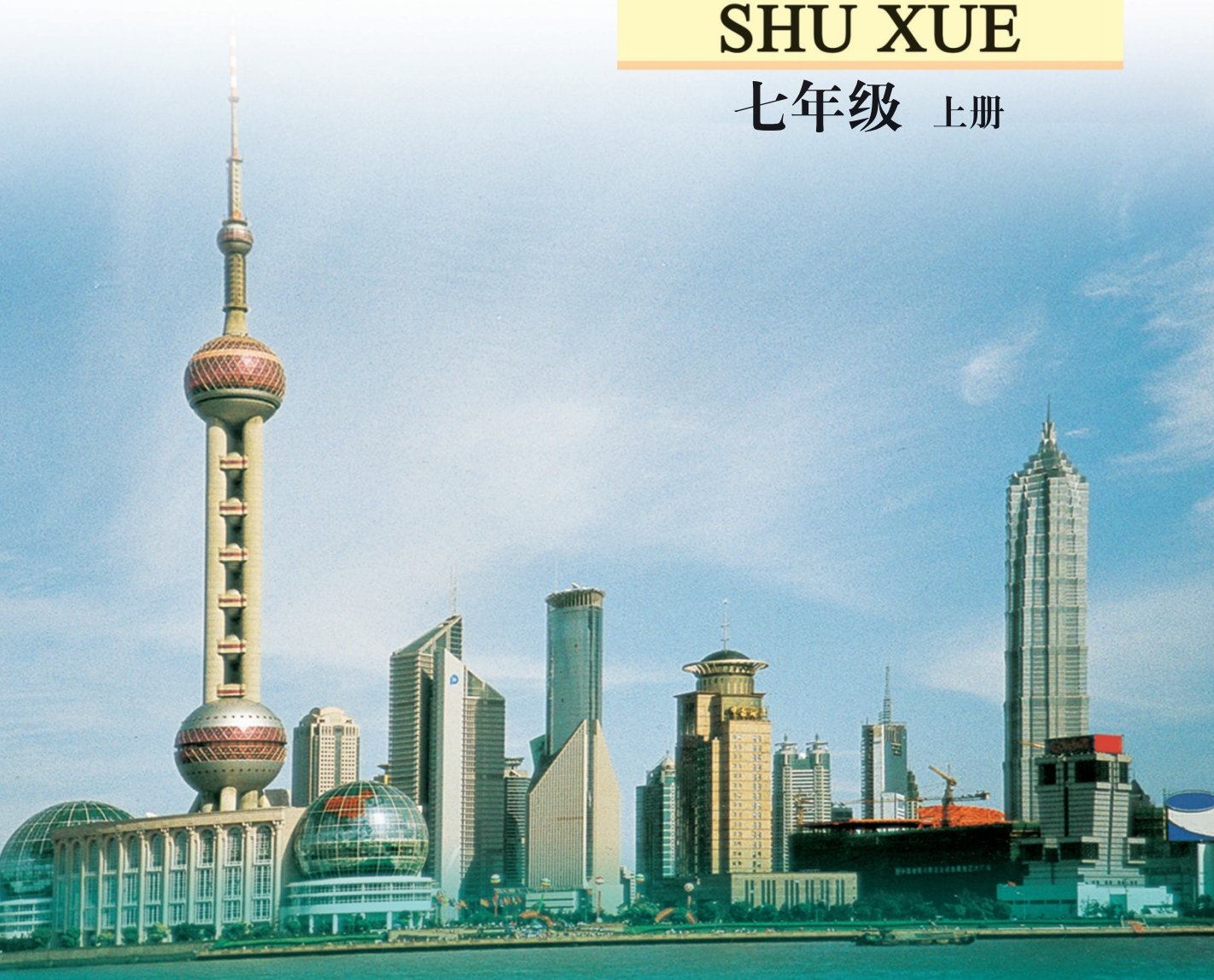
教育部审定
2012

义务教育教科书

数学

SHU XUE

七年级 上册



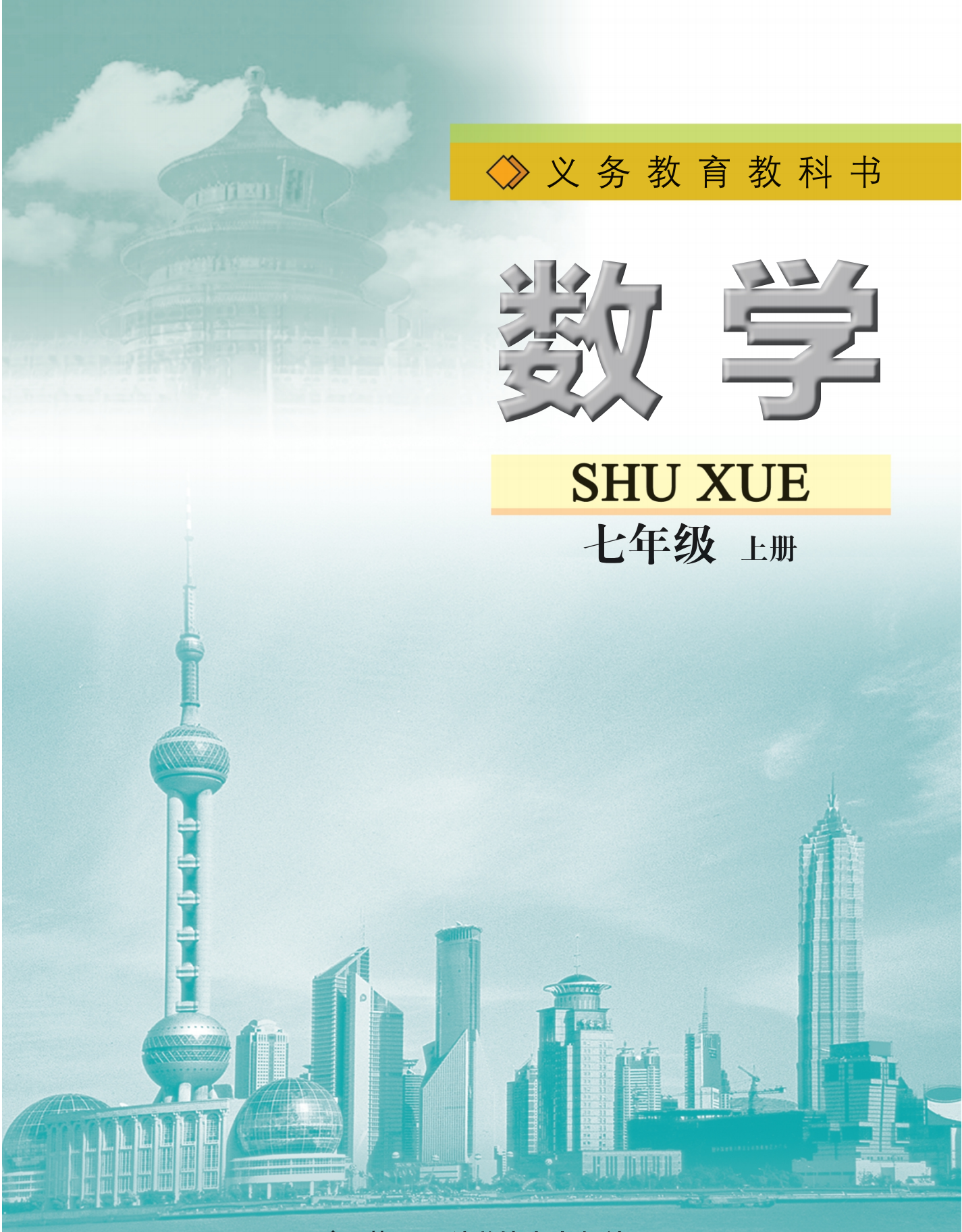
江苏凤凰科学技术出版社

义务教育教科书

数学

SHU XUE

七年级 上册



江苏凤凰科学技术出版社

南 京

致 同 学

亲爱的同学：

祝贺你进入了新的学习阶段，开始了新的学习生活，结识了新的同学．这本新的数学课本也将成为你的好朋友！

生活中处处有数学．比如，为什么自行车的轮子是圆形的？数字有什么用途？等等．你想知道这些问题的答案吗？那就请打开课本吧！

数学并不难学．在这册课本中：

“数学与我们同行”将引导你漫游数学世界，感受它的多姿多彩．

在“有理数”里，你将结识“数的家庭”中的新成员——有理数、无理数，并学会有理数的有关计算方法．

在“代数式”里，你将学会用字母代替数，探索现实问题中的数量关系，并掌握有关代数式的一些运算方法．

“一元一次方程”将使你初步感受方程能有效地刻画现实世界的数量关系，并学会用方程解决一些实际问题．

“走进图形世界”将让你真切地感受到：我们生活在一个丰富多彩的图形世界里，通过探索它的奥秘，可以美化我们的生活，引发我们的思考．

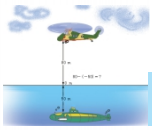
“平面图形的认识(一)”将引导你进一步认识线段、射线、直线、角等简单图形，并初步感受它们如何构造一些比较复杂的图形．

“课题学习”要求你和你的同学一起开展数学活动，尝试用数学去解决实际问题，从中感受数学的价值，并获得更多的情感体验．

你是否觉得学数学就是“算算”、“想想”？其实，数学也可以“做”——到“数学实验室”里“做”数学，在实验中发现数学规律；学习数学还应当积极参与各种各样的数学活动，在活动中思考，在思考中探索，并与老师、同学合作交流．“做一做”、“试一试”、“议一议”、“想一想”、“练一练”将为你插上“翅膀”，在数学的世界里翱翔．

目　录

第 1 章　数学与我们同行



第 2 章　有理数

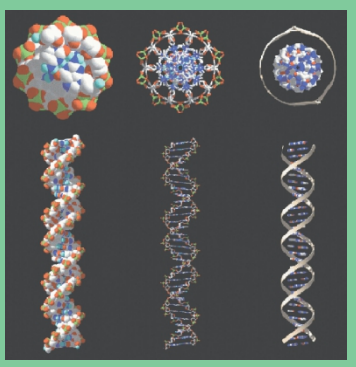
第 3 章　代数式

第 4 章　一元一次方程

第 5 章　走进图形世界

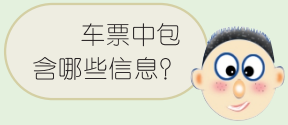
第 6 章　平面图形的认识（一）

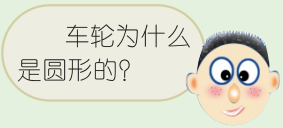
第1章　数学与我们同行



宇宙之大，粒子之微，
火箭之速，化工之巧，
地球之变，生物之谜，
日用之繁，无处不用数学．

——华罗庚





本章将通过对一些生活实例的观察，感受生活中处处有数学．通过数学活动，引发你的思考．

1.1　生活　数学

广阔的田野，繁华的都市，到处都有我们常见的图形、数字．我们生活在丰富多彩的数学世界中．

生活中，我们离不开数学，数学已成为我们表达和交流的工具．

身份证号码告诉了我们很多信息．某人的身份证号码是 32010619621118××××，其中 32、01、06 是此人所属的省（市、自治区）、市、县（市、区）的编码，1962、11、18 是此人出生的年、月、日，××××中前三个数字是顺序码，最后一个数字是校验码．

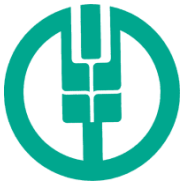
奥林匹克五环旗也告诉了我们很多信息．在长方形的旗帜上有 5 个大小相同、颜色不同的圆环，环环相扣，象征五大洲的团结，体现“和平、友谊、进步”的奥林匹克宗旨．

北京 2008 奥运会会徽分上、中、下三个部分．主体为大红底色的白色“京”字，形状酷似“文”字，取意中国悠久的传统文化；又像一个向前奔跑、迎接胜利的运动人形．“京”字下面是“Beijing 2008”和奥运五环标志．

议一议

1. 长途汽车票中的数字告诉了我们哪些信息？你的学籍号表达了哪些信息？

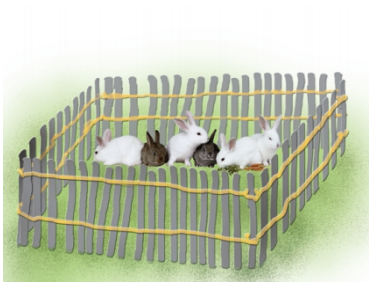
2. 从下面的图案中你获得了哪些信息？



试一试

1. “生活中处处有数学”，你能举出一些例子吗？

2. 估一估大树有多粗．



3. 学校打算用 16 m 长的篱笆围成长方形的生物园饲养小兔．怎样围可使小兔的活动范围较大？

1.2　活动　思考

活动一　把一张长方形纸片按图 1－1 折叠、裁剪、展开．

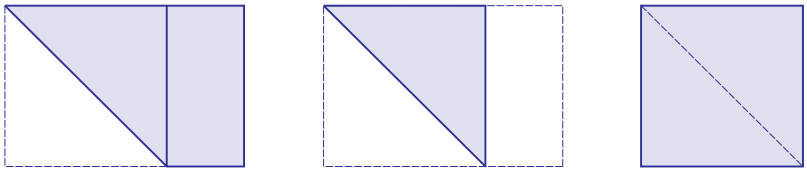


图 1－1

你得到了什么图形？说说你的理由．

活动二　按图 1－2 的方式，用火柴棒搭三角形．

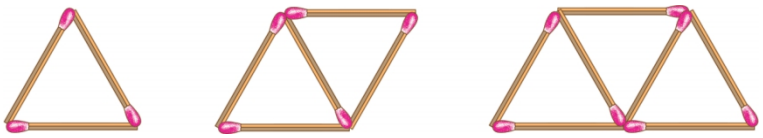


图 1－2

搭 1 个三角形需要火柴棒_____根；
搭 2 个三角形需要火柴棒_____根；
搭 3 个三角形需要火柴棒_____根；
搭 10 个三角形需要火柴棒_____根．

活动三　观察月历：

日	一	二	三	四	五	六
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31		

（1）月历中蓝色方框内的 4 个数之间有什么关系？在月历中再找一个这样的方框，其中的 4 个数也具有这样的关系吗？

（2）月历中的黄色方框内有 9 个数，你能发现它们之间有什么关

系吗？

（3）小明一家外出旅游 5 天，这 5 天的日期之和是 20．小明几号回家？

做一做

某校学生会为了更好地开展课外社团活动，设计了如下表格对各班同学进行调查．

你最喜欢的社团调查表

班级____
学号____

社团	文学社	英语俱乐部	阳光艺术团	电脑与网络	篮球队	航模世界	生物天地
最喜欢的社团							

请你根据本校的实际情况，设计 1 份类似的调查表，通过调查了解情况，为学校开展社团活动提出合理建议．

阅读

商品条形码

条形码是由美国的 N. T. Woodland 在 1949 年首先提出的．近年来，随着计算机的不断普及，条形码得到了广泛的应用．商品条形码是商品的“身份证”．如食品、饮料、书籍、彩电、冰箱等商品都印有条形码（也称为“条码”）．

商品条形码是由“条”、“空”及对应数字字符“码”组成的，可以提供商品的生产国、制造厂家、商品名称等信息．

ISBN 978-7-5345-9338-3

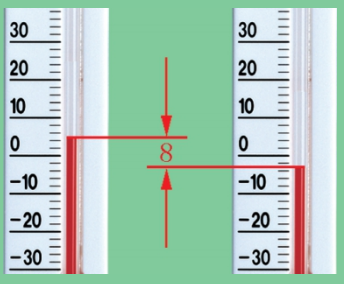
9 787534 593383 >

例如，本册课本的条形码（如图）下方从左到右的 13 个数字中，“978”是图书代码，“7”表示中国出版的图书，“5345”是江苏凤凰科学技术出版社的代号，“9338”表示本册课本在该出版社排列的出版序号，3 是校验码．

条形码上方的“ISBN 978－7－5345－9338－3”为国际标准书号．其中，“978－7－5345－9338－3”与条形码的数字相同，“ISBN”是标识码，是 International Standard Book Numbering（国际标准书号）的缩写．

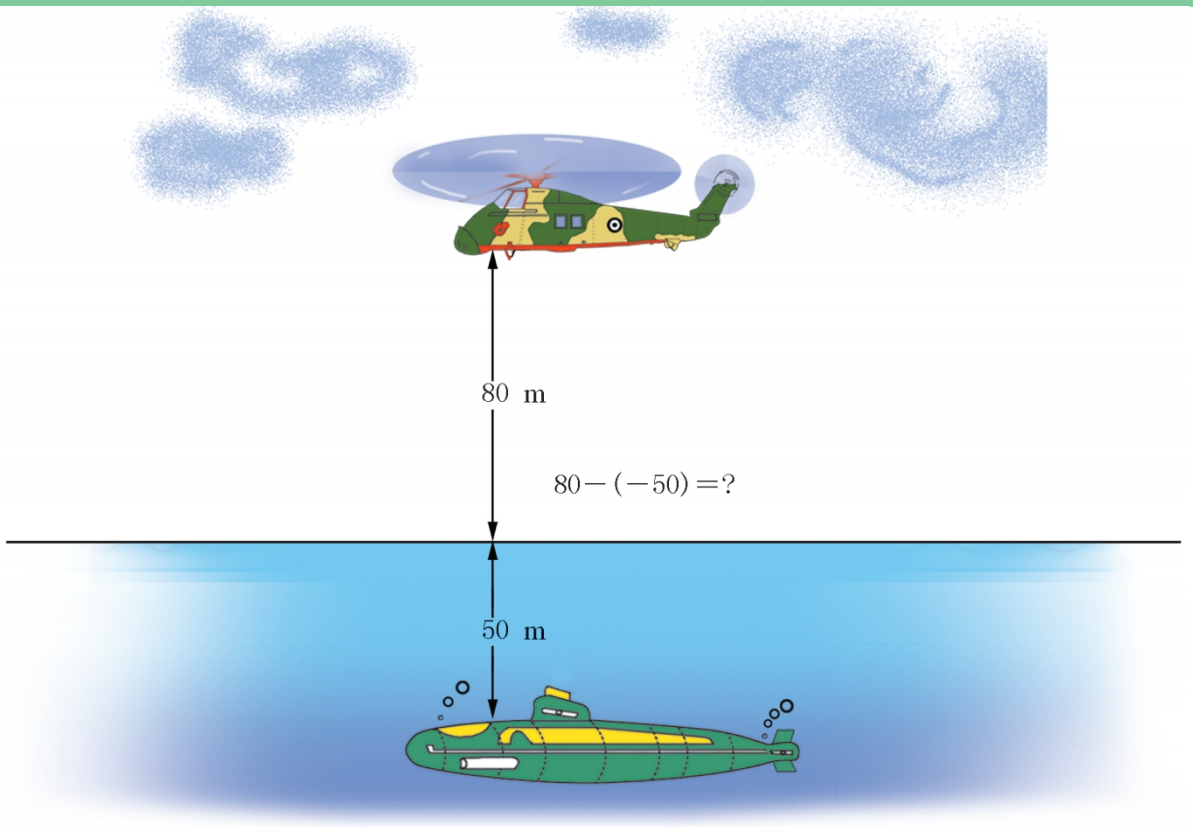
你能从某件产品的条形码中，获取相关的信息吗？

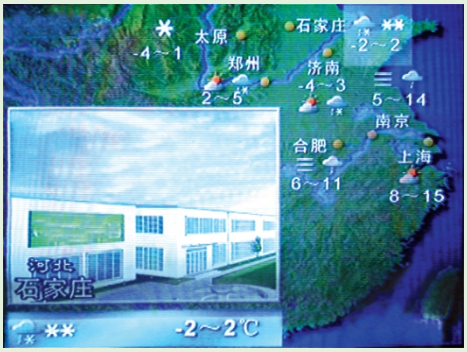
第2章　有理数



$5-(-3)=8$

负数就在我们身边，
它把我们引向有理数的世界．

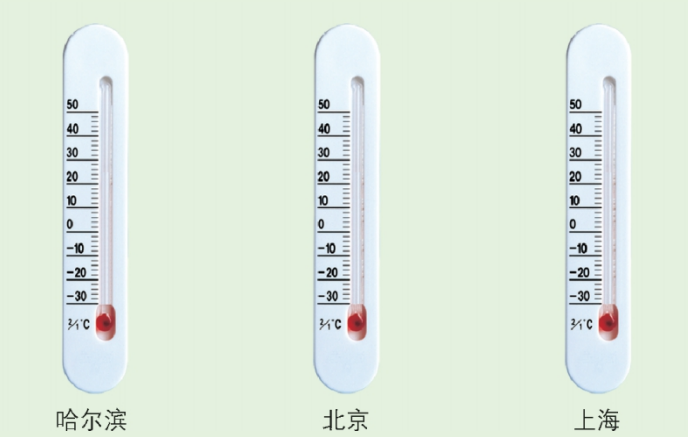




上面是某日中央电视台播发的天气预报画面．

（1）说出画面里各城市的最低气温；

（2）说出画面里哈尔滨、北京、上海的最高气温，并在温度计上表示出来：



（3）说出画面里最高气温与最低气温相差最大的城市．

本章将学习有理数、无理数的有关概念以及有理数的运算．

2.1　正数与负数

在小学里，我们学过正数、负数、零．

高程测量纪念碑

旅游纪念碑

	凝固点(℃)	沸点(℃)
水	0	100
水银	−38.87	357
酒精	−117.3	78

资料卡片

上海户籍人口自然变动自1993年以来连续17年呈负增长态势，昨天召开的市人口和计划生育工作会议透露，至2009年末，上海市常住人口1 921.32万人，常住人口自然增长率为0.27%，其中户籍人口自然增长率为−0.102%．

（摘自2010年3月27日《解放日报》）

新闻报道

你知道上面图片中 8 844.43、−154、−117.3、−0.102% 这些数的意义吗？

像8 844.43、100、357、78 这样的数是**正数**(positive number)；像−154、−38.87、−117.3、−0.102% 这样的数是**负数**(negative number)．

0 既不是正数，也不是负数．

“+”读作“正”，如“$+\frac{2}{3}$”读作“正三分之二”，正号通常省略不写；“−”读作“负”，如“−117.3”读作“负一百一十七点三”．

例 1 指出下列数中的正数、负数：

$$+7，-9，\frac{1}{3}，-4.5，998，-\frac{9}{10}，0.$$

解： $+7$、$\frac{1}{3}$、998 是正数，-9、-4.5、$-\frac{9}{10}$是负数．

0 ℃以上的温度用正数表示，0 ℃以下的温度用负数表示．日常生活中，许多具有相反意义的量都可以用正数、负数来表示．例如：

高于海平面的高度用正数表示，低于海平面的高度用负数表示；

收入若干元用正数表示，支出若干元用负数表示；

……

例 2 （1）如果向北走 8 km 记作＋8 km，那么向南走 5 km 记作什么？

（2）如果运进粮食 3 t 记作＋3 t，那么－4 t 表示什么？

解：（1）向南走 5 km 记作－5 km；

（2）－4 t 表示运出粮食 4 t.

正整数、负整数、零统称为**整数**(integer).

正分数、负分数统称为**分数**(fraction).

练一练

1. 把下列各数填入相应的集合内：$+5$，-7.25，$-\frac{3}{4}$，0，$+\frac{12}{5}$，0.32，$-\frac{1}{2}$.

正数集合　　负数集合

2. 填空：

（1）如果买入 200 kg 大米记作＋200 kg，那么卖出120 kg大米可记作_____；

(2) 如果－50 元表示支出 50 元，那么＋40 元表示_____；

(3) 太平洋最深处的马里亚纳海沟低于海平面 11 034 m，它的海拔可表示为_____.

3. 用正数或负数表示下列问题中的数：

(1) 甲船向东航行 142 km，乙船向西航行 142 km；

(2) A 车向北行驶 50 km，B 车向南行驶 40 km；

(3) 拖拉机加油 50 L，用去油 30 L.

计算器操作

在计算器上输入负数，要用负号键 (-).

例如，输入－5，应依次按以下两键：(-) 5 .

2.1 习题

1. 试举几个应用负数的实例.

2. 在下列大括号内各写几个数：

正数集合：{　　…}；

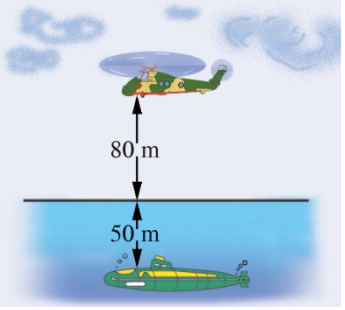
负数集合：{　　…}.

3. 填空：

(1) 如果盈利 2 万元记作＋2 万元，那么亏损 3 万元记作_____；

(2) 如果水位上升 0.8 m 记作＋0.8 m，那么水位下降 0.5 m 记作_____.

4. 在一次军事训练中，一架直升机“停”在离海面 80 m 的低空，一艘潜水艇潜在水下 50 m. 设海平面的高度为 0 m，请用正数或负数表示该直升机和潜水艇的高度.



(第 4 题)

5. 举例说明“－7.3”可以表示不同的实际意义.

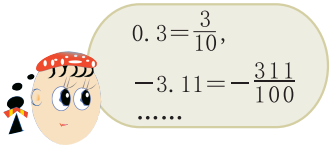
2.2 有理数与无理数

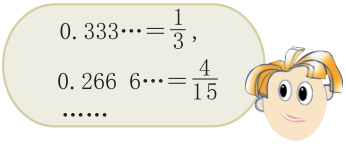
我们学过整数和分数．实际上，所有整数都可以写成分母是 1 的分数．如，$5=\frac{5}{1}$，$-4=-\frac{4}{1}$，$0=\frac{0}{1}$．

我们把能够写成分数形式 $\frac{m}{n}$（m、n 是整数，$n\neq 0$）的数叫做**有理数**（rational number）．

想一想

小学里我们还学过有限小数和循环小数，它们是有理数吗？





实际上，有限小数和循环小数都可以化为分数，它们都是有理数．

议一议

如图 2－1，将两个边长为 1 的小正方形，沿图中红线剪开，重新拼成一个大正方形，它的面积为 2．

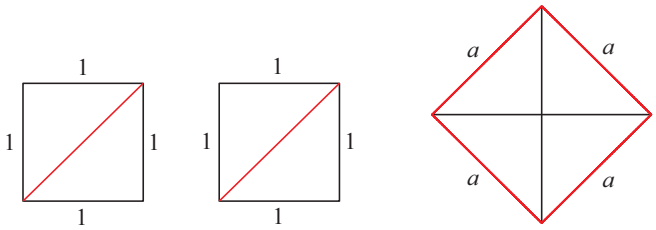


图 2－1

如果设大正方形的边长为 a，那么 $a^2=2$．a 是有理数吗？

$1^2=1$，$2^2=4$，
a 是大于 1 且小于 2 的数.

$\frac{3}{2}\times\frac{3}{2}=\frac{9}{4}$，
a 不是 $\frac{3}{2}$.

$1.5\times1.5=2.25$，
$1.4\times1.4=1.96$，
$1.4<a<1.5$.

$\frac{4}{3}\times\frac{4}{3}=\frac{16}{9}$，
$\frac{5}{3}\times\frac{5}{3}=\frac{25}{9}$，
a 不是 $\frac{4}{3}$，$\frac{5}{3}$.

$1.41\times1.41=1.988\,1$，
$1.42\times1.42=2.016\,4$，
$1.41<a<1.42$.

⋮

$\frac{5}{4}\times\frac{5}{4}=\frac{25}{16}$，
$\frac{7}{4}\times\frac{7}{4}=\frac{49}{16}$，
a 不是 $\frac{5}{4}$，$\frac{7}{4}$.

⋮

事实上，a 不能写成 $\frac{m}{n}$（m、n 是整数，$n\neq0$）的形式．a 是一个无限不循环小数，它的值是 1.414 213 562 373⋯.

无限不循环小数叫做**无理数**(irrational number).

小学学过的圆周率 π 是无限不循环小数，它的值是 3.141 592-653 589⋯，π 是无理数．

此外，像 0.101 001 000 1⋯、−0.101 001 000 1⋯这样的无限不循环小数也是无理数．

练一练

将下列各数填入相应的括号内：

-6，9.3，$-\frac{1}{6}$，42，0，-0.33，$0.333\cdots$，$1.414\,213\,56$，

-2π，$3.303\,003\,000\,3\cdots$，$-3.141\,592\,6$.

正数集合：{　　…}；

负数集合：{　　…}；

有理数集合：{　　…}；

无理数集合：{　　…}.

读一读

循环小数可以化为分数

如果一个无限小数的各数位上的数字，从小数部分的某一位起，按一定顺序不断重复出现，那么这样的小数叫做无限循环小数，简称循环小数，其中重复出现的一个或几个数字叫做它的一个循环节．例如，$0.666\cdots$的循环节是“6”，它可以写作$0.\dot{6}$．像这样的循环小数称为纯循环小数．又如，$0.133\,3\cdots$、$0.345\,645\,645\,6\cdots$的循环节分别为“3”、“456”，它们可分别写作$0.1\dot{3}$、$0.3\dot{4}5\,\dot{6}$．像这样的循环小数称为混循环小数．

纯循环小数化为分数时，分数的分子是它的一个循环节的数字所组成的数，分母则由若干个9组成，9的个数为一个循环节的数字的个数．

例如，$0.\dot{6}=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$；$0.\dot{0}1\dot{8}=\frac{18}{999}=\frac{2}{111}$.

混循环小数可以先化为纯循环小数，然后再化为分数．例如：

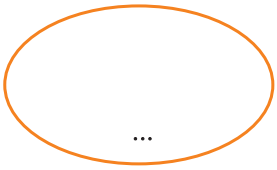
$0.1\dot{3}=\frac{1}{10}\times1.\dot{3}=\frac{1}{10}\times(1+0.\dot{3})=\frac{1}{10}+\frac{1}{10}\times\frac{3}{9}=\frac{2}{15}$；

$0.3\dot{4}5\ \dot{6}=\frac{1}{10}\times3.\dot{4}5\dot{6}=\frac{1}{10}\times(3+0.\dot{4}5\dot{6})=\frac{3}{10}+\frac{1}{10}\times\frac{456}{999}=\frac{1\,151}{3\,330}$.

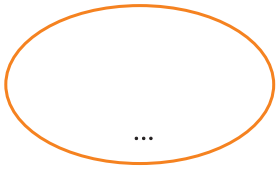
2.2 习题

1. 将下列各数填入相应的集合内：

$-\frac{7}{4}$，$1.010\,010\,001$，$\frac{8}{33}$，0，$-\pi$，$\frac{355}{113}$，$-2.626\,626\,662\cdots$，$0.1\dot{2}$.



有理数集合



无理数集合

2. 你能写出一个无理数吗？试试看．

2.3　数轴

在小学里，我们会根据直线上一个点的位置写出合适的数，也会在直线上画出表示一个数的点．

试一试

试把图 2－2 中直线上的点所表示的数写在相应的方框里：

图 2－2

做一做

1. 画一条水平直线，并在这条直线上取一点表示 0，我们把这个点称为**原点**(origin)．

2. 规定直线上从原点向右为正方向(画箭头表示)，向左为负方向．

3. 取适当长度(如 1 cm)为单位长度，在直线上，从原点向右每隔一个单位长度取一点，依次表示 1，2，3 ……从原点向左每隔一个单位长度取一点，依次表示－1，－2，－3 ……

如图 2－3，像这样规定了原点、正方向和单位长度的直线叫做**数轴**(number axis)．

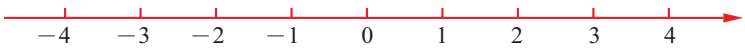


图 2－3

在数轴上，用原点右边到原点的距离是 1.5 个单位长度的点表示 1.5，用原点左边到原点的距离是 2.4 个单位长度的点表示－2.4……

例 1　如图 2－4，分别写出数轴上点 A、B、C 表示的数：

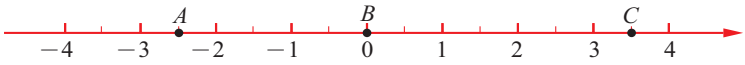


图 2－4

解： 点 A 表示的数是－2.5；点 B 表示的数是 0；点 C 表示的数是 3.5.

例 2 在数轴上画出表示下列各数的点：

$$-1.5,\ 3,\ -\frac{3}{5},\ 1.5,\ -3\frac{1}{2}.$$

解： 如图 2－5.

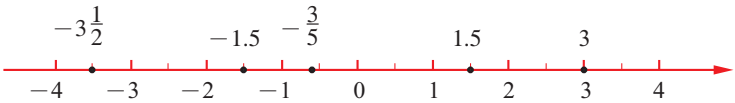


图 2－5

面积为 2 的正方形的边长 a 是无理数，如何在数轴上画出表示 a 的点？

将图 2－1 中边长为 a 的正方形放到数轴上（如图 2－6），以原点为圆心、a 为半径，用圆规画出数轴上的一个点 A，点 A 就表示无理数 a.

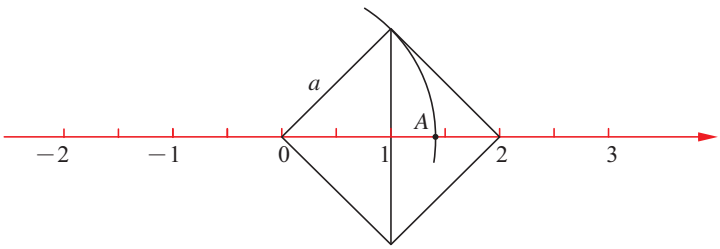
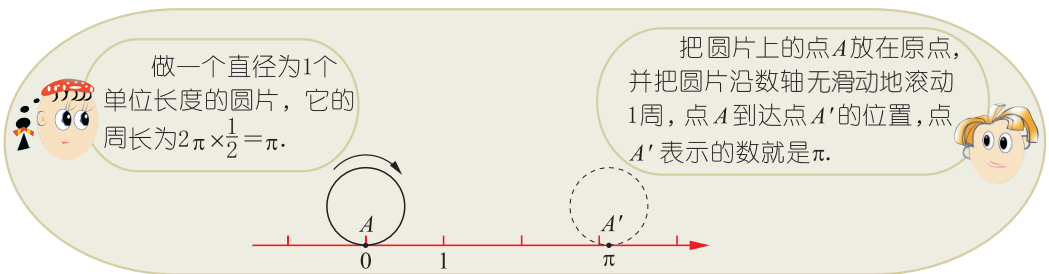


图 2－6

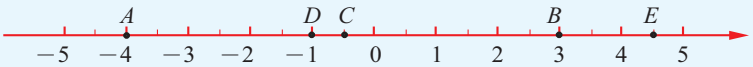
怎样用数轴上的点表示圆周率 π？



有理数和无理数都可以用数轴上的点表示；反过来，数轴上的任意一点都表示一个有理数或无理数．

练一练

1. 分别写出数轴上点 A、B、C、D、E 表示的数：



（第 1 题）

2. 在数轴上画出表示下列各数的点：

$$-5.5，-3.5，-2，-3，0.5.$$

3. 在图 2－6 中，画出表示 $-a$ 的点．

试一试

1. 把 0 ℃、5 ℃、－3 ℃、－2 ℃按从低到高的顺序排列．

在数轴上画出表示 0、5、－3、－2 的点，你能比较这几个数的大小吗？

2. 任意给出几个数，并在数轴上画出表示这几个数的点，你能比较这几个数的大小吗？

3. 数轴上点的位置与它们所表示的数的大小有什么关系？

在数轴上表示的两个数，右边的数总比左边的数大．
正数都大于 0，负数都小于 0，正数大于负数．

例 3　比较 -3.5 和 -0.5 的大小．

解：如图 2－7，在数轴上分别画出表示 -3.5 和 -0.5 的点 A、B.

图 2－7

因为点 B 在点 A 的右边，所以 $-0.5>-3.5$.

例 4 在数轴上画出表示下列各数的点，并用“<”号将这些数按从小到大的顺序连接起来：

$$-\frac{1}{2},\ 0,\ 2,\ -3,\ 5,\ -1.5.$$

解： 如图 2－8，在数轴上画出表示各数的点：

图 2－8

根据各点在数轴上的位置，得

$$-3<-1.5<-\frac{1}{2}<0<2<5.$$

练一练

1. 在数轴上画出表示下列各数的点，并用“<”号将这些数按从小到大的顺序连接起来：

$$-4.5,\ 1.5,\ 0,\ 4.5,\ -0.5,\ -4,\ 3.$$

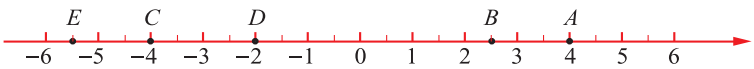
2. 如图，点 A、B、C 表示的 3 个数中，哪个最大？哪个最小？

（第 2 题）

3. 数轴上的点 A 和点 B 分别表示 $-\frac{1}{2}$ 与 $-\frac{3}{4}$，哪一个点离原点的距离较近？$-\frac{1}{2}$ 与 $-\frac{3}{4}$ 哪一个数较大？

2.3 习题

1. 分别写出数轴上的点 A、B、C、D、E 表示的数．



（第 1 题）

2. 在数轴上画出表示下列各数的点：

(1) -0.5，1，-2.5，0.5；　　(2) -30，50，25，-10.

3. 比较下列各组数的大小：

(1) -35 与 -12；　　(2) -8 与 0；

(3) -18 与 3；　　(4) -12.5 与 -8；

(5) $-\frac{1}{3}$ 与 $\frac{1}{2}$；　　(6) $-\frac{4}{5}$ 与 $-\frac{19}{5}$.

4. 点 A、B、C 为数轴上的 3 点.

（第 4 题）

(1) 如果把点 A 向右移动 3 个单位长度，那么点 A、B、C 表示的数中，哪个数最小？

(2) 如果把点 C 向左移动 6 个单位长度，那么点 B 表示的数比点 C 表示的数大多少？

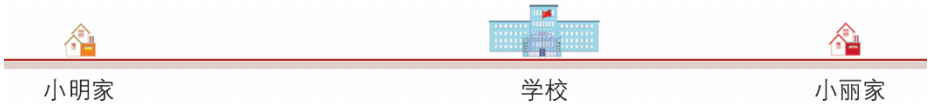
5. 下表记录的是我国 8 个城市某天的最低气温，请将这 8 个城市的名称按气温从低到高的顺序重新排列.

北京	哈尔滨	南京	乌鲁木齐	拉萨	广州	台北	海口
−7 ℃	−25 ℃	0 ℃	−12 ℃	−8 ℃	14 ℃	12 ℃	15 ℃

6. 根据“2.1　正数与负数”中的资料卡片提供的信息，回答问题：要测量 −50 ℃ 左右的气温，应使用水银温度计还是酒精温度计？

2.4 绝对值与相反数

小明家在学校正西方 3 km 处，小丽家在学校正东方 2 km 处，他们上学所花的时间，与各家到学校的距离有关．



做一做

画数轴，用数轴上的点表示学校、小明家、小丽家的位置．

如图 2－9，用数轴的原点 O 表示学校的位置，点 A、点 B 分别表示小明家、小丽家的位置．点 A 与原点的距离是 3 个单位长度，点 B 与原点的距离是 2 个单位长度．

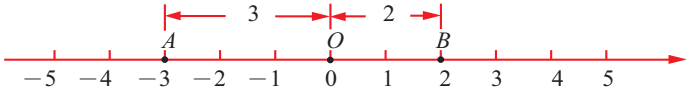


图 2－9

数轴上表示一个数的点与原点的距离叫做这个数的**绝对值**(absolute value).

例如，数轴上表示－3 的点与原点的距离是 3，因此－3 的绝对值是 3；表示 2 的点与原点的距离是 2，因此 2 的绝对值是 2；表示 0 的点与原点的距离是 0，因此 0 的绝对值是 0.

议一议

如图 2－10，你能说出数轴上点 A、B、C、D、E 所表示的数的绝对值吗？

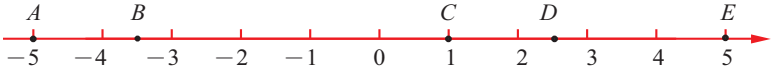


图 2－10

例 1　求 4、−3.5 的绝对值.

解：如图 2－11，在数轴上分别画出表示 4、−3.5 的点 A、点 B.

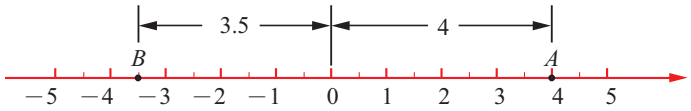


图 2－11

因为点 A 与原点的距离是 4，所以 4 的绝对值是 4；

因为点 B 与原点的距离是 3.5，所以−3.5 的绝对值是 3.5.

通常，我们将数 a 的绝对值记为 $|a|$. 这样，例 1 的结论可以写为 $|4|=4$，$|-3.5|=3.5$.

例 2　已知一个数的绝对值是$\frac{5}{2}$，求这个数.

解：如图 2－12，数轴上到原点的距离是$\frac{5}{2}$的点有 2 个，它们是点 A 和点 B，分别表示$\frac{5}{2}$、$-\frac{5}{2}$.

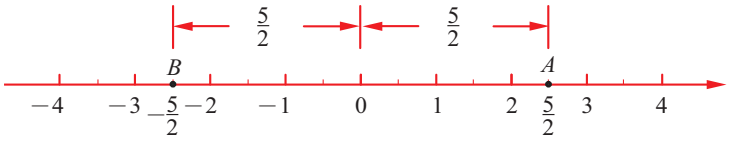


图 2－12

绝对值是$\frac{5}{2}$的数有 2 个，它们是$\frac{5}{2}$、$-\frac{5}{2}$.

练一练

1. 用数轴上的点表示下列各数，并说出这些数的绝对值：

$$-5,\ \frac{3}{2},\ -0.4,\ 0,\ 5,\ -2.$$

2. 已知一个数的绝对值是 2，求这个数.

1. 如图 2－13，观察数轴上点 A、点 B 的位置及它们到原点的距离，你有什么发现？

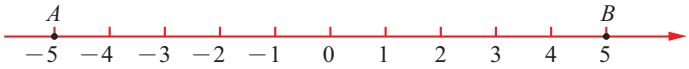


图 2－13

2. 观察下列各组数，你有什么发现？请与同学交流．

$$5 \text{ 与 } -5,\ 2.5 \text{ 与 } -2.5,\ \frac{2}{3} \text{ 与 } -\frac{2}{3},\ \pi \text{ 与 } -\pi.$$

像 5 与－5、2.5 与－2.5、$\frac{2}{3}$与$-\frac{2}{3}$、π 与－π……符号不同、绝对值相同的两个数互为相反数，其中一个数叫做另一个数的**相反数**(opposite number)．例如，5 与－5 互为相反数，其中 5 是－5 的相反数，－5 是 5 的相反数；π 的相反数是－π.

0 的相反数是 0.

例 3 求 3、－4.5、$\frac{4}{7}$的相反数．

解： 3、－4.5、$\frac{4}{7}$的相反数分别是－3、4.5、$-\frac{4}{7}$.

表示一个数的相反数可以在这个数的前面添一个“－”号．如－5 的相反数可以表示为－(－5)，而我们知道－5 的相反数是 5，所以－(－5)＝5.

例 4 化简：－(＋2)，－(＋2.7)，－(－3)，$-\left(-\frac{3}{4}\right)$.

解： 因为＋2 的相反数是－2，

所以－(＋2)＝－2.

类似地，$-(+2.7)=-2.7$.

因为 -3 的相反数是 3，

所以 $-(-3)=3$.

类似地，$-\left(-\frac{3}{4}\right)=\frac{3}{4}$.

练一练

1. 写出下列各数的相反数：

$$0,\ 58,\ -4,\ 3.14,\ -\frac{2}{3}.$$

2. 用数轴上的点表示下列各数以及它们的相反数：

$$-4,\ 0.5,\ 3,\ -2.$$

3. 填空：

(1) $-(-7)$ 是_____的相反数，$-(-7)=$_____；

(2) $-(+4)$ 是_____的相反数，$-(+4)=$_____.

4. 化简：$-(+2.5)$，$-(-2.5)$，$+(-2.5)$，$+(+2.5)$.

计算器操作

求一个数的相反数，要用负号键 [(−)]. 例如：

(1) 求 5 的相反数，应依次按键：[(−)] [5] [=]，所得结果是 -5.

(2) 求 -5 的相反数，应依次按键：[(−)] [(−)] [5] [=]，所得结果是 5.

试一试

根据绝对值与相反数的意义填空：

(1) $|2.3|=$_____，$\left|\frac{7}{4}\right|=$_____，$|6|=$_____；

(2) $|-5|=$_____，-5 的相反数是_____，

$|-10.5|=$_____，-10.5 的相反数是_____，

$\left|-\frac{7}{4}\right|=$_____，$-\frac{7}{4}$ 的相反数是_____；

(3) $|0|=$_____.

议一议

一个数的绝对值与这个数本身或它的相反数有什么关系？

正数的绝对值是它本身；
负数的绝对值是它的相反数；
0 的绝对值是 0.

例 5 求下列各数的绝对值：

$$+6,\ \pi,\ -3,\ -2.7,\ 0.$$

解： $|+6|=6$， 正数的绝对值是它本身

$|\pi|=\pi$，

$|-3|=-(-3)=3$， 负数的绝对值是它的相反数

$|-2.7|=-(-2.7)=2.7$，

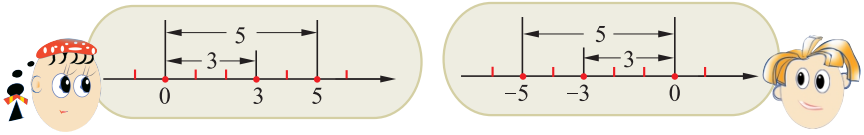
$|0|=0$. 0 的绝对值是 0

求数 a 的绝对值，首先要分清 a 是正数、负数，还是 0，然后才能正确地写出它的绝对值.

当 a 是正数时，a 的绝对值是它本身，即当 $a>0$ 时，$|a|=a$；
当 a 是 0 时，a 的绝对值是 0，即当 $a=0$ 时，$|a|=0$；
当 a 是负数时，a 的绝对值是它的相反数，即当 $a<0$ 时，$|a|=-a$.

议一议

在两个正数中，绝对值较大的那个数一定大吗？两个负数呢？



数轴上表示两个正数的点都在原点的右边，其中表示绝对值较大的正数的点在另一个点的右边；数轴上表示两个负数的点都在原点的左边，其中表示绝对值较大的负数的点在另一个点的左边.

两个正数，绝对值大的正数大；
两个负数，绝对值大的负数小．

例 6　比较 -9.5 与 -1.75 的大小．

解： 因为 $|-9.5|=9.5$，$|-1.75|=1.75$，且 $9.5>1.75$，

所以 $-9.5<-1.75$.　　两个负数，绝对值大的负数小

练一练

1. 填空：

(1) $-\frac{2}{5}$ 的符号是_____，绝对值是_____；

(2) 10.5 的符号是_____，绝对值是_____；

(3) 符号是“+”，绝对值是 $\frac{3}{7}$ 的数是_____；

(4) 符号是“−”，绝对值是 9 的数是_____；

(5) 符号是“−”，绝对值是 0.37 的数是_____.

2. 用“<”或“>”填空：

(1) -12.3 _____ -12；

(2) $-(-2.75)$ _____ $-(-2.67)$；

(3) $|-8|$ _____ -8；

(4) $-|-0.4|$ _____ $-(-0.4)$.

2.4 习题

1. 用数轴上的点表示下列各数，并写出它们的绝对值：

$$0,\ -2,\ 7.3,\ \frac{1}{2},\ -3\frac{3}{5}.$$

2. 写出下列各数的相反数：

$$11.2,\ 9,\ -4.6,\ -\frac{5}{8},\ 4\frac{2}{3}.$$

3. 用数轴上的点表示 5、-1.5、4、-3 以及它们的相反数．

4. 化简：$-(+5)$，$+(-4)$，$-\left|-\frac{4}{5}\right|$，$-(-3.2)$，$+(+7)$.

5. 根据下列要求，分别写出各数：

(1) 符号为“+”，绝对值是 0.5 的数；

(2) 符号为“−”，绝对值是 3 的数；

(3) 绝对值是 2 的数；

(4) 绝对值小于 2 的整数．

6. 某年哈尔滨的月平均气温(℃)如下表所示：

1 月	2 月	3 月	4 月	5 月	6 月	7 月	8 月	9 月	10 月	11 月	12 月
−20.2	−14.0	−2.3	6.0	14.7	21.3	22.3	19.7	14.2	4.1	−5.5	−12.8

请将 1～12 月份按月平均气温从低到高的顺序重新排列．

7. 比较下列各组数的大小：

(1) 3 与 −7；　　(2) −5.3 与 −5.4；

(3) $-\frac{3}{8}$与$-\frac{5}{8}$；　　(4) $-|-3.71|$ 与 $-(-0.84)$.

8. 从小学开始，我们已在不同的情形中多次使用“−”号．例如5−3、−3、−(−5)等．你能分别说出这几个“−”号的意义吗？

9. 比赛用的乒乓球的质量有严格的规定，但实际生产的乒乓球的质量可能会有一些偏差．请你根据以下检验记录(“+”表示超出标准质量，“−”表示不足标准质量)，选出质量最接近标准质量的乒乓球．

编号	1	2	3	4	5
偏差/g	+0.04	−0.02	+0.03	+0.05	−0.04

2.5　有理数的加法与减法

小学里，我们学过加法和减法运算，引进负数后，怎样进行有理数的加法和减法运算呢？

甲、乙两队进行足球比赛．如果甲队在主场赢了 3 球，在客场输了 2 球，那么两场比赛后甲队净胜 1 球．

你能把上面比赛的过程及结果用有理数的算式表示出来吗？

如果把赢 3 球记作“＋3”，输 2 球记作“－2”，那么计算甲队在两场比赛中的净胜球数，就只要把(＋3)与(－2)合起来，即把(＋3)与(－2)相加，列出算式 (＋3)＋(－2).

我们已经知道，甲队在两场比赛中净胜 1 球，于是：

$$(+3)+(-2)=+1.$$

填写表中的空格：

赢　球　数		净胜球数	算　　式
主　场	客　场		
3	－2	1	(＋3)＋(－2)＝＋1
－3	2		
3	2		
－3	－2		
3	0		
0	－3		

你还能举出一些应用有理数加法的实际例子吗？

数学实验室

1. 把笔尖先放在数轴的原点，然后沿数轴向左移动 5 个单位长度，再向右移动 3 个单位长度，这时笔尖停在“－2”的位置上. 用数轴(图 2－14)和算式可以将以上过程及结果分别表示为：

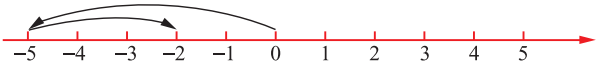
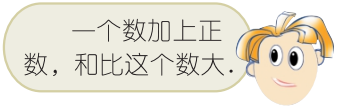


图 2－14

$$(-5)+(+3)=-2.$$



2. 把笔尖先放在数轴的原点，然后沿数轴向右移动 3 个单位长度，再向左移动 2 个单位长度，这时笔尖停在“1”的位置上 . 用数轴(图 2－15)和算式可以将以上过程及结果分别表示为：

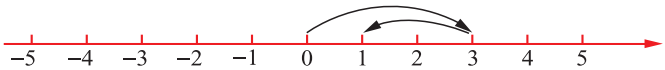
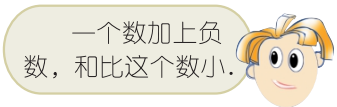


图 2－15

$$(+3)+(-2)=+1.$$



3. 把笔尖先放在图 2－16 中数轴的原点，然后沿数轴向左移动 3 个单位长度，再向左移动 2 个单位长度，这时笔尖的位置表示什么数？请用数轴和算式分别表示以上过程及结果 .

图 2－16

算式：_____.

再做一些类似的实验活动，并写出相应的算式 .

议一议

两个有理数相加，和的符号怎样确定？和的绝对值怎样确定？

有理数加法(addition)法则

同号两数相加，取相同的符号，并把绝对值相加．

异号两数相加，绝对值相等时，和为 0；绝对值不等时，取绝对值较大的加数的符号，并用较大的绝对值减去较小的绝对值.

一个数与 0 相加，仍得这个数．

例 1　计算：

(1) $(-15)+(-3)$；　　(2) $(-180)+(+20)$；

(3) $5+(-5)$；　　(4) $0+(-2)$.

解：(1)　$(-15)+(-3)$

$=-(15+3)$

$=-18$；

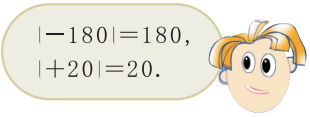
(2)　$(-180)+(+20)$

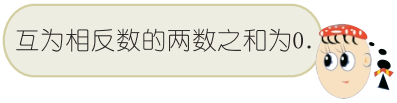
$=-(180-20)$

$=-160$；

(3) $5+(-5)=0$；

(4) $0+(-2)=-2$.





练一练

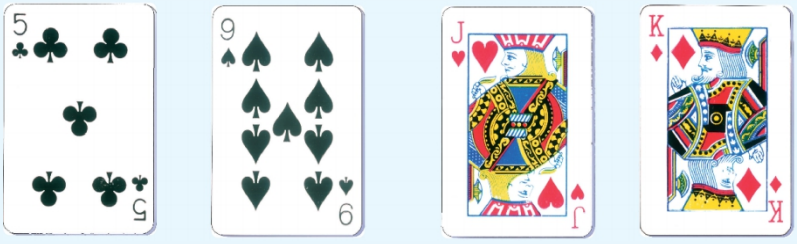
1. 计算：

(1) $(-13)+25$；　　(2) $(-52)+(-7)$；

(3) $(-23)+0$；　　(4) $4.5+(-4.5)$.

2. 规定扑克牌中的黑色数字为正数，红色数字为负数，且 J 为 11，Q 为 12，K 为 13，A 为 1，2 张 JOKER 均为 0．例如，图中的 4 张牌分别表示+5、+9、−11、−13.

从一副扑克牌中任意抽出 2 张牌，请你的同桌计算牌面所表示的两数之和，然后请他抽牌，你来回答．

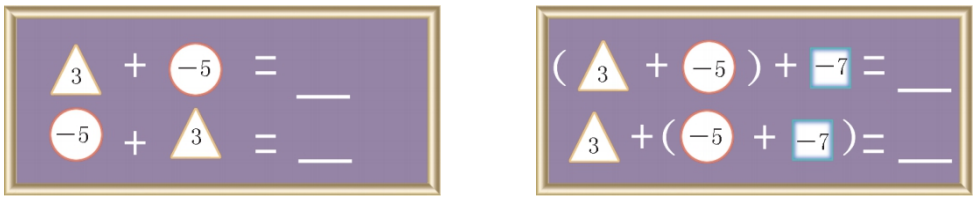


（第 2 题）

做一做

下面的两块黑板中，左边黑板上两个算式的结果相等吗？

把△、○中的数换成其他的有理数，两个算式的结果仍相等吗？



上面的两块黑板中，右边黑板上两个算式的结果相等吗？

把△、○、□中的数换成其他的有理数，两个算式的结果仍相等吗？

事实上，小学里学过的加法交换律、结合律，在有理数范围内仍然适用．

有理数加法运算律

交换律： $a+b=b+a$.

结合律： $(a+b)+c=a+(b+c)$.

根据有理数加法运算律，在进行有理数加法运算时，可以交换加数的位置，也可以把其中的几个数先相加．

例 2 计算：

(1) $(-23)+(+58)+(-17)$；

(2) $(-2.8)+(-3.6)+(-1.5)+3.6$；

(3) $\frac{1}{6}+\left(-\frac{2}{7}\right)+\left(-\frac{5}{6}\right)+\left(+\frac{5}{7}\right)$.

解： (1) $(-23)+(+58)+(-17)$

$=[(-23)+(-17)]+(+58)$

$=(-40)+(+58)$

$=+(58-40)$

$=18$；

(2)　$(-2.8)+(-3.6)+(-1.5)+3.6$

$=[(-2.8)+(-1.5)]+[(-3.6)+3.6]$

$=-4.3+0$

$=-4.3$；

(3)　$\frac{1}{6}+\left(-\frac{2}{7}\right)+\left(-\frac{5}{6}\right)+\left(+\frac{5}{7}\right)$

$=\left[\frac{1}{6}+\left(-\frac{5}{6}\right)\right]+\left[\left(-\frac{2}{7}\right)+\left(+\frac{5}{7}\right)\right]$

$=\left(-\frac{2}{3}\right)+\left(+\frac{3}{7}\right)$

$=-\left(\frac{14}{21}-\frac{9}{21}\right)$

$=-\frac{5}{21}$.

练一练

计算：

(1) $(-11)+8+(-14)$；

(2) $8+(-2)+(-4)+1+(-3)$；

(3) $(-4)+(-3)+(-4)+3$；

(4) $0.35+(-0.6)+0.25+(-5.4)$；

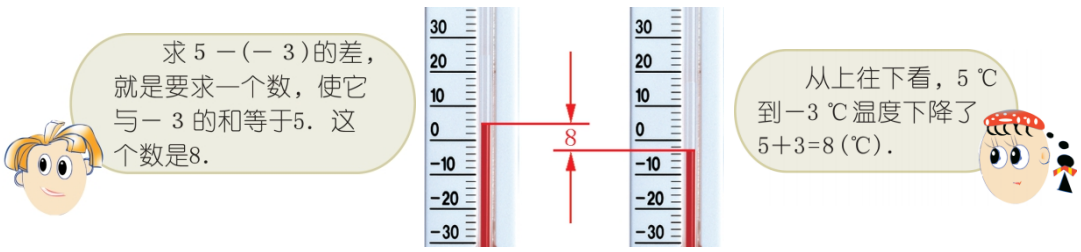
(5) $\left(-\frac{3}{4}\right)+\left(-\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{1}{4}\right)+\frac{2}{3}$；

(6) $(-2)+\left(-\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{3}+\left(-\frac{1}{6}\right)$.

一天中的最高气温与最低气温的差叫做日温差．

如果某天最高气温是 5 ℃，最低气温是－3 ℃，那么这天的日温差记作[5－(－3)]℃.

怎样计算 5－(－3) 呢?



小明和小丽的算法正确吗？

比较他们的算法：

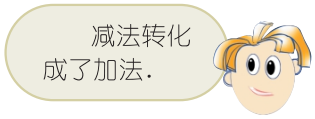
$$5-(-3)=8.$$

减号变成加号　　-3 变成它的相反数 3

$$5+3=8.$$

以上两种算法的结果相同，所以

$$5-(-3)=5+3.$$



仿照上面的算式，填空：

(1) $(-3)-5=(-3)+$_____；

(2) $3-(-5)=3+$_____；

(3) $3-5=3+$_____；

(4) $(-3)-(-5)=(-3)+$_____.

有理数减法(subtraction)法则

减去一个数，等于加上这个数的相反数.

例 3　计算：

(1) $0-(-22)$；　　(2) $8.5-(-1.5)$；

(3) $(+4)-16$；　　(4) $\left(-\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{4}$.

解： (1) $0-(-22)=0+22=22$；

(2) $8.5-(-1.5)=8.5+1.5=10$；

(3) $(+4)-16=(+4)+(-16)=-12$；

(4) $\left(-\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{4}=\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{1}{4}\right)=-\frac{3}{4}$.

例 4　根据天气预报画面，计算各城市的日温差．

解：北京的日温差：$8-0=8$(℃)；

呼和浩特的日温差：$4-(-4)=4+4=8$(℃)；

天津的日温差：$9-(-2)=9+2=11$(℃)；

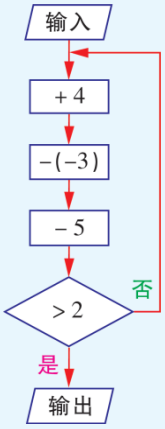
沈阳的日温差：$2-(-7)=2+7=9$(℃)；

长春的日温差：$1-(-10)=1+10=11$(℃)；

哈尔滨的日温差：$-5-(-14)=-5+14=9$(℃)．

练一练

1. 计算：
   (1) $6-(-11)$；
   (2) $6-11$；
   (3) $(-6)-11$；
   (4) $(-6)-(-11)$．
2. 在图中输入 -1，按所示的程序运算(完成一个方框内的运算后，把结果输入下一个方框继续进行运算)，并写出输出的结果．



(第 2 题)

根据有理数减法法则，有理数的加减混合运算可以统一为加法运算．

例 5 计算：

(1) $2+5-8$；　　(2) $14-25+12-17$.

解：(1) $2+5-8$

$=2+5+(-8)$　　统一为加法

$=(2+5)+(-8)$　　加法结合律

$=7+(-8)$

$=-1$；

(2) $14-25+12-17$

$=14+(-25)+12+(-17)$

$=(14+12)+[(-25)+(-17)]$

$=26+(-42)$

$=-16$.

有理数加减混合运算可以看成几个有理数的加法运算，其中加号省略了．例如，$2+5-8$ 可以看成 $+2$、$+5$ 与 -8 相加；$14-25+12-17$ 可以看成 $+14$、-25、$+12$ 与 -17 相加．

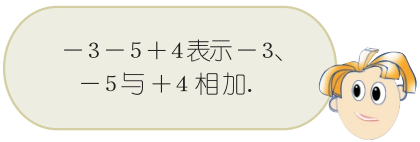
例 6 计算：

(1) $-3-5+4$；　　(2) $-26+43-24+13-46$.

解：(1) $-3-5+4$

$=-8+4$

$=-4$；



(2) $-26+43-24+13-46$

$=-26-24-46+43+13$　　加法交换律

$=(-26-24-46)+(43+13)$　　加法结合律

$=-96+56$

$=-40$.

例 7　巡道员沿一条东西向的铁路进行巡视维护．他从住地出发，先向东走了7 km，休息之后又向东走了3 km，然后折返向西走了11.5 km．此时他在住地的什么方向？与住地的距离是多少？

解：如果把铁路看成数轴，巡道员的住地看成原点，规定向东为正，那么根据题意，可得

$$7+3+(-11.5)=-1.5.$$

答：此时巡道员在住地的西边，离住地 1.5 km．

练一练

计算：

(1) $7-(-4)+(-5)$；

(2) $-21-12+33+12-67$；

(3) $5.4-2.3+1.5-4.2$；

(4) $-\frac{1}{2}-\frac{5}{4}+\frac{3}{2}-\frac{1}{4}$.

计算器操作

进行有理数的加减混合运算，可依次输入算式中各有理数及各级括号，输入完毕，按等号键 [ANS =]，即得运算结果．

例　计算：$-5+(3-5)-(-2)$.

解：依次按以下各键：[(-)] [5] [+] [(] [3] [−] [5] [)] [−] [(] [(-)] [2] [)] [=].

计算器显示的结果为-5.

当数字或符号输入错误时，可按清除键 [INS DEL]，清除最右边一位字符后，重新输入；也可以按 ◀ 或 ▶ 键，将光标移至应修改的字符处，重新输入并将光标移回原处．

2.5 习题

1. 计算：

(1) $(-81)+(-29)$；　　(2) $(-17)+21$；

(3) $35+(-2.3)$；　　(4) $(-1.2)+1.8$；

(5) $0+(-45)$；　　(6) $(-13)+(+13)$.

2. 填空：

(1) $-1+(\quad)=-1$；　　(2) $-10+(\quad)=0$；

(3) $-4+(\quad)=-8$；　　(4) $-2+(\quad)=+12$.

3. 计算：

(1) $(-1)+(-2)+(-4)+(-8)+8$；

(2) $3+(-1)+(-3)+1+(-4)$；

(3) $\left(-1\frac{1}{2}\right)+1.25+(-8.5)+10\frac{3}{4}$；

(4) $(-2.25)+(-5.1)+\frac{1}{4}+\left(-4\frac{1}{8}\right)+\left(-\frac{9}{10}\right)$.

4. 计算：

(1) $(-73)-41$；　　(2) $37-(-14)$；

(3) $\left(-\frac{1}{3}\right)-\frac{1}{90}$；　　(4) $\frac{3}{7}-\frac{1}{2}$.

5. 填空：

(1) $(+15)-(\quad)=-100$；　　(2) $(-15)-(\quad)=-100$；

(3) $\left(-\frac{2}{3}\right)-(\quad)=\frac{1}{3}$；　　(4) $\left(-\frac{2}{3}\right)+(\quad)=-\frac{1}{3}$.

6. 计算：

(1) $\left(-\frac{6}{5}\right)-(-0.2)+1$；

(2) $\frac{2}{9}+1\frac{5}{6}-\left(-\frac{2}{9}\right)+\frac{1}{2}$；

(3) $-23+18-1-15+23$；

(4) $-7.2-0.8-5.6+11.6$；

(5) $-\frac{1}{4}-\frac{5}{6}-\frac{1}{2}+4\frac{1}{4}$;

(6) $0.125+3\frac{1}{4}-\frac{1}{8}+5.6-0.25$.

7. 早晨 6:00 的气温为 −4 ℃，到下午 2:00 气温上升了 8 ℃，到晚上 10:00 气温又下降了 9 ℃. 晚上 10:00 的气温是多少?

8. 某种袋装奶粉标明标准净含量为 400 g，抽检其中 8 袋，记录如下(“+”表示超出标准净含量，“−”表示不足标准净含量):

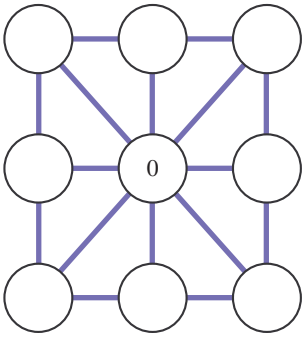
编　号	1	2	3	4	5	6	7	8
差值/g	−4.5	+5	0	+5	0	0	+2	−5

这 8 袋奶粉的总净含量是多少?

9. 我国新疆境内，有海拔 8 611 m 的世界第二高峰乔戈里峰，还有海拔 −154 m 的世界第二洼地吐鲁番艾丁湖. 求这两地的高差.

10. 根据资料，1968 年 2 月 13 日在黑龙江省的漠河，测得我国最低气温为 −52.3 ℃. 1987 年 7 月 23 日在新疆的吐鲁番，测得我国最高气温为 47.7 ℃. 这两个气温的差是多少?

11. 如图，在圆圈内填上恰当的数，使每条线上的 3 个数之和为 0. 如果将中心处的 0 改为 −5，那么怎样填写才能使每条线上的 3 个数之和为 −15? 请与同学交流.



(第 11 题)

2.6 有理数的乘法与除法

在水文观测中，常常关注水位的高低与升降．请根据日常生活经验，填写下面的空格：

（1）如果水位每天上升 4 cm，那么 3 天后的水位比今天____（填“高”或“低”）____cm；3 天前的水位比今天_____cm．

（2）如果水位每天下降 4 cm，那么 3 天后的水位比今天_____cm；3 天前的水位比今天_____cm．

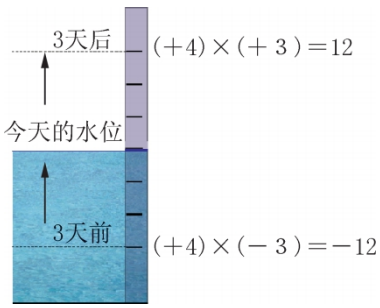
我们用有理数的运算来研究上面的问题．

规定水位上升为正，水位下降为负；几天后为正，几天前为负．

（1）按上面的规定，水位上升 4 cm 记作“＋4”，3 天后记作“＋3”，3 天后的水位变化是 $(+4)\times(+3)$．

我们已经知道，3 天后的水位比今天高 12 cm，所以

$$(+4)\times(+3)=+12.$$



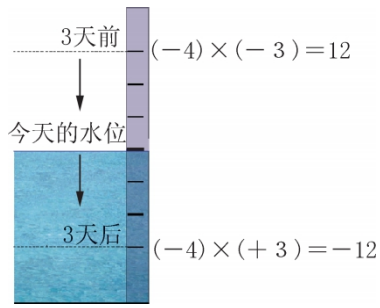
类似地，3 天前的水位变化是 $(+4)\times(-3)$，3 天前的水位比今天低12 cm，所以

$$(+4)\times(-3)=-12.$$

（2）按上面的规定，水位下降 4 cm 记作“－4”，3 天后记作“＋3”，3 天后的水位变化是 $(-4)\times(+3)$．

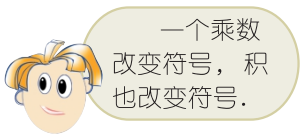
我们已经知道，3 天后的水位比今天低 12 cm，所以

$$(-4)\times(+3)=-12.$$



类似地，3 天前的水位变化是 $(-4)\times(-3)$，3 天前的水位比今天高12 cm，所以

$$(-4)\times(-3)=+12.$$



试一试

仿照上面的过程，试写出表示 1 天后、2 天后、1 天前、2 天前的水位变化的算式．

填写下表：

$(+4)\times(+3)=+12$,	$(-4)\times(-3)=+12$,
$(+4)\times(+2)=$ ____,	$(-4)\times(-2)=$ ____,
$(+4)\times(+1)=$ ____,	$(-4)\times(-1)=$ ____,
$(+4)\times 0=$ ____,	$(-4)\times 0=$ ____,
$(+4)\times(-1)=$ ____,	$(-4)\times(+1)=$ ____,
$(+4)\times(-2)=$ ____,	$(-4)\times(+2)=$ ____,
$(+4)\times(-3)=-12$.	$(-4)\times(+3)=-12$.

议一议

两个有理数相乘，积的符号怎样确定？积的绝对值怎样确定？

有理数乘法(multiplication)法则

两数相乘，同号得正，异号得负，并把绝对值相乘．

0 与任何数相乘都得 0.

例 1　计算：

(1) $9\times(-6)$；　　(2) $(-9)\times 6$；

(3) $(-9)\times(-6)$.

解：(1) $9\times(-6)=-(9\times 6)=-54$；

(2) $(-9)\times 6=-(9\times 6)=-54$；

(3) $(-9)\times(-6)=+(9\times 6)=54$.

练一练

1. 计算：

(1) $(-7)\times 3$；　　(2) $(-48)\times(-3)$；

(3) $(-6.5)\times(-7.2)$；　　(4) $\left(-\frac{2}{3}\right)\times 9$.

2. 计算：

(1) $\left(-1\frac{1}{2}\right)\times\left(+1\frac{1}{3}\right)\times\left(-1\frac{1}{4}\right)$；

(2) $(-0.25)\times(-2)\times\left(-\frac{5}{12}\right)\times(+0.8)$.

做一做

1. 下面黑板上 3 组算式的结果分别相等吗？

(1) △6 × ○−7 = ___　　○−7 × △6 = ___

(2) (△3 × ○−5) × □−2 = ___　　△3 × (○−5 × □−2) = ___

(3) (○−3 + □5) × △4 = ___　　○−3 × △4 + □5 × △4 = ___

2. 把△、○、□中的数换成其他的有理数，各组算式的结果仍相等吗？

事实上，小学里学过的乘法交换律、乘法结合律、乘法分配律，在有理数范围内仍然适用.

有理数乘法运算律

交换律：$a\times b=b\times a$.

结合律：$(a\times b)\times c=a\times(b\times c)$.

分配律：$(a+b)\times c=a\times c+b\times c$.

例 2 计算：$\left(\frac{1}{2}+\frac{5}{6}-\frac{7}{12}\right)\times(-36)$.

解： $\left(\frac{1}{2}+\frac{5}{6}-\frac{7}{12}\right)\times(-36)$

$=\frac{1}{2}\times(-36)+\frac{5}{6}\times(-36)+\left(-\frac{7}{12}\right)\times(-36)$

$=-18-30+21$

$=-48+21$

$=-27$.

例 3　计算：

(1) $8\times\frac{1}{8}$；　　(2) $(-4)\times\left(-\frac{1}{4}\right)$；

(3) $\left(-\frac{7}{8}\right)\times\left(-\frac{8}{7}\right)$.

解：(1) $8\times\frac{1}{8}=1$；

(2) $(-4)\times\left(-\frac{1}{4}\right)=+\left(4\times\frac{1}{4}\right)=1$；

(3) $\left(-\frac{7}{8}\right)\times\left(-\frac{8}{7}\right)=+\left(\frac{7}{8}\times\frac{8}{7}\right)=1$.

像 8 与$\frac{1}{8}$、-4 与$-\frac{1}{4}$、$-\frac{7}{8}$与$-\frac{8}{7}$……乘积为 1 的两个数互为倒数，其中一个数叫做另一个数的**倒数**(reciprocal).

练一练

1. 计算：

(1) $8\times(-2)\times(-5)$；

(2) $(-5)\times10\times(-2)$；

(3) $\left(-\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{3}{4}\right)\times(-60)$；

(4) $3\times5-(-5)\times5+(-1)\times5$.

2. 说出下列各数的倒数：

(1) -3；　(2) $-\frac{1}{2}$；　(3) $\frac{13}{25}$；　(4) $-\frac{13}{12}$.

某地某周每天上午 8 时的气温记录如下：

星期日	星期一	星期二	星期三	星期四	星期五	星期六
-3 ℃	-3 ℃	-2 ℃	-3 ℃	0 ℃	-2 ℃	-1 ℃

该地该周每天上午 8 时的平均气温为：

$[(-3)+(-3)+(-2)+(-3)+0+(-2)+(-1)]\div7$，即 $(-14)\div7$.

如何计算 $(-14)\div7$?

因为 $(-2)\times 7=-14$，
所以 $(-14)\div 7=-2$.

$(-14)\times\frac{1}{7}=-2$.

求（−14）÷7 的商，就是要求一个数，使它与7 的积是−14．这个数是−2.

小学里我们学过，除以一个数等于乘这个数的倒数.

小丽和小明的算法正确吗？

比较他们的算法：

$$(-14)\div 7=-2.$$

除号变成乘号

7 变成它的倒数$\frac{1}{7}$

$$(-14)\times\frac{1}{7}=-2.$$

以上两种算法的结果相同，所以

$$(-14)\div 7=(-14)\times\frac{1}{7}.$$

仿照上面的算式，填空：

(1) $(-10)\div 2=(-10)\times$____；(2) $24\div(-8)=24\times$____；

(3) $(-12)\div(-4)=(-12)\times$____.

有理数除法(division)法则

除以一个不等于 0 的数，等于乘这个数的倒数 .

因为有理数的除法可以转化为乘法，所以有理数的除法有与乘法类似的法则：

两个不等于 0 的数相除，同号得正，异号得负，并把绝对值相除 .
0 除以任何一个不等于 0 的数，都得 0.

例 4　计算：

(1) $36 \div (-9)$；

(2) $(-48) \div (-6)$；

(3) $\left(-\frac{1}{2}\right) \div \left(-\frac{2}{3}\right)$.

解：(1) $36 \div (-9) = -4$；

(2) $(-48) \div (-6) = 8$；

(3) $\left(-\frac{1}{2}\right) \div \left(-\frac{2}{3}\right)$

$= \left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(-\frac{3}{2}\right)$

$= \frac{1}{2} \times \frac{3}{2}$

$= \frac{3}{4}$.

例 5　计算：

(1) $(-32) \div 4 \times (-8)$；

(2) $17 \times (-6) \div (-5)$；

(3) $(-81) \div \frac{9}{4} \times \frac{4}{9} \div (-16)$.

解：(1) $(-32) \div 4 \times (-8)$

$= (-32) \times \frac{1}{4} \times (-8)$

$= (-8) \times (-8)$

$= 64$；

(2) $17 \times (-6) \div (-5)$

$= 17 \times (-6) \times \left(-\frac{1}{5}\right)$

$= (-102) \times \left(-\frac{1}{5}\right)$

$= \frac{102}{5}$；

(3) $(-81)\div\frac{9}{4}\times\frac{4}{9}\div(-16)$

$=-81\times\frac{4}{9}\times\frac{4}{9}\times\left(-\frac{1}{16}\right)$

$=-16\times\left(-\frac{1}{16}\right)$

$=1.$

练一练

1. 计算：

(1) $1\div(-5)$；　　(2) $0\div\left(-\frac{1}{2}\right)$；

(3) $(-91)\div13$；　　(4) $(-63)\div(-9)$；

(5) $\left(-\frac{4}{3}\right)\div\left(-\frac{3}{4}\right)$；　　(6) $0.25\div\left(-\frac{3}{8}\right)$.

2. 计算：

(1) $12\times(-3)\div(-4)$；　(2) $(-6)\div2\times\left(-\frac{1}{2}\right)$；

(3) $(-5)\div\left(-\frac{1}{5}\right)\times5$；　(4) $(-2)\div(-10)\times\left(-3\frac{1}{3}\right)$.

计算器操作

进行有理数乘法和除法运算，只要依次输入算式中的有理数及乘号键 [×] 或除号键 [÷]，输入完毕，按等号键 [=]，即得运算结果.

例　计算：(1) $(-4.5)\div3.2$；　(2) $\frac{2}{3}\div\left(-\frac{4}{15}\right)\times\frac{1}{2}$.

解　依次按以下各键：

(1) [(] [(−)] [4] [.] [5] [)] [÷] [3] [.] [2] [=].

计算器显示的结果为 $-\frac{45}{32}$.

(2) [2] [▭/▭] [3] ◆ [÷] [(] [(−)] [4] [▭/▭] [1] [5] ◆ [)] [×] [1] [▭/▭] [2] [=].

计算器结果显示为 $-\frac{5}{4}$.

如果要把运算结果进行分数与小数的转换，只要按键 [S⇔D] 即可.

2.6 习题

1. 计算：

(1) $(-8)\times(-5)$；　　(2) $(-3)\times(-4)$；

(3) $\frac{2}{25}\times(-2.5)$；　　(4) $\left(-\frac{7}{16}\right)\times(-8)$.

2. 计算：

(1) $5\times(-3)\times(-9)$；

(2) $(-13)\times(-15)\times0\times(-901)$；

(3) $(-3)\times(-2)\times(-4)\times(-1)$；

(4) $\left(-\frac{1}{2}\right)\times\frac{2}{3}\times\left(-\frac{3}{4}\right)\times\left(-\frac{4}{5}\right)$.

3. 计算：

(1) $0.1\times(-0.001)\times(-10)$；

(2) $0.125\times(-2)\times(-8)$；

(3) $\left(\frac{7}{4}-\frac{7}{8}-\frac{7}{16}\right)\times\left(-\frac{8}{7}\right)$；

(4) $(-5)\times7+13\times7$.

4. 用简便方法计算：

(1) $19\frac{15}{16}\times(-8)$；　　(2) $(-99)\times999$.

5. 计算：

(1) $(-20)\div10$；　　(2) $84\div(-16)$；

(3) $(-105)\div(-5)$；　　(4) $(-3)\div(-9)$；

(5) $(-25)\div\frac{1}{5}$；　　(6) $13\div\left(-\frac{1}{13}\right)$.

6. 计算：

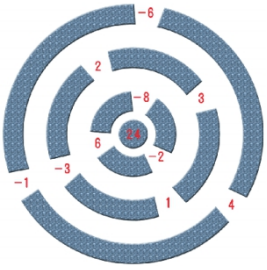
(1) $0\div(-5)\times100$；　　(2) $100\div\frac{1}{8}\times(-8)$；

(3) $1\div\left(-\frac{2}{7}\right)\times\frac{1}{7}$；　　(4) $\frac{1}{2}\times\left(-\frac{4}{15}\right)\div\frac{2}{3}$；

(5) $(-84)\div2\times(-3)\div(-6)$；(6) $(-48)\div\frac{7}{4}\div(-12)\times\frac{7}{4}$.

7. 因强冷空气南下，预计某地平均每小时降温 1.5 ℃，如果上午 10 时测得气温为 8 ℃，那么下午 5 时该地的气温是多少？

8. 一座有三道环路的数字迷宫，每一个入口处都设置一个数，要求每一个进入者都把自己当作数“1”，进入时必须乘入口处的数，并将结果带到下一个入口，依次累乘下去．在通过最后一个入口时，如果乘积是 24 才能到达迷宫中心．你能从第一道环路的任何一个入口进入，到达迷宫中心吗？



（第 8 题）

读一读

漫长的历程

早在公元前 5 世纪我国春秋战国初期，魏国的相国李悝就在《法经》一书中用“不足”来表示亏空．

公元前 1 世纪，我国古代最重要的数学著作《九章算术》，就论述了有理数的加减运算法则，它是至今发现的世界上最早详细论述“正负术”的数学著作．

公元 3 世纪，我国数学家刘徽明确指出：“今两算得失相反，要令正负以名之．”就是说对于两个相反意义的量，要用正、负来区别．他还提出“正算赤，负算黑，否则以邪正为异”，即用红筹表示正数，黑筹表示负数，不然的话就将算筹正放或斜放以区别正、负数，并给出了正确处理正、负数乘除运算的实例．

公元 1299 年，我国元代数学家朱世杰在《算学启蒙》中给出了正、负数的乘除法则．

印度最早使用负数是在公元 7 世纪，他们将小圆点或小圆圈标注在数字上面表示负数．

1629 年，荷兰数学家吉拉德(Girard，A.)的负数符号“—”得到公认．

负数的地位最后由德国的魏尔斯特拉斯(Weierstrass，K. T. W.)和意大利的皮亚诺(Peano，G.)在 1860 年和 1889 年确立．

人类对负数的认识经历了漫长的历程．

2.7　有理数的乘方

手工拉面是我国的传统面食．制作时，拉面师傅将一团和好的面，揉搓成 1 根长条后，手握两端用力拉长，然后将长条对折，再拉长，再对折(每次对折称为一扣)，如此反复操作，连续拉扣若干次后便成了许多根细细的面条．你能算出拉扣 6 次后共有多少根面条吗?

1 根面条拉扣 1 次成 2 根，拉扣 2 次就成 2×2 根……每拉扣 1 次，面条数就增加 1 倍，拉扣 6 次，共有面条 $2\times2\times2\times2\times2\times2=64$(根).

试一试

将一张报纸对折，再对折……直到无法对折为止．你对折了多少次?请用算式表示你对折出来的报纸层数．

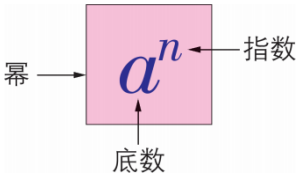
你还能举出类似的实例吗?

$2\times2\times2\times2\times2\times2$ 记作 2^6，读作“2 的 6 次方”;

$7\times7\times7$ 记作 7^3，读作“7 的 3 次方”.

一般地，$\underbrace{a\cdot a\cdot a\cdot\cdots\cdot a}_{n\text{个}}$记作 a^n，读作“a 的 n 次方”.

求相同因数的积的运算叫做**乘方**(power)，相同因数叫做**底数**(base number)，相同因数的个数叫做**指数**(exponent)，乘方运算的结果叫**幂**(power).



例如，2^6 读作“2 的 6 次方”，2 是底数，6 是指数．如果把 2^6 看作乘方运算的结果，这时它表示数，读作“2 的 6 次幂”.

例 1 计算：

(1) 3^7；　　(2) 7^3；

(3) $(-3)^4$；　　(4) $(-4)^3$.

解： (1) $3^7=3\times3\times3\times3\times3\times3\times3=2\,187$；

(2) $7^3=7\times7\times7=343$；

(3) $(-3)^4=(-3)\times(-3)\times(-3)\times(-3)=81$；

(4) $(-4)^3=(-4)\times(-4)\times(-4)=-64$.

例 2 计算：

(1) $\left(\frac{1}{2}\right)^5$；　　(2) $\left(\frac{3}{5}\right)^3$；

(3) $\left(-\frac{2}{3}\right)^4$.

解： (1) $\left(\frac{1}{2}\right)^5=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{32}$；

(2) $\left(\frac{3}{5}\right)^3=\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}=\frac{27}{125}$；

(3) $\left(-\frac{2}{3}\right)^4=\left(-\frac{2}{3}\right)\times\left(-\frac{2}{3}\right)\times\left(-\frac{2}{3}\right)\times\left(-\frac{2}{3}\right)$

$=\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{16}{81}$.

想一想

1. $(-1)^{10}$、$(-1)^7$、$\left(-\frac{1}{2}\right)^4$、$\left(-\frac{1}{2}\right)^5$ 是正数还是负数？

2. 负数的幂的符号如何确定？

正数的任何次幂都是正数；
负数的奇数次幂是负数，负数的偶数次幂是正数.

特别地，一个数的二次方，也称为这个数的**平方**(square)；一个数的三次方，也称为这个数的**立方**(cube).

练一练

1. 计算：

(1) $(-5)^3$；　　(2) $\left(-\frac{1}{2}\right)^5$；

(3) $\left(-\frac{1}{3}\right)^4$；　　(4) -5^3；

(5) 0.1^4；　　(6) 1^8.

2. 填空：

(1) $3^2+4^2=(\quad)^2$；(2) $5^2+12^2=(\quad)^2$；

(3) $7^2+24^2=(\quad)^2$；(4) $9^2+40^2=(\quad)^2$.

3. 观察下列各式，然后填空：

$$10=10^1;$$
$$100=10\times10=10^2;$$
$$1\,000=10\times10\times10=10^3;$$
$$\underline{\qquad}=\underline{\qquad\qquad}=10^4;$$
$$\underline{\qquad\qquad}=\underline{\qquad\qquad\qquad}=10^5;$$
$$\underline{\qquad\qquad\qquad}=\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad}=10^6.$$

“先见闪电，后闻雷声”，那是因为光的传播速度大约为300 000 000 m/s，而在常温下，声音在空气中的传播速度大约为340 m/s，光的传播速度远远大于声音的传播速度．

做一做

1. 人体中大约有25 000 000 000 000个红细胞．先将25 000 000 000 000输入计算器，再按“=”键，计算器上是如何显示这个数的？

2. 用计算器计算 8 000 000 × 600 000 000，计算器上是如何显示计算结果的？

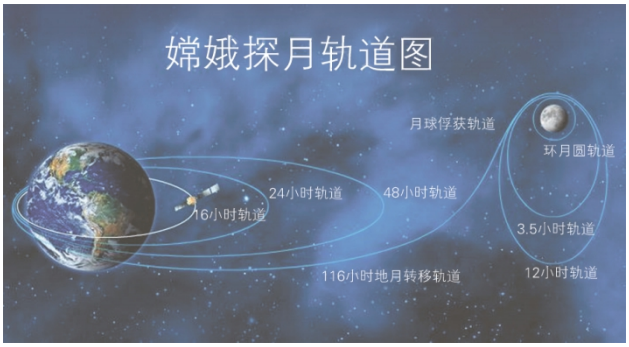
像这些较大的数可以用如下的方法简明地表示：

$25\,000\,000\,000\,000=2.5\times10\,000\,000\,000\,000=2.5\times10^{13}$；

$8\,000\,000\times600\,000\,000=4\,800\,000\,000\,000\,000=4.8\times1\,000\,000\,000\,000\,000=4.8\times10^{15}$.

一般地，一个大于 10 的数可以写成 $a\times10^n$ 的形式，其中 $1\leqslant a<10$，n 是正整数．这种记数法称为**科学记数法**(scientific notation).

例 3 2007 年 10 月 24 日我国成功发射“嫦娥 1 号”探月卫星．经绕地调相轨道、地月转移轨道飞行后，“嫦娥 1 号”于 11 月 7 日顺利进入绕月工作轨道，共飞行 326 h，行程约 1 800 000 km，其中在地月转移轨道飞行了436 600 km．试用科学记数法表示这两个行程．



解： 1 800 000 km $= 1.8 \times 10^6$ km，

436 600 km $= 4.366 \times 10^5$ km．

练一练

1. 用科学记数法表示下列各数：
   (1) 地球的半径大约为 6 400 km；
   (2) 地球与月球的平均距离大约为 384 000 km；
   (3) 地球与太阳的平均距离大约为 150 000 000 km．
2. 不用科学记数法写出下列各数：
   (1) 1.3×10^9；　　(2) 9.597×10^6；
   (3) 2.0×10^8．

计算器操作

对于平方运算，在输入底数后，按平方键 x^2，再按等号键 =，即得运算结果．

对于高于 2 次的乘方运算，输入底数后，按乘幂键 ^，然后输入指数，再按等号键 =，即得运算结果．

例　计算：$(-2.7)^3$．

解：依次按以下各键：((-) 2 • 7) ^ 3 = ．

计算器显示的结果为-19.683．

2.7 习题

1. 计算：

(1) 4^3；　　(2) $(-2.5)^3$；

(3) -0.3^4；　　(4) $-(-0.4)^2$；

(5) $\left(-\frac{3}{4}\right)^4$；　　(6) 10^6.

2. 如果你第 1 个月存 2 元，从第 2 个月起每个月的存钱数都是上个月的 2 倍，那么第 6 个月要存多少钱？第 12 个月呢？

3. 计算：

(1) $-3^2-(-3)^3+(-2)^2-2^3$；　　(2) $-18\div(-3)^2$.

4. 用科学记数法表示下列各数：

(1) 同步卫星在赤道上空大约 36 000 000 m 处；

(2) 太阳的半径约为 696 000 000 m；

(3) 月球的半径约为 1 738 000 m；

(4) 全球平均每年发生的雷电次数约为 16 000 000 次.

5. 1972 年 3 月美国发射的“先驱者 10 号”，是人类发往太阳系外的第一艘人造太空探测器．至 2003 年 2 月人们最后一次收到它发回的信号时，它已飞离地球 12 200 000 000 km．用科学记数法表示这个距离.

6. 截至 2002 年 3 月，由我国拉面高手创造的吉尼斯纪录是用 1 kg 面粉拉扣 21 次.

(1) 请用计算器计算当时共拉出多少根细面条.

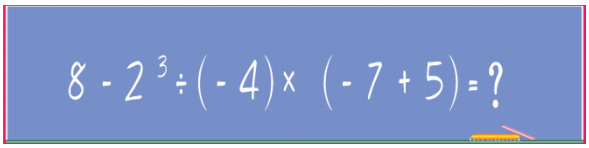
(2) 经测量，当时每根面条的长为 1.29 m，拉面高手所拉出的细面条的总长度能超过珠穆朗玛峰的高度吗？

7. 2003 年 10 月 15 日，我国成功发射了第一艘载人航天飞船——“神舟 5 号”．它先在一个椭圆形轨道上飞行 4 圈，约167 676 km，然后变轨进入离地面343 km的以地球中心为圆心的圆形轨道，在圆形轨道上飞行 10 圈后返回地面．若地球半径为6 400 km，试计算“神舟 5 号”航天飞船在椭圆形轨道和圆形轨道上一共飞行了多少千米，并用科学记数法表示这个结果.

（第 7 题）

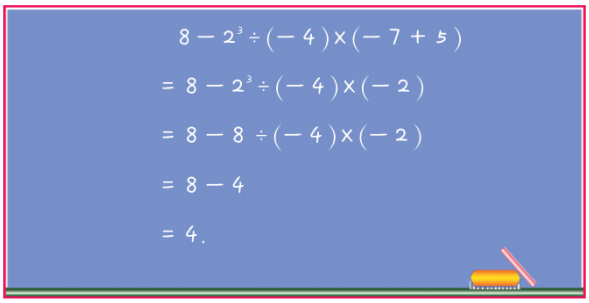
2.8 有理数的混合运算

小学里，进行加、减、乘、除混合运算的顺序，是“先乘除，后加减，如果有括号，先进行括号内的运算”.



上面的算式中，含有有理数的加、减、乘、除、乘方运算，像这样的有理数的混合运算，有以下运算顺序：

先乘方，后乘除，再加减，如果有括号，先进行括号内的运算.



例 1 计算：$9+5\times(-3)-(-2)^2\div4$.

解： $9+5\times(-3)-(-2)^2\div4$

$=9+5\times(-3)-4\div4$

$=9-15-1$

$=-7.$

例 2 计算：$(-5)^3\times[2-(-6)]-300\div5$.

解： $(-5)^3\times[2-(-6)]-300\div5$

$=(-5)^3\times8-300\div5$

$=(-125)\times8-300\div5$

$=-1\,000-60$

$=-1\,060.$

练一练

计算：

(1) $18-6\div(-3)\times(-2)$；(2) $2^4+16\div(-2)^2\div(-10)$；

(3) $(-3)^3\div(6-3^2)$；　　(4) $\left(5+3\div\frac{1}{3}\right)\div(-2)+(-3)^2$.

例 3　计算：$\left(-\frac{1}{3}\right)\times 3\div 3\times\left(-\frac{1}{3}\right)$.

解：

$$\left(-\frac{1}{3}\right)\times 3\div 3\times\left(-\frac{1}{3}\right)$$
$$=(-1)\times\frac{1}{3}\times\left(-\frac{1}{3}\right)$$
$$=\left(-\frac{1}{3}\right)\times\left(-\frac{1}{3}\right)$$
$$=\frac{1}{9}.$$

例 4　计算：$\left(-\frac{1}{4}-\frac{5}{6}+\frac{8}{9}\right)\div\left(-\frac{1}{6}\right)^2+(-2)^2\times(-14)$.

解：

$$\left(-\frac{1}{4}-\frac{5}{6}+\frac{8}{9}\right)\div\left(-\frac{1}{6}\right)^2+(-2)^2\times(-14)$$
$$=\left(-\frac{1}{4}-\frac{5}{6}+\frac{8}{9}\right)\times 36+4\times(-14)$$
$$=-\frac{1}{4}\times 36-\frac{5}{6}\times 36+\frac{8}{9}\times 36+(-56)$$
$$=-9-30+32-56$$
$$=-63.$$

练一练

计算：

(1) $\left(\frac{1}{4}-\frac{5}{6}+\frac{1}{3}+\frac{3}{2}\right)\div\left(-\frac{1}{2}\right)^2$；

(2) $\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right)\times(-6)+\left(-\frac{1}{2}\right)^2\div\left(-\frac{1}{2}\right)^3$；

(3) $-1^4-[2-(-3)^2]$.

计算器操作

进行有理数混合运算，只要按算式依次输入数字和符号，输入完毕后，按等号键 [=]，即得运算结果．

例　计算：$(-3.2+4.5)\div 3^3$.

解：依次按以下各键：[(] [(-)] [3] [.] [2] [+] [4] [.] [5] [)] [÷] [3] [^] [3] [=]．

计算器显示0.048 148 148，再按 [a b/c] 键，显示的结果为$\frac{13}{270}$.

2.8 习题

1. 计算：

(1) $8-(-4)\div 2^2\times 3$；

(2) $(-3)^3\div(-3)\div 9$；

(3) $7\times 3^2\div 3+(-3)^2$；

(4) $-5+(-2)^4-2^4\div(-2)^3$.

2. 计算：

(1) $(-28)\div(-6+4)+(-1)\times 5$；

(2) $2\div(-2)+0\div 7-(-8)\times(-2)$；

(3) $3\times 4^2+80\div 5\div 2^3-27$；

(4) $12^2\div(-3)^2\times(-2)^3-(-9)^2\div 3^3$.

3. 计算：

(1) $\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{2}\right)\div\left(-\frac{1}{12}\right)\times(-12)$；

(2) $(-6)^2\div\left(-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{12}\right)$；

(3) $\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{2}-\frac{5}{6}-\frac{3}{4}\right)\div\left(-\frac{1}{3}\right)^2$；

(4) $(-2)^3\times 8-8\times\left(\frac{1}{2}\right)^3+8\div\frac{1}{8}$.

4. 用计算器计算：

(1) $-5+28\div(-2)\times(-14)$；

(2) $-2^3\div 4\times(-5)^2$；

(3) $-2\times 0.1^3\times(-0.2)^2-(-0.8)$；

(4) $2^4\times(-0.3)^2+(-8)\div 0.2^3$.

阅读

分　类

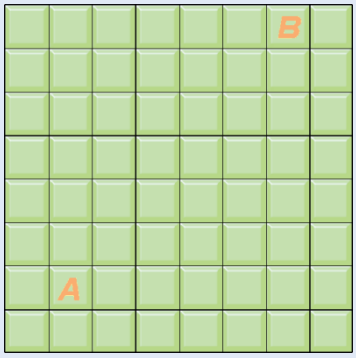
人们数钱时通常先将钱币分类，把相同面值的钱币整理在一起；商场陈列商品时也总是分类摆放……

在讨论有理数的有关问题时，我们常把有理数分为正有理数、负有理数和零 3 类，比如把有理数的绝对值分为正数的绝对值、负数的绝对值和零的绝对值 3 种情况来讨论；在研究有理数的运算(如有理数的加法、乘法)时，把两个有理数分为同号、异号以及两数中至少有一个是零来研究．

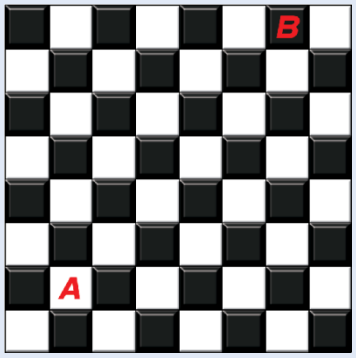
分类是研究问题的一种常用方法，通过分类，可以使复杂的问题变得简单明了，易于解决．

如图(1)，在一个 8×8 的方格棋盘的 A 格里放一枚棋子，如果规定棋子每步只能向上、向下或向左、向右走一格，那么 A 格里的这枚棋子走 28 步后能否到达 B 格?

按上面的规定，棋子每走一步都面临几种可能的选择，所以该棋子走完 28 步后，可能出现的情况十分复杂．



(1)



(2)

如图(2)，如果把棋盘上的方格分成黑白相间的两类，使每个黑格的周围都是白格，每个白格的周围都是黑格，那么棋子从白色的 A 格出发，第一步必定进入黑格，第二步必定进入白格，第三步又进入黑格……也就是说，棋子走奇数步时，进入黑格；走偶数步时，进入白格．由此可知，当棋子从 A 格出发走 28 步后，必定进入白格而不可能到达黑色的 B 格．

数学活动

算“24”

算“24”是一种常见的扑克牌游戏．

我们约定一副扑克牌中的 J 为 11，Q 为 12，K 为 13，A 为 1，黑色数字为正数，红色数字为负数．例如，图中的 2 张扑克牌分别表示 9、−11．

将一副扑克牌平均分给 2（或 4）人，每人每次出 2（或 1）张牌，将牌面所表示的数进行有理数的加、减、乘、除、乘方运算（每张牌只能用 1 次）．先算得“24”者记 2 分，然后抛出这 4 张牌；若无人算得“24”，则不将牌抛出，也不记分．

如此继续下去，直到大家都不能出牌为止．积分多者为胜．

小结与思考

在本章里，我们学习了有理数、无理数、数轴、绝对值、相反数以及有理数的运算法则和运算律．请思考下列问题：

1．你能说出有理数的加、减、乘、除运算与小学里相应的运算有哪些相同点、不同点吗？

2．从特殊的、具体的运算入手，探索、归纳出普遍适用的运算法则是本章研究问题的一个重要方法．对此，你感受最深的是哪一个法则的探索过程？

3．形与数结合有助于我们理解数学概念．例如，利用数轴，我们可以直观地比较数的大小，理解绝对值和互为相反数等概念的意义．你还记得在探讨有理数的运算法则时，怎样运用数形结合的方法吗？

4．作为有理数乘方的一种应用，科学记数法给人们表示较大的数带来了方便，你会用科学记数法表示较大的数吗？

5．本章中研究问题时，我们常常把研究的对象进行分类，从而使问题得到解决．分类是一种重要的数学思想方法，你能举出本章中用分类的思想方法解决问题的例子吗？

复习巩固

1. 将下列各数填入相应的括号内：

$$-2.5,\ 5\frac{1}{2},\ 0,\ 8,\ -2,\ \frac{\pi}{2},\ 0.7,\ -\frac{2}{3},$$

$$-1.121\,121\,112\cdots,\ \frac{3}{4},\ -0.\dot{0}\dot{5}.$$

正 数 集 合：{　　…}；

负 数 集 合：{　　…}；

有理数集合：{　　…}；

无理数集合：{　　…}.

2. 说出数轴上的点 A、B、C、D 所表示的数，在数轴上画出表示 -3.2和 2.6 的点.

（第 2 题）

3. 将下列各数按从小到大的顺序用“<”号连接起来：

$$-3^2,\ -|-2.5|,\ -\left(-2\frac{1}{2}\right),\ 0,\ -(-1)^{100},\ -|-\pi|.$$

4. 填空：

(1) 一个数的绝对值是 0.37，这个数是_____；

(2) 一个数的平方是 49，这个数是_____；

(3) 一个数的相反数是 $-2\frac{1}{5}$，这个数是_____，它的绝对值是_____；

(4) 某水文观测站的记录员将高于平均水位 1.5 m 的水位记作 +1.5 m，那么 −0.8 m 表示_____；如果该站的平均水位为 51.3 m，那么 −1.12 m 表示的实际水位为_____.

（第 4(4) 题）

5. 计算：

(1) $22+(-4)+(-2)+4$；

(2) $-15-[-1-(4-20)]$;

(3) $-4-28-(-19)+(-24)$;

(4) $-11+22-(-3)\times 11$;

(5) $48\div[(-2)^3-(-4)]$;

(6) $(-1)^3\times(-5)\div[(-3)^2+2\times(-5)]$.

6. 计算:

(1) $\left(-\frac{2}{9}\right)+\left(-\frac{7}{9}\right)-(-2)$;

(2) $4.6-\left(-\frac{3}{4}+1.6-4\right)-\frac{3}{4}$;

(3) $\left(\frac{1}{2}-3+\frac{5}{6}-\frac{7}{12}\right)\div\left(-\frac{1}{36}\right)$;

(4) $\left[\frac{3}{4}+\left(-\frac{1}{2}\right)-\left(-\frac{7}{8}\right)\right]\div\left(-\frac{7}{8}\right)$;

(5) $-3\times\left(-\frac{1}{3}\right)^3-\left(\frac{1}{3}\right)^2\div\left(-\frac{2}{3}\right)^2$;

(6) $\left[-\frac{1}{3}\times\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{1}{9}\right)\div\frac{2}{3}\right]\div(-2)^3$.

7. 用科学记数法表示下列各数:

(1) 9 460 528 000 000;

(2) 602 000 000 000 000 000 000 000.

灵活运用

8. 计算:

(1) $[(-3)^2-2^2-(-5)^2]\times\frac{5}{6}\div\frac{4}{9}\times(-2)^4$;

(2) $4\frac{1}{2}\times\left[-3^2\times\left(-\frac{1}{3}\right)^2-0.8\right]\div\left(-5\frac{1}{4}\right)$.

9. 用计算器计算:

(1) $2\times 92.35^2+83.96^3$;

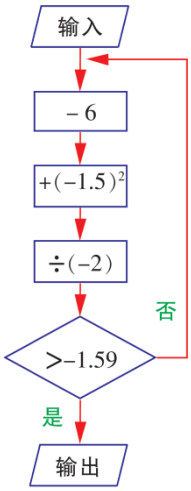
(2) $\left[\frac{2}{3}\div(-4)-\frac{1}{4}\times(-0.4)\right]\div\left(\frac{1}{3}\right)^2-(-2)$.

10. 用 4 个 1 组成一个数,看看谁组成的数大.

11. 某药品说明书中有以下一段文字:“用药后,在(0.67±0.15) h 血液中的药浓度达到最高.”你能说明其中“±0.15”的意义吗?

12. 按图中程序计算，并把输出的结果填入表内：

输　入	输　出
2	
6	
8	



（第 12 题）

13. 学校图书馆平均每天借出图书 50 册．如果某天借出 53 册，就记作＋3；如果某天借出 40 册，就记作－10．上星期图书馆借出图书记录如下：

星期一	星期二	星期三	星期四	星期五
0	＋8	＋6	－2	－7

（1）上星期五借出图书多少册？

（2）上星期二比上星期五多借出图书多少册？

（3）上星期平均每天借出图书多少册？

14. 邮递员骑车从邮局出发，先向西骑行 2 km 到达 A 村，继续向西骑行3 km到达 B 村，然后向东骑行 9 km 到达 C 村，最后回到邮局．

（1）以邮局为原点，向东方向为正方向，用 1 cm 表示 1 km，画出数轴，并在该数轴上表示 A、B、C 三个村庄的位置；

（2）C 村离 A 村有多远？

（3）邮递员一共骑行了多少千米？

15. 某地的国际标准时间(GMT)是指该地与格林尼治(Greenwich)的时差．以下为同一时刻 5 个城市的国际标准时间（“＋”表示当地时间比格林尼治时间早，“－”表示当地时间比格林尼治时间晚）：

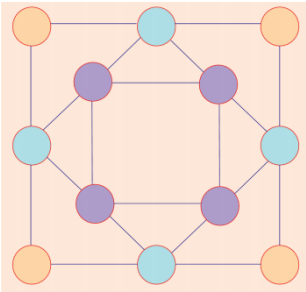
城　市	伦　敦	北　京	东　京	多伦多	纽　约
国际标准时间	0	＋8	＋9	－4	－5

(1) 伦敦时间中午 12 点时，东京和多伦多的当地时间分别是几点？

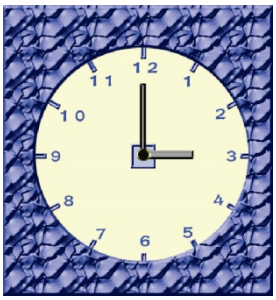
(2) 北京时间早晨 7 点时，纽约的当地时间是几点？

探索研究

16. 如图，有 3 个正方形，每个正方形的顶点处都有一个“○”. 请将 −12、−10、−8、−6、−4、−2、1、3、5、7、9、11 这 12 个数填入恰当的位置，使每个正方形的 4 个顶点处“○”中的数的和都为 −2. 如果将这 12 个数改为 −11、−9、−7、−5、−3、−1、2、4、6、8、10、12，还能满足要求吗？请与同学交流.



（第 16 题）

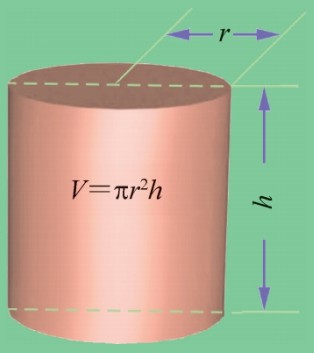


（第 17 题）

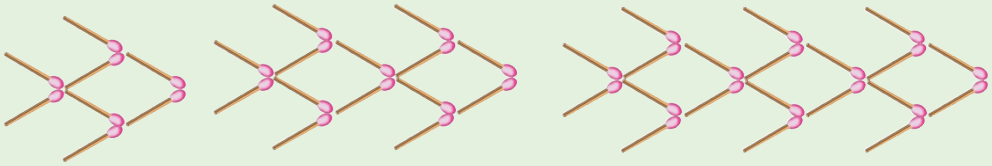
17. 在钟面上的 12 个数前面，恰当地添上正号或负号，使它们的和为 0. 你能做到吗？请与同学交流.

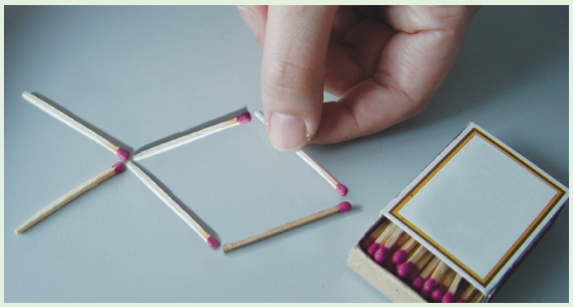
18. 桌子上有 3 只杯口朝上的茶杯，每次翻转 2 只，能否经过若干次翻转使这 3 只杯子的杯口全部朝下？7 只杯口朝上的茶杯，每次翻转 3 只，能否经过若干次翻转使这 7 只杯子的杯口全部朝下？如果用“+1”、“−1”分别表示杯口“朝上”、“朝下”，你能用有理数的运算说明理由吗？

第3章 代数式

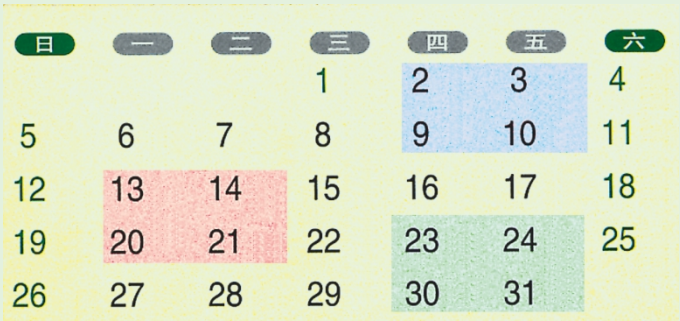


从具体到抽象，我们用字母表示数；
从特殊到一般，我们用代数式揭示数量之间的关系．





搭 1 条、2 条、3 条“小鱼”各用多少根火柴棒？
按同样方式，搭 20 条“小鱼”要用多少根火柴棒？



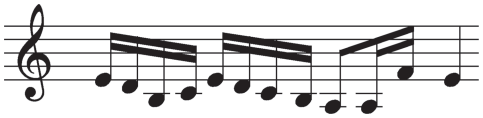
日	一	二	三	四	五	六
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	

设涂色方框中一个日期是 a，你能写出方框中的其余 3 个日期吗？

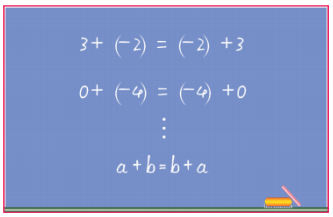
本章将研究用字母表示数、代数式以及整式的加减运算．

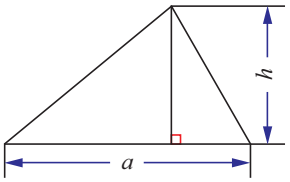
3.1　字母表示数

在生活中，经常用图标表示某种意义．



在数学中，经常用字母表示数．



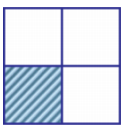


数学实验室

用同样大小的两种不同颜色的正方形纸片，按图 3－1 的方式拼正方形．

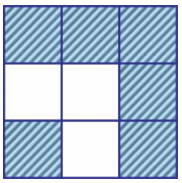
（1）

第(1)个图形中有 1 个小正方形．



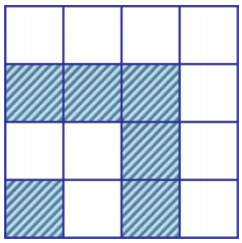
（2）

第(2)个图形比第(1)个图形多____个小正方形．



（3）

第(3)个图形比第(2)个图形多____个小正方形．



第(4)个图形比第(3)个图形多____个小正方形.

(4)

⋮

图 3－1

第(10)个图形比第(9)个图形多几个小正方形？第(100)个比第(99)个呢？第(n)个比第(n－1)个呢？

你还有什么发现？

1. 小明今年 n 岁，小明比小丽大 2 岁，小丽今年_____岁.

2. 小丽 t h 走了 s km，她的平均速度是_____km/h.

3. 一件羊毛衫标价 a 元，如果按标价的 80%(8 折)出售，那么这件羊毛衫的售价是_____元.

4. 一个长方形的长是宽的 2 倍. 如果宽为 a m，那么这个长方形的面积是_____m^2.

5. 一套校服，上衣 a 元，裤子比上衣便宜 15 元，裤子_____元.

6. 练习本每本 m 元，小丽买了 5 本，小亮买了 2 本，小丽比小亮多用_____元.

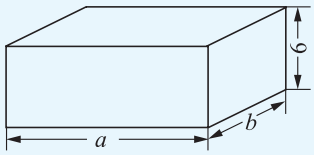
7. 学生剧场的楼上有 a 个座位，楼下有 b 个座位，楼上、楼下共有座位_____个.

8. 公共汽车上有 40 人，到达某站后，下车 m 人，上车 n 人，这时车上共有_____人.

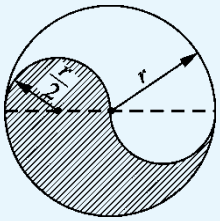
用字母表示数，可以使问题中的数量关系表示得更简明，更具有一般性.

1. 某城市市区人口 a 万人，市区绿地面积 b 万平方米，平均每人拥有绿地_____平方米.

2. 某城市 5 年前人均年收入为 n 元，预计今年人均年收入是 5 年前的 2 倍多 500 元，今年人均年收入将达_____元．
3. 如图，长方体的体积是_____，表面积是_____．



（第 3 题）



（第 4 题）

4. 图中阴影部分的面积是_____，周长是_____．
5. 用字母表示学过的 1 个数学公式、运算法则或运算律．

3.1 习题

1. 填空：
   (1) 彩笔每盒 12 枝，3 盒彩笔共_____枝，5 盒彩笔共_____枝，n 盒彩笔共_____枝；
   (2) 每年植树 1 ha，5 年植树_____ha；每年植树 2 ha，5 年植树_____ha；每年植树 x ha，5 年植树_____ha；
   (3) 回收废纸 1 kg，可生产再生纸 0.6 kg，某学校去年回收废纸 a kg，这些废纸可生产再生纸_____kg；
   (4) 长方体的宽是 a cm，长比宽的 2 倍多 1 cm，高比宽少 2 cm，这个长方体的长是_____cm，高是_____cm；
   (5) 小明在电脑上 1 min 录入汉字 50 个，小明的妈妈 1 min 录入汉字 40 个．如果各录入 x 个汉字，那么小明比妈妈少用_____min．
2. 甲种食品每袋 a 元，9 折出售；乙种食品每袋 b 元，8 折出售．两种食品各买 1 袋，共需多少元？
3. 用 16 m 长的篱笆围成长方形的生物园饲养小兔，如果生物园的宽为 a m，那么生物园的面积有多大？
4. 某种商品的进价为每件 a 元，商店将进价提高 30%后作为零售价，销售旺季过后，商店又以 8 折优惠价促销，这时该商品的零售价为多少元？

3.2 代数式

试一试

观察图 3－2 月历中各涂色方框里的 4 个数，它们之间有怎样的关系？

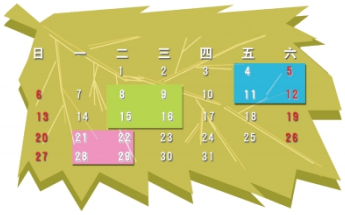


图 3－2

图 3－3

如图 3－3，用字母 a 表示月历的方框里右上角的数，试写出其他 3 个数.

如果用字母 a 表示图 3－3 方框里另一个位置的数，你能写出其他 3 个数吗？

议一议

某航空公司规定：乘坐经济舱的旅客每位可免费携带行李20 kg，超重部分每千克按票价的 1.5%付行李费．于是，随着机票价格和携带行李质量的变化，需付的行李费也将发生变化．

（1）从南京出发，携带行李 30 kg 乘飞机分别到达下列城市，应付行李费多少元？

南京始发航班公布票价表

到达站	北京	广州	重庆	长春	天津	…
票价/元	1 010	1 180	1 280	1 460	880	…

（2）如果机票价格为 m 元，携带行李 30 kg，应付行李费多少元？

（3）如果机票价格为 m 元，携带行李 n kg($n>20$)，应付行李费多少元？

像 $a-1$、$a+6$、$a+7$、$40-m+n$、$0.015m(n-20)$、$\frac{s}{t}$ 和 $2a^2$ 这样的式子都是**代数式**(algebraic expression).

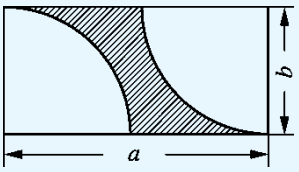
单独一个数或一个字母也是代数式．

代数式可以简明地描述许多实际问题中的数量关系．

在代数式中，数字与字母、字母与字母相乘，乘号通常用“·”表示或省略不写，并且把数字写在字母的前面，除法运算通常写成分数的形式．

练一练

1. 在月历中任意圈出同列中相邻的三个数，设中间的一个数为 a，按从小到大的顺序用含 a 的代数式表示这三个数：_____．
2. 用代数式表示图中阴影部分的面积．



（第 2 题）

（第 3 题）

3. 剪绳子：
   (1) 将一根绳子对折 1 次后从中间剪一刀（如图），绳子变成_____段；将一根绳子对折 2 次后从中间剪一刀，绳子变成_____段；将一根绳子对折 3 次后从中间剪一刀，绳子变成_____段；
   (2) 将一根绳子对折 n 次后从中间剪一刀，绳子变成_____段．

例 1　为提高电能利用效率，供电公司用“峰谷分时电价”引导居民合理安排用电时间．某地每天8:00到21:00为用电高峰段（简称“峰时”），峰时电价为 0.55 元/千瓦时；21:00 时到次日8:00为用电低谷段（简称“谷时”），谷时电价为 0.35 元/千瓦时．该地某用户上月峰时用电 a 千瓦时，谷时用电 b 千瓦时，该用户上月的峰时电费、谷时电费和总电费分别为多少？

解： 根据峰谷分时电价计费方法，

峰时电费为 $0.55a$ 元；

谷时电费为 $0.35b$ 元；

总电费为 $(0.55a+0.35b)$ 元．

代数式 $0.55a$、$0.35b$、$0.15m$、$2a$、$2a^2$、$0.8a$ 和 abc 等都是数与字母的积，像这样的代数式叫做单项式．

单独一个数或一个字母也是单项式．

单项式中的数字因数叫做单项式的系数．单项式中所有字母的指数的和叫做单项式的次数．如 $\frac{s}{50}$ 的系数是 $\frac{1}{50}$，次数是 1；abc 的系数是 1，次数是 3；$\frac{1}{2}\pi r^2$ 的系数是 $\frac{1}{2}\pi$，次数是 2.

例 2 如图 3－4，要在长方形和环形地块中铺设草坪，长方形的长、宽分别为 a m、b m，环形的外圆、内圆的半径分别为 R m、r m，求共需草皮的面积．

解： 长方形地块中需铺草皮 ab m^2，

环形地块中需铺草皮 $(\pi R^2-\pi r^2)$ m^2，

共需草皮 $(ab+\pi R^2-\pi r^2)$ m^2.

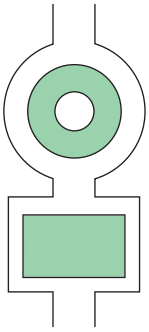


图 3－4

几个单项式的和叫做多项式．例如，$n-2$、$0.55a+0.35b$、$ab+\pi R^2-\pi r^2$ 等都是多项式．

多项式中，每个单项式叫做多项式的项；多项式里含有几项，就把这个多项式叫做几项式，其中次数最高的项的次数叫做这个多项式的次数，不含字母的项叫做常数项．例如，

多项式 $n-2$ 是二项式，它的次数是 1，其中 -2 是常数项；多项式 $ab+\pi R^2-\pi r^2$ 是三项式，它的次数是 2.

单项式和多项式统称**整式**(integral expression).

议一议

填空：

(1) 苹果每千克 a 元，橘子每千克 b 元，买 5 千克苹果、6 千克橘子应付_____元；

(2) 小明每步长 a m，小亮每步长 b m，小明、小亮从小桥的两端相向而行，小明走 5 步、小亮走 6 步两人相遇，小桥长_____m；

(3) a 个五边形、b 个六边形共有_____条边．

与同学交流列出的代数式，你有什么发现？

代数式 $2(x+y)$ 可以表示不同的实际意义，试举例说明．

练一练

1. 若 n 表示任意一个整数，试用含 n 的代数式表示任意一个偶数、任意一个奇数．
2. 用代数式表示：
   (1) 比 a 的 $\frac{1}{2}$ 大 5 的数是_____；
   (2) 与 b 的和是 100 的数是_____；
   (3) 自来水每立方米 m 元，电每千瓦时 n 元，小丽家本月用水8 立方米、用电 100 千瓦时，应交水电费_____元；
   (4) 小明沿着一条直路跑 3 km 后，再以 4 km/h 的速度继续往前走了 t h，小明离起点_____km；
   (5) 一个两位数的个位数字是 a，十位数字是 b，这个两位数是_____；
   (6) 某商场推出 7.5 折优惠销售活动，现售价为 y 元的商品的原价是_____元．
3. 说出下列多项式的次数和各项的系数：

$$x-y,\ -a^2b^3+a^3b^2,\ \frac{x}{2}-\frac{y}{3},\ 3a^2+2b^3.$$

3.2 习题

1. 填空：

(1) 小明买了单价分别为 10 元和 12 元的两种书共 8 本，其中单价为 10 元的书 a 本，应付_____元；

(2) 一件运动衣的成本价为 m 元，先按成本价提高 50%后标价，再按标价的 9 折出售，这件运动衣的售价是_____元；

(3) 小明站在小亮的前面，两人同时同向起跑，小明的速度为 4 m/s，小亮的速度为 6 m/s，经过 x s 后小亮追上小明，起跑时小明站在小亮前面_____m；

(4) 圆柱形食品罐侧面的商标纸，展开后是边长为 a cm 的正方形（不计接口部分），这个食品罐的体积是_____cm^3.

(第1(4)题)

2. 写出下列代数式表示的实际意义：

(1) 一个等边三角形的边长为 p，一个正方形的边长为 q，则 $3p+4q$ 表示_____；

(2) 一根弹簧长 10 cm，每挂质量为 1 kg 的物体，弹簧伸长 0.5 cm，则 $10+0.5x$ 表示_____；

(3) 若 n 是整数，则 $n(n+1)(n+2)$ 表示_____；

(4) 每枝铅笔 a 元，每本笔记本 b 元，则 $100-(4a+3b)$ 表示_____；

(5) $6a^2$ 可以表示_____；

(6) $5m+2$ 可以表示_____.

3. 某超市的苹果比甜橙多 5 箱，若甜橙为 a 箱，该超市共有这两种水果多少箱？

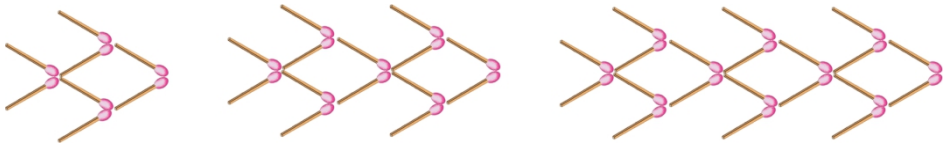
4. 某超市 8 月份营业额为 m 万元，9 月份营业额比8 月份增长了 25%，该超市 9 月份营业额为多少万元？

5. 林老师用分期付款的方法购买汽车：首期付款 a 元，以后每月付款 1 500 元，直至付清欠款．x 个月后，林老师共付款多少元？

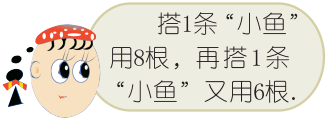
6. 为鼓励节约用水，某地推行阶梯式水价计费制，标准如下：每月用水不超过 17 立方米的按每立方米 a 元计费；超过 17 立方米而未超过30 立方米的部分按每立方米 b 元计费；超过 30 立方米的部分按每立方米c 元计费．某户居民上月用水 35 立方米，应缴水费多少元？

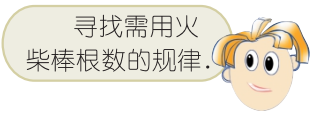
3.3　代数式的值

用火柴棒按以下方式搭“小鱼”.



搭 20 条“小鱼”需用多少根火柴棒？搭 100 条“小鱼”呢？





按上述方式搭“小鱼”，并在下表中记录所用火柴棒的根数.

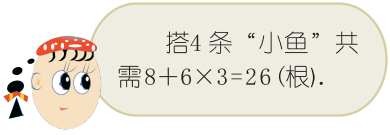
“小鱼”条数	1	2	3	4	5	…
火柴棒根数	8	14	20			…

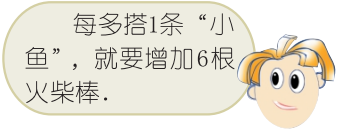
从记录的数据看，所用火柴棒的根数随所搭“小鱼”条数的增加而增加：

搭 1 条“小鱼”，用了 8 根火柴棒；

搭 2 条“小鱼”，增加了 6 根火柴棒，即 $8+6=14$(根)；

搭 3 条“小鱼”，又增加了 6 根火柴棒，即 $8+6\times2=20$(根)；





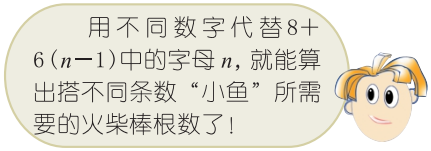
由此可知，搭 n 条“小鱼”，所需火柴棒的根数为：$8+6(n-1)$.

用 20 代替 $8+6(n-1)$ 中的 n，得

$$8+6\times(20-1)=122;$$

用 100 代替 $8+6(n-1)$ 中的 n，得

$$8+6\times(100-1)=602.$$



所以，搭 20 条“小鱼”需用 122 根火柴棒，搭 100 条“小鱼”需用 602 根火柴棒.

根据问题的需要，用具体数值代替代数式中的字母，计算所得的结果叫做代数式的值.

例 当 $a=-2$、$b=-3$ 时，求代数式 $2a^2-3ab+b^2$ 的值.

解： 当 $a=-2$、$b=-3$ 时，

$$\begin{aligned}&2a^2-3ab+b^2\\=&\ 2\times(-2)^2-3\times(-2)\times(-3)+(-3)^2\\=&\ 2\times4-3\times(-2)\times(-3)+9\\=&\ 8-18+9\\=&\ -1.\end{aligned}$$

填表：

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$2x-1$							
$-3x$							
x^2							

根据所填表格，讨论下列问题：

(1) 当 x 为何值时，代数式 $2x-1$ 的值等于 -1？

(2) 随着 x 的值增大，代数式 $2x-1$、$-3x$ 的值怎样变化？

(3) 随着 x 的值增大，代数式 x^2 的值怎样变化？

一般地，代数式的值随着代数式中字母取值的变化而变化.

练一练

1. 当 $x=2$ 时，求下列代数式的值：

(1) $4x^2-4x+4$；　　(2) $5x^3-2x^2+x-3$.

2. 根据所给 a、b 的值，求代数式 a^2b-ab^2-6 的值：

(1) $a=3$，$b=-1$；　　(2) $a=-\frac{1}{2}$，$b=8$.

3. 填表并回答问题：

x	$-\frac{3}{2}$	-1	0	$\frac{1}{2}$	1.5	9
$3x$						
$-2x+1$						

(1) 当 x 为何值时，代数式 $-2x+1$ 的值等于 0？

(2) 随着 x 的值增大，代数式 $3x$、$-2x+1$ 的值怎样变化？

小明的爸爸存入 2 年期的定期储蓄 8 800 元(假定 2 年期定期储蓄的年利率为 3.9%)，到期后本息和(本金与利息的和)自动转存 2 年期的定期储蓄．像这样，要转存几次就能使本息和超过 10 000 元？请你按图 3－5 的程序，用计算器帮小明的爸爸算一算．

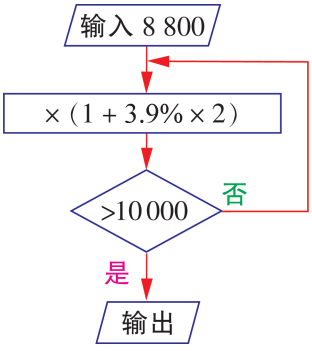


图 3－5

做一做

1. 按图 3－6 的程序计算并填写下表：

输入	-2.5	-0.49	0	$\frac{3}{1\,000}$	$\frac{7}{8}$	1.99
输出						

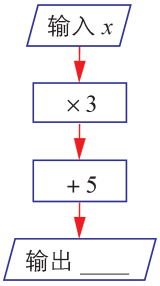


图 3－6

2. 先在图 3－7 中写出计算的程序，再填写下表：

x	$-1\frac{1}{4}$	-1	$-\frac{3}{4}$	0	$\frac{3}{4}$	1	$1\frac{1}{4}$
$3x^2-5$							

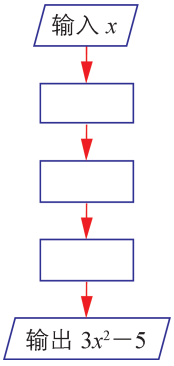
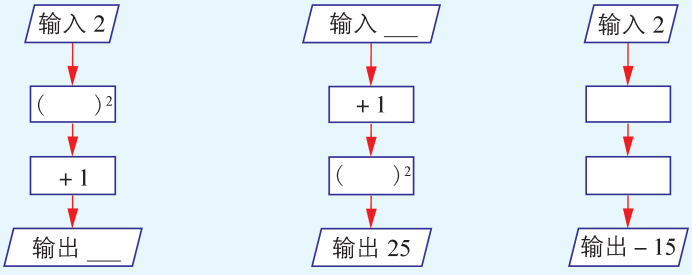


图 3－7

练一练

在下列计算程序中填写适当的数或转换步骤：



3.3 习题

1. 当 $a=2$、$b=3$ 时，求下列代数式的值：

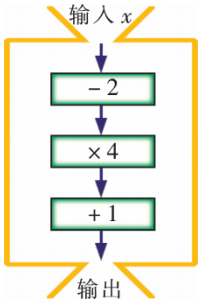
(1) $2a+2b$；　　(2) $2(a+b)$；

(3) a^2b^2；　　(4) $(ab)^2$；

(5) a^2+b^2；　　(6) $(a+b)^2$；

(7) $a^2+2ab+b^2$；　　(8) $2(2a-b)^3-(2a-b)^2+8(2a-b)$.

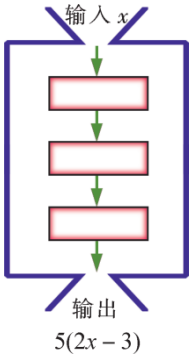
2. 根据数值转换机的示意图，填写下表：



（第 2 题）

输入	-2	$-1\frac{1}{2}$	-1	0	0.5	0.75	1.2
输出							

3. 写出数值转换机示意图的转换步骤，并填写下表：



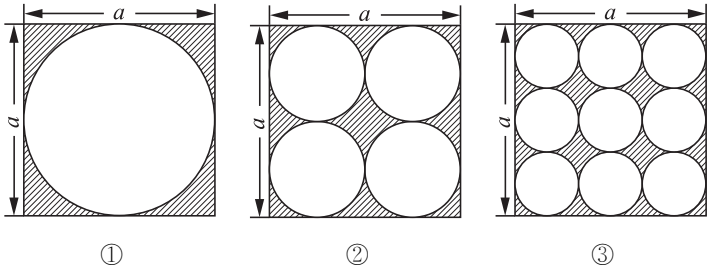
（第 3 题）

输入	-1	$-\frac{1}{2}$	0	1.5	2	$\frac{5}{2}$	5.89
输出							

4. 已知摄氏温度(℃)与华氏温度(℉)之间的转换关系是：$t_C=\frac{5}{9}(t_F-32)$ 或 $t_F=32+\frac{9}{5}t_C$(t_C 表示 t 摄氏度，t_F 表示 t 华氏度)．某天，纽约的气温是 64.4 ℉，上海的气温是 18 ℃，试比较这天两地气温的高低．

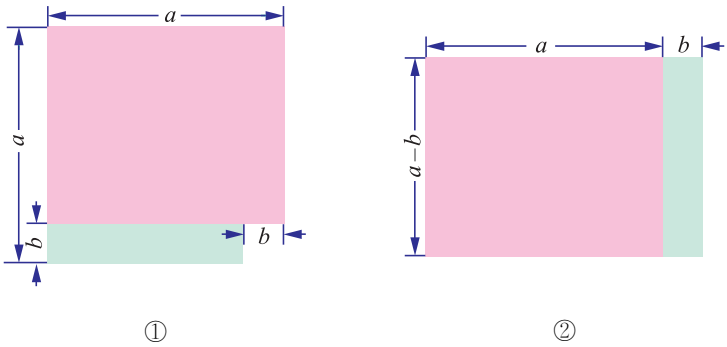
5. (1) 用含 a 的代数式分别表示图①～③中阴影部分的面积；

(2) 当 $a=10$ 时，计算图①～③中阴影部分的面积．



（第 5 题）

6. 图①、图②分别由两个长方形拼成．用含 a、b 的代数式表示它们的面积．



（第 6 题）

7. 查阅有关资料，寻找球的表面积、体积计算公式，并计算地球的表面积和体积(地球半径约为 6 400 km).

3.4　合并同类项

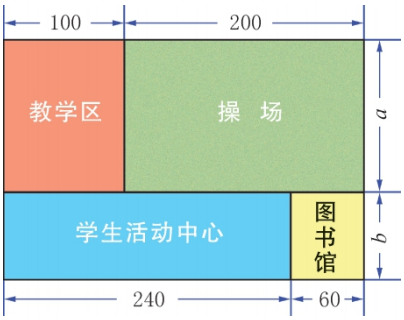
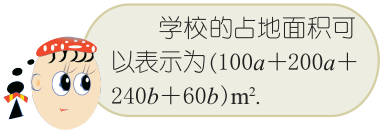
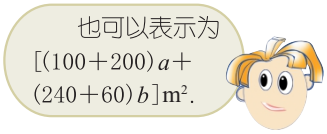


图 3－8

图 3－8 是某学校校园的总体规划图（单位：m），试计算这个学校的占地面积．





根据乘法分配律，

$(100+200)a=100a+200a$，$(240+60)b=240b+60b$.

小明与小丽的算法都正确．

由此可知，计算 $100a+200a$，可以先把它们的系数相加，再乘 a；计算 $240b+60b$，可以先把它们的系数相加，再乘 b.

$100a$ 和 $200a$；$240b$ 和 $60b$；$-9x^2y^3$ 和 $5x^2y^3$；$5ab^2$、$\frac{1}{2}ab^2$ 和 $-13ab^2$ 有什么共同特点？

所含字母相同，并且相同字母的指数也相同的项叫做**同类项**（like terms）．几个常数项也是同类项．

把下列各式中的同类项合并成一项：

（1）$7a-3a=$_____；　（2）$4x^2+2x^2=$_____；

（3）$-9x^2y^3+5x^2y^3=$_____；（4）$5ab^2+\frac{1}{2}ab^2-13ab^2=$_____.

根据乘法分配律把同类项合并成一项叫做**合并同类项**(unite like terms).

合并同类项法则

同类项的系数相加，所得的结果作为系数，字母和字母的指数不变.

例 1 合并同类项：

(1) $-3x+2y-5x-7y$；　　(2) $a^2-3ab+5-a^2-3ab-7$.

解：(1) $-3x+2y-5x-7y$

$=-3x-5x+2y-7y$　　加法交换律

$=(-3-5)x+(2-7)y$　　合并同类项法则

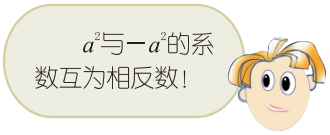
$=-8x-5y$；

(2) $a^2-3ab+5-a^2-3ab-7$

$=a^2-a^2-3ab-3ab+5-7$

$=(1-1)a^2+(-3-3)ab+(-2)$

$=-6ab-2$.



练一练

1. 合并同类项：

(1) $3x-5x$；　　(2) $-4ab+\frac{9}{2}ab$；

(3) $a^2-3a-3a^2+a^2+2a-7$；　(4) $x^2-5xy+yx+2x^2$.

2. 填空：

(1) $2xy+(\quad\quad)=7xy$；

(2) $-a^2b-(\quad\quad)=a^2b$；

(3) $m^2+m+(\quad\quad)+(\quad\quad)-1=3m^2-2m-1$.

例 2 合并多项式 $5m^3-3m^2n-m^3+2nm^2-7+2m^3$ 中的同类项.

解： $5m^3-3m^2n-m^3+2nm^2-7+2m^3$

$=5m^3-m^3+2m^3+2m^2n-3m^2n-7$

$=(5-1+2)m^3+(2-3)m^2n-7$

$=6m^3-m^2n-7$.

做一做

求代数式 $2x^3-5x^2+x^3+9x^2-3x^3-2$ 的值，其中 $x=\frac{1}{2}$.

$2x^3-5x^2+x^3+9x^2-3x^3-2$
$=2x^3+x^3-3x^3-5x^2+9x^2-2$
$=(2+1-3)x^3+(-5+9)x^2-2$
$=4x^2-2.$
当 $x=\frac{1}{2}$ 时，原式 $=4\times\left(\frac{1}{2}\right)^2-2$
$=1-2=-1.$

当 $x=\frac{1}{2}$ 时，
$2x^3-5x^2+x^3+9x^2-3x^3-2$
$=2\times\left(\frac{1}{2}\right)^3-5\times\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^3+9\times\left(\frac{1}{2}\right)^2-3\times\left(\frac{1}{2}\right)^3-2$
$=\frac{1}{4}-\frac{5}{4}+\frac{1}{8}+\frac{9}{4}-\frac{3}{8}-2=-1.$

求代数式的值时，如果代数式中含有同类项，通常先合并同类项再进行计算.

议一议

求代数式 $5(x-2y)-3(x-2y)+8(x-2y)-4(x-2y)$ 的值，其中 $x=\frac{1}{2}$、$y=\frac{1}{3}$.

把 $x=\frac{1}{2}$、$y=\frac{1}{3}$ 代入后求值.

把 $(x-2y)$ 看成一个字母 a，这个代数式可以简化为 $5a-3a+8a-4a$.

设 $x-2y=a$，原式 $=5a-3a+8a-4a=6a$.

当 $x=\frac{1}{2}$、$y=\frac{1}{3}$ 时，

$a=x-2y=\frac{1}{2}-2\times\frac{1}{3}=-\frac{1}{6}.$

原式 $=6a=6\times\left(-\frac{1}{6}\right)=-1.$

练一练

1. 合并同类项：
   (1) $5a^2-2ab+3b^2+ab-3b^2-5a^2$；
   (2) $5x^3-4x^2y+2xy^2-3x^2y-7xy^2-5x^3$.
2. 求下列各式的值：
   (1) $6y^2-9y+5-y^2+4y-5y^2$，其中 $y=-\frac{3}{5}$；

(2) $3a^2+2ab-5a^2+b^2-2ab+3b^2$，其中 $a=-1$、$b=\frac{1}{2}$；

(3) $3(a+b)-\frac{2}{3}(a+b)-(a+b)-\frac{1}{3}(a+b)$，其中 $a=-\frac{1}{2}$、$b=\frac{1}{5}$.

3.4 习题

1. 判断下列计算是否正确，为什么？

(1) $3a+2b=5ab$；　　(2) $5y^2-2y^2=3$；

(3) $7a+a=7a^2$；　　(4) $4x^2y-2xy^2=2xy$.

2. 合并同类项：

(1) $-t-t-t$；

(2) $9ab-4ab+ab-7ab+5ab$；

(3) $-12x+6y-3+10x-2-y$；

(4) $5m-7n-8p+5n-9m-p$；

(5) $x^2y^2+3xy-7x^2y^2-\frac{5}{2}xy-1+5x^2y^2$；

(6) $a^3-2a^2b^2-(-3b^4)-4a^2b^2-\frac{1}{3}a^3+(-b^4)$.

3. 解答下列问题：

(1) 3 个连续偶数中最小的一个为 $2n$，这 3 个连续偶数的和为多少？

(2) 甲种商品的单价为 m 元，乙种商品的单价是甲种商品的一半，丙种商品的单价是甲种商品的 1.5 倍．甲、乙、丙 3 种商品各买 2 件，共需付多少元？

(3) 小明、小亮从同一地点同时反向绕环形跑道跑步，小明的速度为 a m/s，小亮的速度为 b m/s，经过 t s 两人第一次相遇．这条环形跑道的周长为多少？

4. 求下列各代数式的值：

(1) $m^2+4m-3m^2-5m+6m^2-2$，其中 $m=-\frac{3}{2}$；

(2) $5ab-7a^2b^2-8ab+5a^2b^2-ab$，其中 $a=\frac{1}{2}$、$b=-2$；

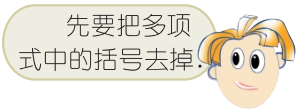
(3) $-(x-y+z)-2(x-y+z)-3(x-y+z)$，其中 $x=-1$、$y=-\frac{1}{2}$、$z=-2$.

3.5　去括号

在假期的勤工俭学活动中，小亮从报社以每份 0.4 元的价格购进 a 份报纸，以每份 0.5 元的价格卖出 b 份（$b \leqslant a$）报纸，剩余的报纸以每份 0.2 元的价格退回报社，小亮赢利多少元？

小亮购进 a 份报纸支出 $0.4a$ 元，售出 b 份报纸收入 $0.5b$ 元，退回剩余报纸收入 $0.2(a-b)$ 元．这样，小亮赢利 $[-0.4a+0.5b+0.2(a-b)]$ 元．

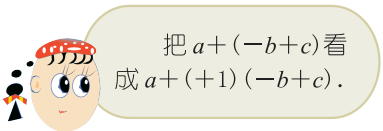
如何合并多项式 $-0.4a+0.5b+0.2(a-b)$ 中的同类项？

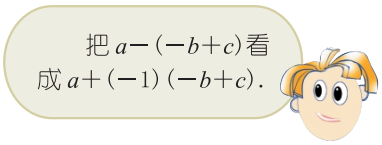


填表：

a	b	c	$a+(-b+c)$	$a-b+c$	$a-(-b+c)$	$a+b-c$
5	2	-1				
-6	-4	3				
-9.5	-5	-7				

你发现了什么？再换几个数试试．
能说明你发现的结论正确吗？





去括号法则

括号前面是“+”号，把括号和它前面的“+”号去掉，括号里各项的符号都不改变．

括号前面是“−”号，把括号和它前面的“−”号去掉，括号里各项的符号都要改变．

试一试

1. 计算 $-0.4a+0.5b+0.2(a-b)$.

2. 去括号：

(1) $5c^2-(a^2+b^2-ab)$；　　(2) $-m+(-n+p-q)$；

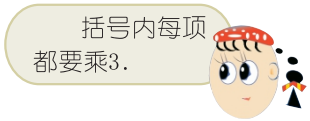
(3) $xy-(-2x^2-y^2+z^2)$；　　(4) $-(2x-y)+(z-1)$.

例　先去括号，再合并同类项：

(1) $5a-(2a-4b)$；　　(2) $2x^2+3(2x-x^2)$.

解：(1)
$$\begin{aligned}&5a-(2a-4b)\\=&\ 5a-2a+4b\\=&\ 3a+4b;\end{aligned}$$

(2)
$$\begin{aligned}&2x^2+3(2x-x^2)\\=&\ 2x^2+6x-3x^2\\=&-x^2+6x.\end{aligned}$$



练一练

1. 下列计算正确吗？如有错误，请改正．

(1) $-(-a-b)=a-b$；

(2) $5x-(2x-1)-x^2=5x-2x+1+x^2$；

(3) $3xy-\frac{1}{2}(xy-y^2)=3xy-\frac{1}{2}xy+y^2$；

(4) $(a^3+b^3)-3(2a^3-3b^3)=a^3+b^3-6a^3+9b^3$.

2. 先去括号，再合并同类项：

(1) $a+(-3b-2a)=$ _____；

(2) $(x+2y)-(-2x-y)=$ _____；

(3) $6m-3(-m+2n)=$ _____；

(4) $2x-3(x-y^2)+2(-x-y^2)=$ _____.

3.5 习题

1. 去括号：

(1) $4a-2(b-3c)$；　　(2) $-5a+\frac{1}{2}(4x-6)$；

(3) $3x+[4y-(7z+3)]$；　　(4) $-3a^3-[2x^2-(5x+1)]$.

2. 先去括号，再合并同类项：

(1) $(8x-5y)-(4x-9y)$；　　(2) $x-(2x-y)+(3x-2y)$；

(3) $2(x+y)+(-5x+2y)$；　　(4) $(3a^2-b^2)-3(a^2-2b^2)$；

(5) $-2(-3xy+2z)+3(-2xy-5x)$.

3.6　整式的加减

做 3 张如图 3－9 的卡片．

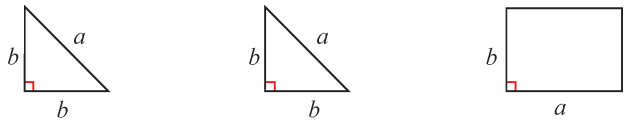
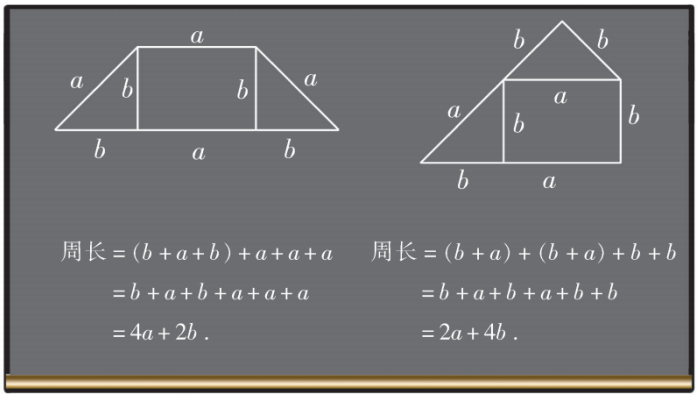


图 3－9

用它们拼成各种形状不同的四边形，并计算拼成的四边形的周长．



这两个四边形周长的和是：

$(4a+2b)+(2a+4b)=4a+2b+2a+4b=6a+6b.$

这两个四边形周长的差是：

$(4a+2b)-(2a+4b)=4a+2b-2a-4b=2a-2b.$

上面的这些计算就是整式的加减．

进行整式的加减运算时，如果有括号先去括号，再合并同类项．

例 1　求 $2a^2-4a+1$ 与 $-3a^2+2a-5$ 的差．

解：　$(2a^2-4a+1)-(-3a^2+2a-5)$

$=2a^2-4a+1+3a^2-2a+5$

$=5a^2-6a+6.$

例 2 求 $5(3a^2b-ab^2)-4(-ab^2+3a^2b)$ 的值，其中 $a=-2$、$b=3$.

解： $5(3a^2b-ab^2)-4(-ab^2+3a^2b)$

$=15a^2b-5ab^2+4ab^2-12a^2b$

$=3a^2b-ab^2$.

当 $a=-2$、$b=3$ 时，

原式 $=3\times(-2)^2\times3-(-2)\times3^2=36+18=54$.

练一练

1. 计算：

(1) $(5a+b)+6a$；

(2) $(2x-7)-(4x-5)$；

(3) $(3a^2-3a-1)-(5a^2+6a-8)$；

(4) $(8mn-3m^2)-5mn-2(3mn-2m^2)$.

2. 求 $3y^2-x^2+(2x-y)-(x^2+3y^2)$ 的值，其中 $x=1$、$y=-2$.

3.6 习题

1. 计算：

(1) $(2x-3y+7)+(6x-5y-2)$；

(2) $(a^2-6a-7)-(a^2-3a+4)$；

(3) $(7x+2y)+(4+3x)-(15y-7)$；

(4) $5(x+y)-4(3x-2y)-3(2x-3y)$.

2. 求下列各式的值：

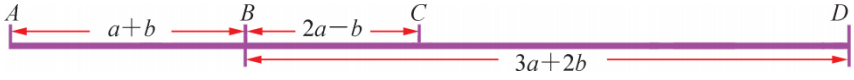
(1) $(4a^2-3a)-(2a^2+a-1)+(2-a^2-4a)$，其中 $a=-2$；

(2) $(ab-3a^2)-2b^2-5ab-(a^2-2ab)$，其中 $a=1$、$b=-2$.

3. A、B、C、D 四个车站的位置如图所示，求：

(1) A、D 两站的距离；

(2) C、D 两站的距离.



（第 3 题）

阅读

归　　纳

人们通过长期观察发现，如果早晨天空中有棉絮状的高积云，那么午后常有雷雨降临，于是有了“朝有破絮云，午后雷雨临”的谚语．在数学里，我们也常用这样的方法探求规律．例如，

三角形有 3 个顶点，如果在它的内部再画 n 个点，并以$(n+3)$个点为顶点画三角形，那么最多可以剪得多少个这样的三角形？

为了解决这个问题，我们可以从 $n=1$、$n=2$、$n=3$ 等具体的、简单的情形入手，探索最多可以剪得的三角形个数的变化规律．

三角形内点的个数	图　形	最多剪出的小三角形个数
1		3
2		5
3		7
⋮	⋮	⋮

通过观察、比较，可以发现：

$$3=1\times2+1,\ 5=2\times2+1,\ 7=3\times2+1\cdots\cdots$$

即三角形内的点每增加 1 个，最多可以剪得的三角形增加 2 个．

于是，我们可以猜想：

当三角形内的点的个数为 n 时，最多可以剪得 $(2n+1)$ 个三角形．

像这样通过对现象的观察、分析，从特殊到一般地探索这类现象的规律、提出猜想的思想方法称为归纳．

在日常生活中，人们互相交谈时，常常有人在列举了一些现象后，说“这(即列举的现象)说明……”其实这就是运用了归纳的方法．你有这样的经历和体验吗？

用归纳的方法得出的结论不一定正确，是否正确需要加以证实．

请你尝试用归纳的方法探索：

$1+3+5+7+\cdots+(2n-1)$ 的和是多少？

数学活动

月历中的数学

观察月历，思考下列问题：

(1) 在月历中任意圈出同一列上相邻的 3 个数，这 3 个数的和的最大值、最小值各是多少？你能说明理由吗？

(2)

a	b	c
d	e	f
g	h	i

是一个 3×3 型的框图，试根据当年的月历，说明在某个月的月历表中可以得到几个这样的框图？你能说明这样的 3×3 型框图中的 9 个数的和一定是 9 的倍数吗？

如果是十字型、H 型、4×4 型的框图呢？

(3) 自己设计一个框图，并探索它的规律．

小结与思考

1. 代数式是数学符号组成的语言，是刻画现实世界中数量关系的重要工具．

2. 在实际问题中，数量之间的关系常常可以用代数式表示；同一个代数式可以表示不同实际问题中的数量关系．你能举例说明吗？

3. 代数式的值由代数式里的字母所取的值确定，它随字母所取值的变化而变化．

4. 合并同类项、去括号法则是整式运算的重要工具，你能说出推导这两个法则的依据吗？

5. 在本章里，我们曾把 $5(x-2y)-3(x-2y)+8(x-2y)-4(x-2y)$ 中的“$x-2y$”看成一个字母 a，使这个代数式简化为 $5a-3a+8a-4a$．在数学中，常常用这样的方法把复杂问题转化为简单问题．

复习巩固

1. 用代数式表示：

(1) 今年小丽 a 岁，她的数学老师的年龄比小丽年龄的 3 倍小 3 岁，5 年后，小丽_____岁，小丽的数学老师_____岁；

(2) 从 n 边形的一个顶点出发，分别连接这个顶点与其余各顶点，可以把这个 n 边形分割成_____个三角形；

(3) 正方形的边长是 a cm，当边长增加 b cm 时，它的周长是_____，面积是_____；

(4) 某市去年销售汽车 m 辆，预测今年的销售量比去年增长 $a\%$，今年可销售汽车_____辆；

(5) 用一根长 a cm 的铁丝围成一个圆，这个圆的半径是_____.

2. 举例说明下列代数式的意义：

(1) $\pi R^2-\pi r^2$：_____；

(2) $8x+9y$：_____；

(3) $\dfrac{a+b+c+d}{4}$：_____；

(4) $12(a-b)$：_____；

(5) $90\%x+110\%y$：_____；

(6) $(a+b)(a-b)$：_____.

3. 计算：

(1) $2xy-\dfrac{1}{2}x^3+2xy+0.5x^3+\dfrac{1}{2}$；

(2) $3x+(-5x^3)-(-2x)-5x-(+3x^2)$；

(3) $(3mn-5m^2)-(3m^2-5mn)$；

(4) $(a^2+2ab+b^2)-(a^2-2ab+b^2)$；

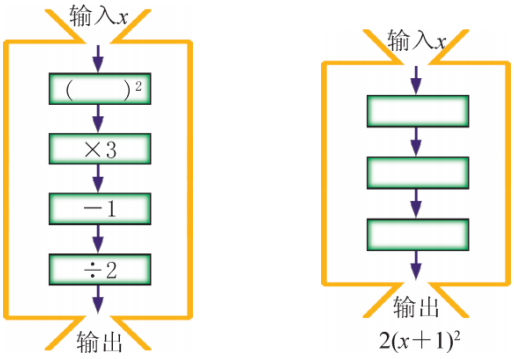
(5) $2a+2(a+1)-3(a-1)$；

(6) $7x+4(x^2-2)-2(2x^2-x+3)$；

(7) $4ab-3b^2-[(a^2+b^2)-(a^2-b^2)]$；

(8) $(9a-2b)-[8a-(5b-2c)]+2c$.

4. 下面是一组数值转换机的示意图，写出图①的输出结果及图②的转换步骤，并按要求填写下表：



①　　②

输　入	-3	-2	-1	0	1	2	3
图①输出							
图②输出							

（第 4 题）

5. 根据下列各组 x、y 的值，计算代数式 $9x^2+1.5(y-4)$ 的值．

(1) $x=-1$，$y=-2$；　　(2) $x=-\frac{1}{3}$，$y=2$；

(3) $x=0$，$y=-1$；　　(4) $x=2$，$y=4$.

6. 先化简，再求值：

(1) $\frac{3}{2}m-\left(\frac{5}{2}m-1\right)+3(4-m)$，其中 $m=-3$；

(2) $5a^2-[3a-(2a-3)+4a^2]$，其中 $a=-2$；

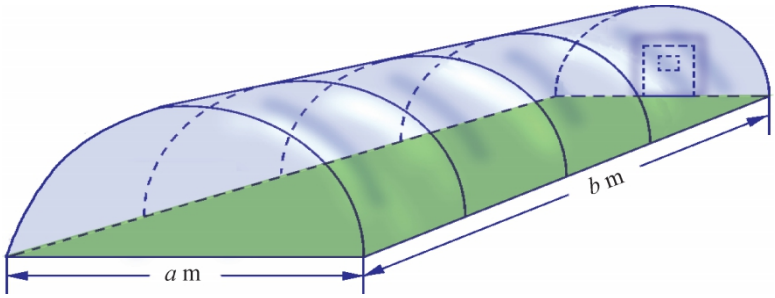
(3) $5(3a^2b-ab^2)-4(-ab^2+3a^2b)$，其中 $a=\frac{1}{2}$、$b=-\frac{1}{3}$；

(4) $4xy-[(x^2+5xy-y^2)-(x^2+3xy-2y^2)]$，其中 $x=-\frac{1}{4}$、$y=-\frac{1}{2}$；

(5) $abc-[2ab-(3abc-bc)+4abc]$，其中 $a=2$、$b=-\frac{1}{2}$、$c=-1$.

7. 已知 $t=-\frac{1}{2}$，求代数式 $2(t^2-t-1)-(t^2-t-1)+3(t^2-t-1)$ 的值．

8. 如图，用塑料薄膜搭建一个截面为半圆的暖房，至少需要塑料薄膜多少平方米？



（第 8 题）

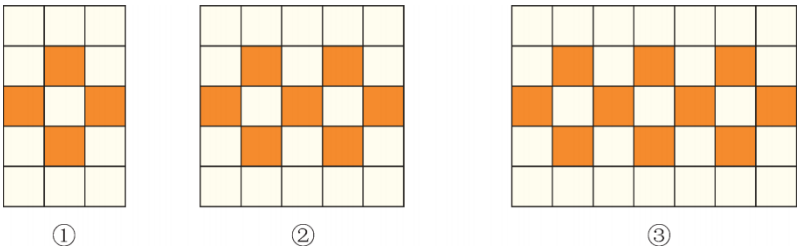
9. 拖拉机油箱贮油 60 L，在正常情况下，拖拉机工作 1 h 耗油 5.5 L.

（1）工作 t h 后油箱内还剩多少油？

（2）利用(1)的结果，分别计算拖拉机工作 4.75 h、6.5 h、9 h 后油箱内的剩油量．

灵活运用

10. 用正方形的普通水泥砖和彩色水泥砖按下图的方式铺人行道：



（第 10 题）

（1）图①中有彩色水泥砖_____块，

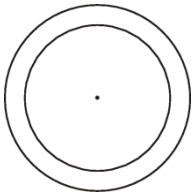
图②中有彩色水泥砖_____块，

图③中有彩色水泥砖_____块；

（2）像这样，第 ⓝ 个图形有彩色水泥砖_____块．

11. 3 个朋友在一起，每两人握一次手，他们一共握了几次手？4 个朋友在一起呢？n 个朋友在一起呢？

12. 如图，如果圆环中外圆的周长比内圆的周长长1 m，那么外圆的半径比内圆的半径大多少？



（第 12 题）

13. 试写出一个含 x 的代数式，使得当 $x=4$ 时，代数式的值为 -20.

14. 试写出一个含 a 的代数式，使 a 不论取什么值，这个代数式的值总是正数．

15. 试写出两个多项式，使它们的和为 a^2+b^2.

探索研究

16. 比较 $(a+b)$ 与 $(a-b)$ 的大小．

17. 如果代数式 $5a+3b$ 的值为 -4，那么代数式 $2(a+b)+4(2a+b)$ 的值是多少？

18. 小明说："请你任意想一个数，把这个数乘 2 后加 8，然后除以 4，再减去你原来所想的那个数的 $\frac{1}{2}$，我可以知道你计算的结果."你相信吗？请与同学交流．

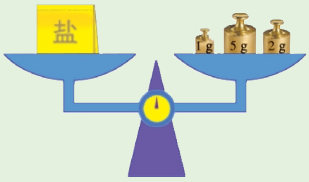
第4章　一元一次方程

$2x+1=5$

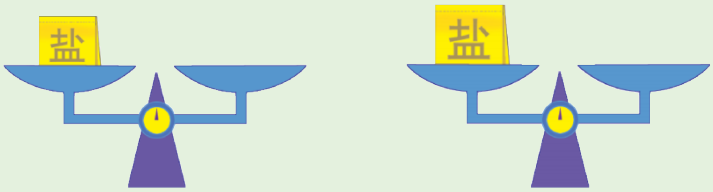
方程，表达数量之间相等关系的“天平”，是解决实际问题的有效模型．

有一架天平和 1 g、2 g、5 g 的砝码各 2 个．

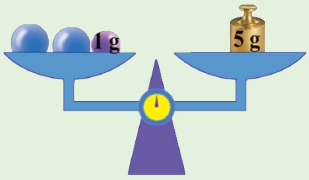
如下图，可以称出食盐的质量为 8 g.



已知下图天平左盘中食盐的质量分别为 9 g 和 13 g，在右盘中放置哪些砝码，可使这两架天平保持平衡状态？



下图中两个相同小球的质量相等，你知道这两个小球的质量吗？



本章将学习一元一次方程的概念、解法和应用．

4.1　从问题到方程

在现实世界的许多实际问题中，通常有已知的量和未知的量，这些数量之间常常有相等的关系．

议一议

1．怎样描述图 4－1 中天平平衡所表示的数量之间的相等关系？

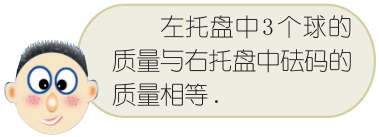
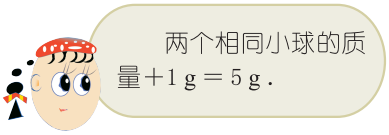
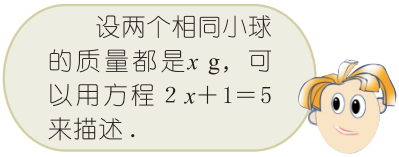
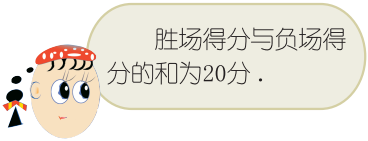


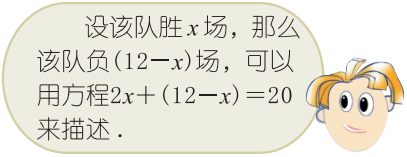
图 4－1





2．篮球联赛规则规定：胜一场得 2 分，负一场得 1 分．某篮球队赛了 12 场，共得 20 分．怎样描述其中数量之间的相等关系？





实际问题中数量之间的相等关系，可以用多种不同的方式描述．通过比较可以看出，用方程描述这种相等关系最简明．

想一想

我国古代问题：以绳测井，若将绳三折测之，绳多四尺；若将绳四折测之，绳多一尺．绳长、井深各几何？

这段话的意思是：用绳子量井深，把绳三折来量，井外余绳四尺；把绳四折来量，井外余绳一尺．绳长、井深各几尺？

如果设绳长为 x 尺，那么 $\left(\frac{1}{3}x-4\right)$ 尺表示井深；类似地，$\left(\frac{1}{4}x-1\right)$ 尺也表示井深．于是，可以用方程

$$\frac{1}{3}x-4=\frac{1}{4}x-1$$

来描述这个问题中数量之间的相等关系．

试一试

1. 我们知道，按图 4－2 的方式搭 n 条“小鱼”需要 $[8+6(n-1)]$ 根火柴棒．

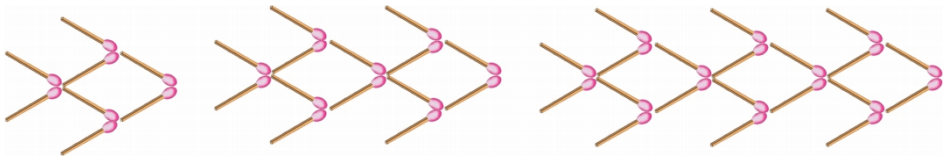


图 4－2

搭 n 条“小鱼”用了 140 根火柴棒，怎样用方程来描述其中数量之间的相等关系？

2. 今年小红 5 岁，爸爸 32 岁．

(1) 用代数式分别表示 x 年后小红与爸爸的年龄；

(2) 如果 x 年后小红的年龄是爸爸年龄的 $\frac{1}{4}$，怎样用方程来描述其中数量之间的相等关系？

方程 $2x+1=5$、$2x+(12-x)=20$、$\frac{1}{3}x-4=\frac{1}{4}x-1$、$8+6(n-1)=140$、$5+x=\frac{1}{4}(32+x)$，它们都只含有一个未知数(元)，并且未知数的次数都是1(次). 像这样的方程，叫做**一元一次方程**(linear equation with one unknown).

练一练

用方程描述下列问题中数量之间的相等关系：

1. 一头半岁的蓝鲸体重 22 t，90 天后体重为 30.1 t. 设蓝鲸体重平均每天增加 x t，可得方程_____.
2. 把 50 kg 大米分装在 3 个同样大小的袋子里，装满后还剩余 5 kg. 设每个袋子可装大米 x kg，可得方程_____.
3. 甲、乙两城市间的铁路经过技术改造后，列车在两城市间的运行速度从 100 km/h 提高到 120 km/h，运行时间缩短了 2 h. 设甲、乙两城市间的路程为 x km，可得方程_____.

4.1 习题

用方程描述下列问题中数量之间的相等关系：

1. 小亮买 5 本练习本和 2 枝圆珠笔一共用了 5.5 元，圆珠笔每枝 1.5 元．设练习本每本 x 元，可得方程_____.
2. 小丽从出版社邮购 3 本同样的书，包括邮费的总价为 37.5 元，邮费 6 元．设每本书 x 元，可得方程_____.
3. 某市出租车的收费标准是：起步价为 8 元，起步里程为 3 km（3 km以内按起步价付费），3 km 后每千米收 2 元．某人乘出租车从甲地到乙地共付费 16 元．设甲、乙两地间的路程为 x km，可得方程_____.
4. 甲、乙两人分别用面值为 20 元和 10 元的人民币购买一本同样的书，甲找回的钱是乙找回钱的 6 倍．设这本书的价格为 x 元，可得方程_____.

4.2 解一元一次方程

怎样求一元一次方程 $2x+1=5$、$2x+(12-x)=20$、$\frac{1}{3}x-4=\frac{1}{4}x-1$、$8+6(n-1)=140$、$5+x=\frac{1}{4}(32+x)$ 中未知数的值呢？

填表：

x	1	2	3	4	5
$2x+1$					

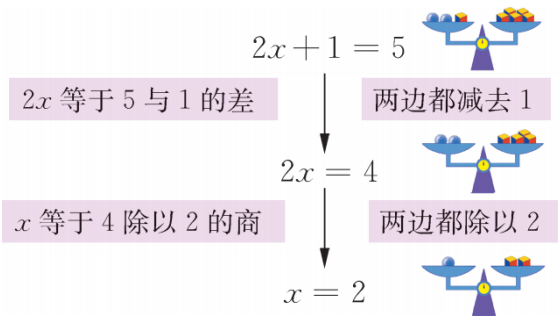
当 $x=$ _____ 时，方程 $2x+1=5$ 两边的值相等．

分别把 0、1、2、3、4 代入下列方程，哪一个值能使方程两边的值相等？

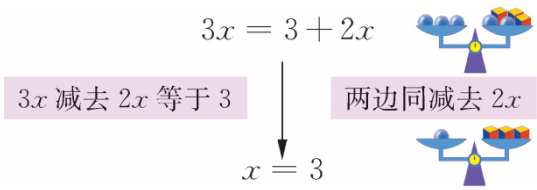
(1) $2x-1=5$；　　(2) $3x-2=4x-3$.

能使方程两边的值相等的未知数的值叫做**方程的解**(solution of equation)．求方程的解的过程叫做**解方程**(solving equation)．

方程 $2x+1=5$ 可以变形如下：



方程 $3x=3+2x$ 可以变形如下：



从上面的变形中，你发现等式具有怎样的性质？

等式的基本性质

等式两边都加上(或减去)同一个数或同一个整式，所得结果仍是等式．

等式两边都乘(或除以)同一个数（除数不能是 0)，所得结果仍是等式．

例 1　解下列方程：

(1) $x+5=2$；　　(2) $-2x=4$.

解：(1) 两边都减去 5，得

$$x+5-5=2-5.$$

合并同类项，得

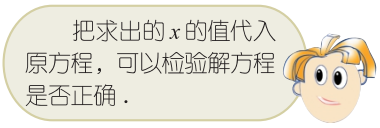
$$x=-3.$$

(2) 两边都除以 -2，得

$$\frac{-2x}{-2}=\frac{4}{-2},$$

即

$$x=-2.$$



求方程的解就是将方程变形为 $x=a$ 的形式．

解下列方程：

(1) $x+2=-6$；　　(2) $3x=10-2x$；

(3) $\frac{1}{2}x=3$；　　(4) $-6x=2$.

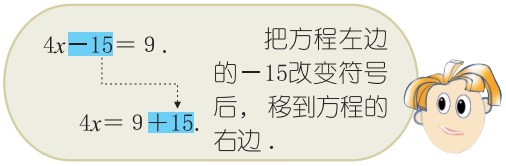
例 2　解方程 $4x-15=9$.

解：两边都加上 15，得

$$4x=9+15.$$

合并同类项，得

$$4x=24.$$



两边都除以 4，得

$$x = 6.$$

例 3 解方程 $2x = 5x - 21$.

解： 两边都减去 $5x$，得

$$2x - 5x = -21.$$

$2x = 5x - 21.$

$2x - 5x = -21.$

把方程右边的 $5x$ 改变符号后，移到方程的左边．

合并同类项，得

$$-3x = -21.$$

两边都除以 -3，得

$$x = 7.$$

方程中的某些项改变符号后，可以从方程的一边移到另一边，这样的变形叫做**移项**(moving terms).

例 4 解方程 $x - 3 = 4 - \frac{1}{2}x$.

解： 移项，得

$$x + \frac{1}{2}x = 4 + 3.$$

合并同类项，得

$$\frac{3}{2}x = 7.$$

两边都除以 $\frac{3}{2}$，得

$$x = \frac{14}{3}.$$

也可以在方程 $\frac{3}{2}x=7$ 的两边都乘 $\frac{2}{3}$.

方程“两边都除以 $\frac{3}{2}$ 或乘 $\frac{2}{3}$”，都能把未知数 x 的“系数化为 1”.

练一练

1. 解下列方程：

(1) $5x + 2 = -8$；　　(2) $3x = 5x - 14$；

(3) $7 - 2x = 3 - 4x$；　　(4) $\frac{1}{2}x + 1 = 3 - x$.

2. 解习题 4.1 中第 1、2 题列出的方程．

例 5　解方程 $-3(x+1)=9$.

解：去括号，得

$$-3x-3=9.$$

移项，得

$$-3x=9+3.$$

合并同类项，得

$$-3x=12.$$

系数化为 1，得

$$x=-4.$$

也可以在原方程两边都除以−3．

这里“系数化为1”就是“两边都除以−3”.

例 6　解方程 $2(2x+1)=1-5(x-2)$.

解：去括号，得

$$4x+2=1-5x+10.$$

移项，得

$$4x+5x=1+10-2.$$

合并同类项，得

$$9x=9.$$

系数化为 1，得

$$x=1.$$

练一练

1. 解下列方程：

(1) $2(x-1)=6$；　　(2) $4-x=3(2-x)$；

(3) $5(x+1)=3(3x+1)$；　　(4) $2(x-2)=3(4x-1)+9$.

2. 解习题 4.1 中第 3、4 题列出的方程．

例 7　解方程 $\frac{x+1}{2}=\frac{4}{3}x+1$.

分析：只要设法把方程中的分母去掉，就可以把它转化为像例 6 那样不含分母的方程求解．

解：两边都乘 6，得

$$3(x+1)=8x+6.$$

去括号，得

$$3x+3=8x+6.$$

6 是原方程中分母 2 与 3 的最小公倍数．方程“两边都乘 6”就能“去分母”.

移项、合并同类项，得

$$-5x=3.$$

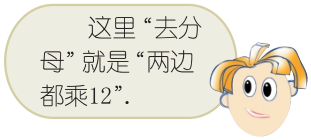
系数化为 1，得

$$x=-\frac{3}{5}.$$

例 8 解方程 $\frac{1}{3}(2x-5)=\frac{1}{4}(x-3)-\frac{1}{12}$.

解： 去分母，得

$$4(2x-5)=3(x-3)-1.$$



去括号，得

$$8x-20=3x-9-1.$$

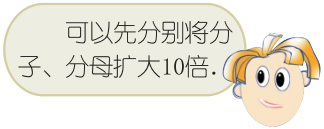
移项、合并同类项，得

$$5x=10.$$

系数化为 1，得

$$x=2.$$

如何解方程 $\frac{x-2}{0.2}-\frac{x+1}{0.5}=3$?



解一元一次方程有哪些步骤？

一般地，解一元一次方程的步骤是：去分母，去括号，移项，合并同类项，未知数的系数化为 1.

通过这些步骤可以将一个一元一次方程转化为 $x=a$ 的形式.

1. 解下列方程：

(1) $\frac{5x-1}{6}=\frac{7}{3}$；　　(2) $\frac{x-1}{2}=x+3$；

(3) $\frac{1}{3}(x+1)=\frac{1}{7}(2x+3)$；(4) $\frac{1}{2}(x-1)=2-\frac{1}{5}(x+2)$.

2. 解本章 4.1 节中“练一练”第 3 题列出的方程.

3. 当 x 取何值时，代数式 $\frac{x+2}{2}$ 的值比 $\frac{x-1}{3}$ 的值小 2?

4.2 习题

1. 解下列方程：

(1) $3x+2=5$；　　(2) $10x+1=9$；

(3) $5x-8=8x+1$；　　(4) $2-3x=4-2x$.

2. 解下列方程：

(1) $x+2=7-4x$；　　(2) $2y-1=5y+7$；

(3) $20-2x=-x-1$；　　(4) $4-0.3x=3-0.4x$；

(5) $\frac{1}{2}x-2-3x=-2$；　　(6) $\frac{1}{3}x-1=3x+\frac{1}{3}$.

3. 解下列方程：

(1) $2(x+1)=6$；　　(2) $4(x-1)=1-x$；

(3) $3-(1+2x)=2x$；　　(4) $3(2x-1)-2(1-x)=0$.

4. 当 x 为何值时，$5(x+2)$ 与 $2(2x+7)$ 的值相等？

5. 在梯形面积公式 $S=\frac{1}{2}(a+b)h$ 中，已知 $a=12$、$h=8$、$S=120$，求 b.

6. 解下列方程：

(1) $5-\frac{x+1}{5}=x$；　　(2) $\frac{1}{2}x-3=\frac{1}{5}x$；

(3) $\frac{2x-1}{3}=\frac{2x+1}{6}-1$；　　(4) $\frac{x+1}{2}-1=\frac{2-3x}{3}$.

7. 已知 $y_1=x+3$，$y_2=2-x$.

(1) 当 x 取何值时，y_1 与 y_2 的值相等？

(2) 当 x 取何值时，y_1 的值比 y_2 的值的 2 倍大 5？

阅读

丢番图的墓志铭

古希腊数学家丢番图(Diophantus，公元 3—4 世纪)被认为是代数学的鼻祖，但历史上没有一本正式的著作里留下他完整的生平介绍，甚至连他的国籍都没有明确的记载．然而有趣的是，他竟然有一个墓志铭，上面镌刻着他的一些情况：

“他生命的六分之一是幸福的童年．再活十二分之一，颊上长出了细细须．又过了生命的七分之一才结婚．再过 5 年他感到很幸福，得了一个儿子．可是这孩子光辉灿烂的生命只有他父亲的一半．儿子死后，老人在悲痛中活了 4 年，结束了尘世的生涯．”

你知道丢番图结婚时和去世时的年龄分别是多少吗？

4.3 用一元一次方程解决问题

数学实验室

准备一本月历，两人一组做游戏：

(1) 在月历的同一行上任意圈出相邻的 5 个数，并把这 5 个数的和告诉同学，让同学求出这 5 个数；

(2) 在月历上任意找 1 个数以及它的上、下、左、右的 4 个数，把这 5 个数的和告诉同学，让同学求出这 5 个数.

问题 1 一张桌子有一张桌面和四条桌腿，做一张桌面需用木料 0.03 m^3，做一条桌腿需用木料 0.002 m^3. 用 3.8 m^3 木材可做多少张这样的桌子(不计木材加工时的损耗)?

分析： 这个问题中数量之间有这样的相等关系：

做桌面所需木料的体积 + 做桌腿所需木料的体积 = 3.8 m^3.

解： 设可做 x 张这样的桌子.

根据题意，得

$$0.03x + 4 \times 0.002x = 3.8.$$

解这个方程，得

$$x = 100.$$

答： 用 3.8 m^3 木材可做 100 张这样的桌子.

用一元一次方程解决问题，通常先用字母表示适当的未知数，并用含有这个字母的代数式表示其他相关的量，再根据实际问题中数量之间的相等关系列出方程，然后解这个方程，写出问题的答案.

练一练

1. 某商店今年共销售 21 英寸(54 cm)、25 英寸(64 cm)、29 英寸(74 cm)3 种彩电 360 台，它们的销售数量的比是1∶7∶4. 这 3 种彩电各销售了多少台?

2. 某学生寄了 2 封信和一些明信片，一共用了 5.6 元．已知每封信的邮费为 1.2 元，每张明信片的邮费为 0.8 元．他寄了多少张明信片？
3. 一本书封面的周长为 68 cm，长比宽多 6 cm．这本书封面的长和宽分别是多少？
4. 某人从甲地到乙地，全程的$\frac{1}{2}$乘车，全程的$\frac{1}{3}$乘船，最后又步行 4 km 到达乙地．甲、乙两地的路程是多少？

问题 2　小丽在水果店用 18 元买了苹果和橘子共 6 千克，已知苹果每千克 3.2 元，橘子每千克 2.6 元．小丽买了苹果和橘子各多少千克？

分析：这个问题中数量之间的相等关系是：

买苹果的金额＋买橘子的金额＝18 元．

可以列出表格：

品　名	单价/(元/千克)	质量/千克	金额/元
苹　果	3.2	x	
橘　子	2.6		

把表格填写完整后，就可以根据相等关系列出方程．

解：设苹果买了 x 千克，则橘子买了$(6-x)$千克．

根据题意，得

$$3.2x+2.6(6-x)=18.$$

解这个方程，得

$$x=4.$$

$$6-x=2.$$

答：小丽买了苹果 4 千克、橘子 2 千克．

在问题 2 中，如果设橘子买了 x 千克，可以列出怎样的方程？

练一练

1. 某班学生分两组参加植树活动，甲组有 17 人，乙组有25 人，后来由于需要，从甲组抽调了部分学生去乙组，结果乙组的人数是甲组的 2 倍．从甲组抽调了多少学生去乙组？
2. 在一场篮球比赛中，小明投中的两分球、三分球共得 28 分，且他投中的两分球比三分球多 4 个．小明投中的两分球、三分球各几个？
3. 某蔬菜经营户，用 120 元从蔬菜市场批发了番茄和豆角共 45 千克，番茄、豆角当天的批发价、零售价如下表：

品　名	番　茄	豆　角
批发价/(元/千克)	2.4	3.2
零售价/(元/千克)	3.6	5.0

(1) 这天该经营户批发了番茄和豆角各多少千克？

(2) 当天卖完这些番茄和豆角能盈利多少元？

问题 3　某小组计划做一批“中国结”，如果每人做 5 个，那么可比计划多做 9 个；如果每人做 4 个，那么将比计划少做 15 个．该小组共有多少人？计划做多少个“中国结”？

分析：设该小组共有 x 人．

(1) 如果每人做 5 个“中国结”，那么共可做 $5x$ 个，比计划多 9 个.

可以画出如图 4－3 的线形示意图：

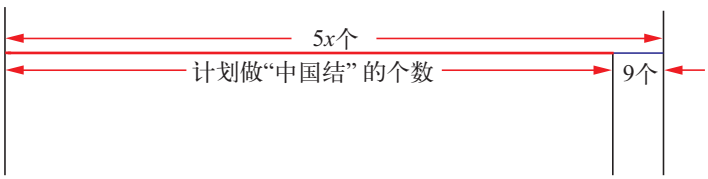


图 4－3

(2) 如果每人做 4 个“中国结”，那么共可做 $4x$ 个，比计划少 15 个．请你仿照(1)在图 4－3 中画出线形示意图．

这样就可以根据图 4－3 所示的相等关系列出方程．

解： 设该小组共有 x 人．

根据题意，得

$$5x-9=4x+15.$$

解这个方程，得

$$x=24.$$

$$5x-9=111.$$

答： 该小组共有 24 人，计划做 111 个“中国结”.

议一议

你还可以列出怎样的方程解决这个问题？

练一练

1. 将一堆糖果分给幼儿园某班的小朋友，如果每人 2 颗，那么就多 8 颗；如果每人 3 颗，那么就少 12 颗．这个班共有多少名小朋友？
2. 七年级(2)班举办了一次集邮展览，展出的邮票张数比每人 4 张多 14 张，比每人 5 张少 26 张．这个班共有多少名学生？展出的邮票共有多少张？

（第 2 题）

3. 某汽车队运送一批货物，每辆汽车装 4 t 还剩下 8 t 未装，每辆汽车装 4.5 t 就恰好装完．该车队运送货物的汽车共有多少辆？
4. 某班学生分组参加活动，原来每组 8 人，后来重新编组，每组 6 人，这样比原来增加了 2 组．这个班共有多少名学生？

问题 4　运动场环形跑道周长 400 m，小红跑步的速度是爷爷的 $\frac{5}{3}$ 倍，他们从同一起点沿跑道的同一方向同时出发，5 min 后小红第一次与爷爷相遇．小红和爷爷跑步的速度各是多少？

分析：这个问题中数量之间的相等关系是：

小红跑的路程 − 爷爷跑的路程 = 400 m.

可以列出表格：

	速度/(m/min)	时间/min	路程/m
爷爷	x	5	
小红		5	

也可以画如图 4－4 的线形示意图：

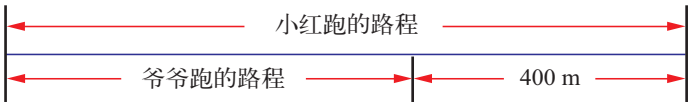


图 4－4

根据上面表格、线形示意图可以列出方程．

解：设爷爷跑步的速度为 x m/min，则小红跑步的速度为 $\frac{5}{3}x$ m/min.

根据题意，得

$$5\times\frac{5}{3}x-5x=400.$$

解这个方程，得

$$x=120.$$

$$\frac{5}{3}x=200.$$

答：小红跑步的速度为 200 m/min，爷爷跑步的速度为 120 m/min.

议一议

如果小红与爷爷相遇后立即转身沿相反方向跑，那么几分钟后小红再次与爷爷相遇？

练一练

1. 一队学生从学校步行去博物馆，他们以 5 km/h 的速度行进 24 min 后，一名教师骑自行车以 15 km/h 的速度按原路追赶学生队伍．这名教师从出发到途中与学生队伍会合用了多少时间？

2. 某人沿着相同的路径上山、下山共用了 2 h. 如果上山速度为3 km/h，下山速度为 5 km/h，那么这条山路长是多少？

问题 5　将一批资料录入电脑，甲单独做需 18 h 完成，乙单独做需12 h完成．现在先由甲单独做 8 h，剩下的部分由甲、乙合做完成，甲、乙两人合做了多少时间？

分析：这个问题中数量之间的相等关系是：

全部工作量 ＝ 甲单独做的工作量 ＋ 甲、乙合做的工作量．

如果把全部工作量看作 1，那么甲单独做 1 h 完成全部工作量的 $\frac{1}{18}$，乙单独做 1 h 完成全部工作量的$\frac{1}{12}$.

设甲、乙两人合做了 x h，那么可以列出表格：

全部工作量	甲单独做的工作量	甲、乙合做的工作量
1		

也可以画图 4－5，用整个圆的面积表示全部工作量 1，用扇形面积表示有关工作量．

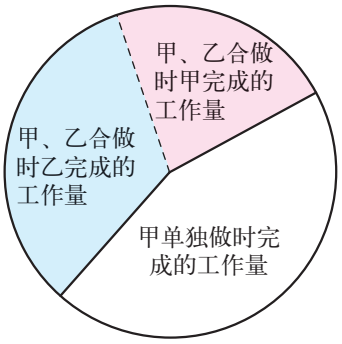


图 4－5

解：设甲、乙两人合做了 x h.

根据题意，得

$$\frac{8}{18}+\left(\frac{1}{18}+\frac{1}{12}\right)x=1.$$

解这个方程，得

$$x = 4.$$

答： 甲、乙两人合做了 4 h.

议一议

解问题 5 时，小明列出的方程是 $\left(\frac{8}{18}+\frac{x}{18}\right)+\frac{x}{12}=1$，小丽列出的方程是 $\frac{x}{18}+\frac{x}{12}=1-\frac{8}{18}$. 你能说明它们的意义吗？

练一练

1. 求解本章 4.2 节的“阅读——丢番图的墓志铭”中提出的问题.
2. 某下水管道工程由甲、乙两个工程队单独铺设分别需要 10 天、15 天完成. 如果两队从两端同时施工 2 天，然后由乙队单独施工，还需多少天完成？
3. 整理一批图书，甲、乙两人单独做分别需要 4 h、6 h 完成. 现在先由甲单独做 1 h，然后两人合作完成. 甲、乙两人合作整理这批图书用了多少时间？

问题 6 一件夹克衫先按成本提高 50%标价，再以 8 折出售，获利 28 元. 这件夹克衫的成本是多少元？

分析： 画如图 4－6 的柱状示意图：

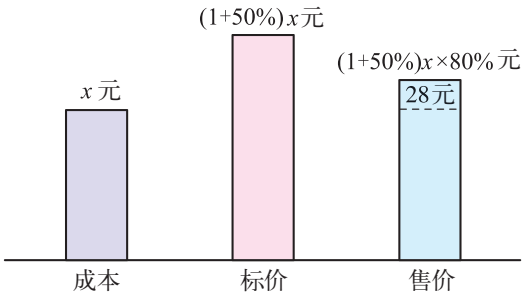


图 4－6

这个问题中数量之间的相等关系是：成本＋获利＝售价.

解： 设这件夹克衫的成本是 x 元.

根据题意，得

$$x+28=(1+50\%)x\times 80\%.$$

解这个方程，得

$$x=140.$$

答：这件夹克衫的成本是 140 元.

试一试

改变问题 6 中的部分条件，编一个问题，再请你的同伴列出一元一次方程，并求解.

练一练

1. 一件商品先按成本提高 20%标价，再以 9 折出售，售价为 270 元. 这件商品的成本是多少元?
2. 某件家具的标价为 1 320 元，如果以 9 折出售，那么售价比进货价高 10%. 求这件家具的进货价.

4.3 习题

用方程解决下列问题：

1. 小明买了 3 块面包和 1 盒 1.8 元的牛奶，付出 10 元，找回 4 元. 求 1 块面包的价格.
2. 某校今年七年级有学生 352 名，比去年增加了 10%. 去年该校七年级有学生多少名?
3. 甲、乙两个仓库共有粮食 60 t. 甲仓库运进粮食 14 t、乙仓库运出粮食 10 t 后，两个仓库的粮食数量相等. 两个仓库原来各有粮食多少?
4. 小明比爸爸小 26 岁，今年爸爸的年龄正好是小明的 3 倍. 小明今年几岁?
5. 某课外活动小组中女生人数占全组人数的一半，如果再增加 6 名女生，那么女生人数就占全组人数的$\frac{2}{3}$. 求这个课外活动小组的人数.
6. 一个长方形操场的长是宽的 2.5 倍. 根据需要将它扩建，把它的长和宽各加长 20 m 后，它的长是宽的 2 倍. 求扩建前长方形操场的周长.

7. 某部小说分为上、中、下 3 册，印刷上册用了全部印刷时间的 40%，印刷中册用了全部印刷时间的 35%，印刷下册用了 7 天．印刷这部小说共用了多少天？

8. 某果园里，$\frac{1}{2}$的面积种植了苹果树，$\frac{1}{4}$的面积种植了葡萄树，其余 4 ha 地种植了桃树．求这个果园的面积．

9. 某班在绿化校园的活动中共植树 130 棵，有 5 名学生每人种了 2 棵，其余学生每人种了 3 棵．这个班共有多少名学生？

10. 甲、乙两人检修一条长 1 000 m 的煤气管道，甲每小时检修 100 m，乙每小时检修 150 m．现在两人合做，需要多少时间完成？

11. 甲、乙两人从楼底爬楼梯到楼顶，甲平均每分钟爬楼梯 40 级，乙平均每分钟爬楼梯 50 级，甲先出发 2 min，结果两人同时到达楼顶．从楼底到楼顶共有楼梯多少级？

12. 小明和小丽同时从甲村出发去乙村．小丽的速度为 4 km/h，小明的速度为 5 km/h，小丽比小明晚到 15 min．求甲、乙两村之间的路程．

13. A、B 两地之间的路程为 160 km，甲骑自行车从 A 地出发，骑行速度为20 km/h；乙骑摩托车从 B 地出发，速度是甲的 3 倍．两人同时出发，相向而行，经过多少时间相遇？

14. 某人以 100 km/h 的速度驾驶汽车从甲城出发去乙城．到达乙城后休息了 30 min，又以 80 km/h 的速度从乙城返回甲城，共用了 5 h．求甲、乙两城之间的路程．

15. 甲驾驶汽车从 A 地到 B 地需 2 h，乙骑摩托车从 B 地到 A 地需 3 h．如果乙骑摩托车从 B 地出发往 A 地，1 h 后甲驾驶汽车从 A 地出发往 B 地，那么甲出发多少时间与乙相遇？

16. 某种商品降价 10%后的价格恰好比原价的一半多 40 元．该商品的原价是多少元？

17. 某商店以 90 元相同的售价卖出 2 件不同的衬衫，其中一件盈利 25%，另一件亏损 25%．商店卖出这两件衬衫是盈利了，还是亏损了？

18. 一块正方形铁皮，在 4 个角上截去 4 个一样的小正方形，折成底面边长是 50 cm 的无盖长方体盒子，其容积是 45 000 cm^3．求原来正方形铁皮的边长．

数学活动

一元一次方程应用的调查

进行一次有关一元一次方程应用的调查，下面给出了进行这项调查的一些建议．

1. 利用方程是分析、解决实际问题的有效工具这一观点，观察和收集日常生活、生产实践中的一些相等关系．

2. 可以采访周围熟悉的有关人员，也可以去工厂、农村、商店、银行、电信公司等，与有关人员进行交流，收集你所需要的数据和数量关系．

3. 参照本章 4.3 节中提出问题、解决问题的全过程，根据你调查、收集的材料，发现和提出一个可以用一元一次方程解决的实际问题，然后解这个方程，并对解的实际意义做出解释．

4. 课堂交流，汇报活动过程、感受和成果．

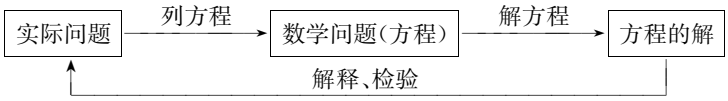
5. 对课堂交流的内容发表你的看法．

小结与思考

方程是刻画现实世界数量关系的有效模型．在本章里，我们经历了从问题到方程、解一元一次方程、用一元一次方程解决实际问题的过程．

1. 用一元一次方程解决问题的关键，是通过列表，画线形图、扇形图、柱状图……直观地揭示实际问题中数量之间的相等关系，从而列出方程．

2. 用方程这个模型解决问题，一般要经历以下过程：



3. 等式的基本性质是解方程的重要依据．解一元一次方程的一般步骤是：去分母，去括号，移项，合并同类项，将未知数的系数化为 1．通过这些步骤，可以把一个一元一次方程逐步转化为 $x=a$ 的形式．

4. 代数式的值是随代数式中字母取值的变化而变化的，如果字母的值确定，那么代数式的值也随之确定．反过来，像 $2x+1$、$5x-4$ ……这样的代数式，如果它们的值确定，那么通过解一元一次方程可以求得字母的值．

5. 生活中常用一元一次方程解决一些实际问题，试举一例，并求解．

复习巩固

1. 解下列方程：

(1) $3(x-4)=12$；　　(2) $5(x-1)-2(1-x)=3+2x$；

(3) $2(3x+4)-5(x+1)=3$；　　(4) $\frac{1}{2}-\frac{x-3}{3}=1$；

(5) $\frac{x-1}{2}=\frac{1}{3}+x$；　　(6) $x-\frac{x-1}{2}=2-\frac{x+2}{3}$；

(7) $\frac{y}{2}-3=-\frac{5}{6}+\frac{1-y}{3}$；　　(8) $2\left(\frac{3}{10}x+2\right)=5\left(\frac{1}{2}x-3\right)$.

2. 当 x 为何值时，代数式 $\frac{4x+5}{7}$ 的值是 3？

3. 当 x 为何值时，代数式 $2(x-1)$ 与 $1-x$ 的值相等？

4. 当 a 为何值时，代数式 $3a+\frac{1}{2}$ 的值与 $3\left(a-\frac{1}{2}\right)$ 的值互为相反数？

5. 当 x 为何值时，代数式 $\frac{2-x}{2}$ 的值与 $\frac{x+1}{3}$ 的值的和等于 2？

6. 已知 $x=-2$ 是方程 $a(x+3)=\frac{1}{2}a+x$ 的解，求 $a^2-\frac{a}{2}+1$ 的值.

7. 一根弹簧长 40 cm，一端固定，另一端可挂重物．如果所挂物体的质量每增加 1 kg 弹簧伸长 2 cm，那么弹簧长度为 45 cm 时所挂物体的质量是多少？

8. 小明读一本科普书，星期六读了 20 页，星期日读了剩余部分的一半后，还剩 15 页没有读．这本科普书共有多少页？

9. 甲、乙两个旅游团共 80 人，甲团人数比乙团人数的 2 倍多 5 人．甲、乙两个旅游团各有多少人？

10. 某动物园的门票价格如下：

成　人	20 元/人
身高超过 1 m，不足 1.4 m 的儿童	10 元/人

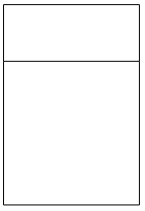
国庆节该动物园共售出 840 张门票，收入 13 600 元．成人票和儿童票各售出多少张？

11. 小明晨练，先以 210 m/min 的速度跑步，再以 90 m/min 的速度步行，共用 18 min 行了 2.1 km. 求小明跑步用了多少时间？

12. 某中成药含有甲、乙、丙 3 种药材，这 3 种药材的质量比是 2∶3∶7. 现在要配制这种中成药 1 440 g，3 种药材分别需要多少？

13. 某班的男生人数比全班人数的 $\frac{5}{8}$ 少 5 人，女生比男生少 2 人．求全班的人数．

14. 如图，“日”字形窗框的木条总长是 7.2 m，窗的高比宽多 0.6 m. 求窗的高和宽．



（第 14 题）

15. 小丽和爸爸一起玩投篮球游戏．两人商定规则为：小丽投中 1 个得 3 分，爸爸投中 1 个得 1 分，结果两人一共投中了 20 个，得分刚好相等．小丽投中了几个？

16. 某商店以每盏 20 元的价格采购了一批节能灯，运输过程中损坏了 2 盏，然后以每盏 25 元售完，共获利 150 元．该商店共购进了多少盏节能灯？

17. 两枝一样高的蜡烛，同时点燃后，第一枝蜡烛每小时缩短 8 cm，第二枝蜡烛每小时缩短 6 cm．2 h 后，第二枝蜡烛的高度是第一枝蜡烛的 1.5 倍．求这两枝蜡烛原来的高度．

灵活运用

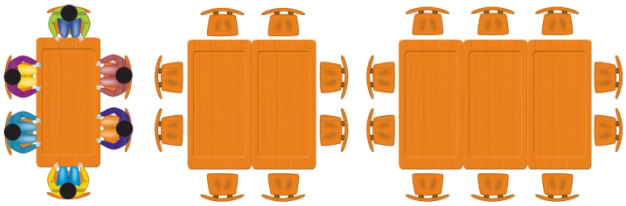
18. 甲、乙两人同时从 A 地出发去 B 地，甲骑自行车，骑行速度为 10 km/h，乙步行，行走速度为 6 km/h. 当甲到达 B 地时，乙距 B 地还有 8 km. 甲走了多少时间？A、B 两地的路程是多少？

19. 某制衣厂计划若干天完成一批服装的订货任务．如果每天生产服装 20 套，那么就比订货任务少生产 100 套；如果每天生产服装 23 套，那么就可超过订货任务 20 套．这批服装的订货任务是多少套？原计划多少天完成？

20. 一根铁丝，第一次用去它的一半少 1 m，第二次用去剩下的一半多 1 m，结果还剩下 3 m. 这根铁丝原来有多长？

探索研究

21. 一张长方形桌子四周可坐 6 人，如果按如图所示的方式拼桌子，那么多少张桌子拼在一起可以坐 40 人？



（第 21 题）

22. 一家商店因换季将某种服装打折销售，如果每件服装按标价的 5 折出售将亏 20 元，而按标价的 8 折出售将赚 40 元．问：

（1）每件服装的标价、成本各多少元？

（2）为保证不亏本，最多能打几折？

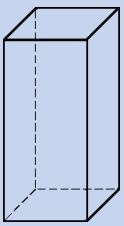
23. 某超市的水果价格如图所示．

（1）试说明方程 $15-3.2x=2.2$ 的实际意义；

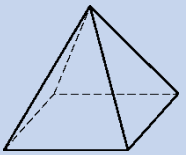
（2）仿照(1)，编写几个方程，说明其实际意义，并与同学交流．

（第 23 题）

第5章　走进图形世界



棱柱



棱锥

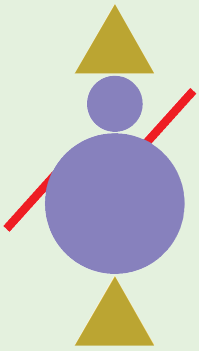
我们生活在丰富的图形世界里，
多姿多彩的图形美化了我们的生活．

从左边的图片中，你能看出哪些常见的几何体？

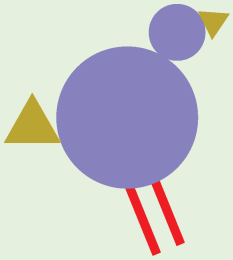
1. 你能将一张长方形纸片沿一条直线剪成两部分，使这两部分既能拼成平行四边形，又能拼成直角三角形、梯形吗？试试看．

2. 请你构造一些图案，使每个图案中含有 2 个三角形、2 个圆和 2 条平行线段，并给图案加上恰当的解说词．

例如：



稻草人



小鸟

本章将通过对图形的观察、展开、折叠等活动，探索丰富的图形世界．

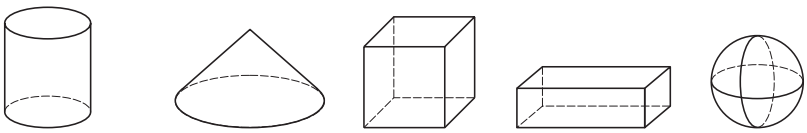
5.1　丰富的图形世界

图形世界是多姿多彩的，上面的图片中有许多常见的几何体．

把图 5－1 中的物体与图 5－2 中相应的几何体用线连接起来．

足球　　魔方　　礼品盒　　易拉罐　　斗笠

图 5－1



圆柱 (circular cylinder)　　圆锥 (circular cone)　　正方体 (cube)　　长方体 (cuboid)　　球 (sphere)

图 5－2

如图 5－3，从建筑物的局部可以抽象出棱锥、棱柱．

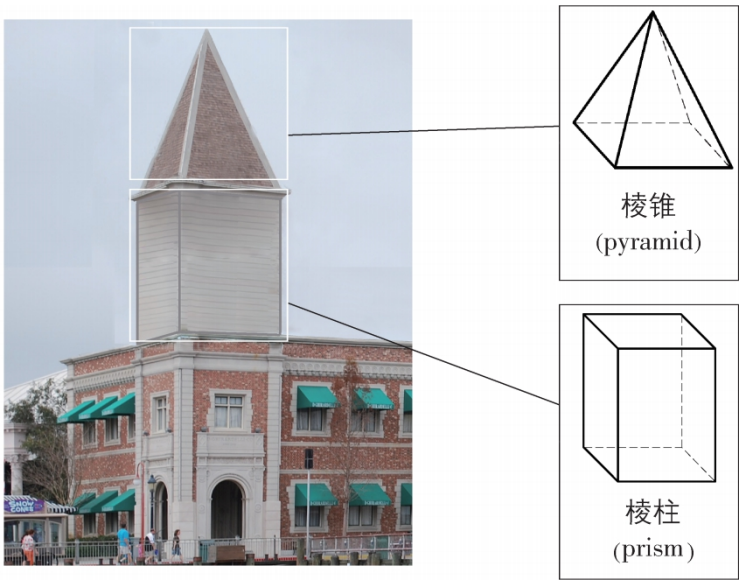


图 5－3

议一议

从本节开头的 3 幅图片中能抽象出哪些几何体？

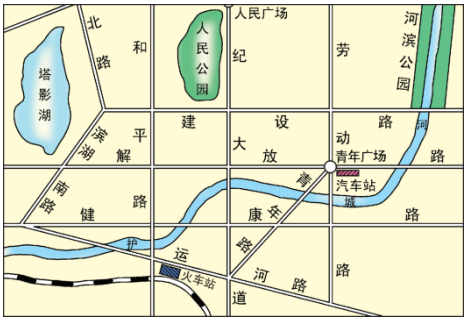
桌面、墙面、平静的水面等都给我们以平面的形象．

水管、易拉罐的侧面，地球仪的表面等都给我们以曲面的形象．

平静的水面

地球仪

面与面相交得到线，线与线相交得到点．



如图 5－4，在棱柱、棱锥中，任何相邻两个面的交线叫做棱，相邻两个侧面的交线叫做侧棱．

棱柱的棱与棱的交点叫做棱柱的顶点．

棱锥的各侧棱的公共点叫做棱锥的顶点．

棱柱的侧棱长相等，棱柱的上、下底面是相同的多边形，直棱柱的侧面都是长方形．

棱锥的侧面都是三角形．

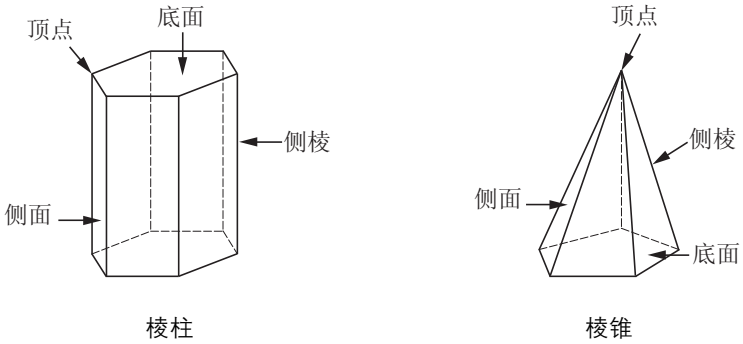


图 5－4

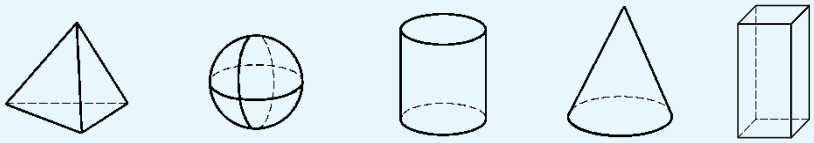
几何图形由**点**(point)、**线**(line)、**面**(surface)组成．

练一练

1. 从下面的图片中，你能抽象出哪些几何体？请与同学交流．

2. (1) 围成下列几何体的各个面中，哪些面是平的？哪些面是曲的？

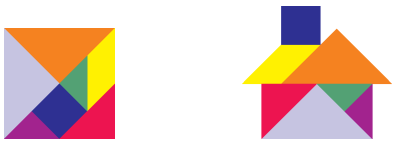
(2) 将下列几何体分类，并说明理由．



（第 2 题）

数学实验室

把一块正方形薄板分为 7 块制作成“七巧板”，用它可以拼出多种多样的图形．例如：



正方形　　家

小猫　　金鱼　　鸭子

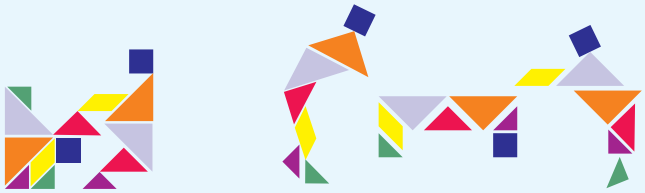
(1) 你能用“七巧板”中的哪些板拼成正方形、长方形、平行四边形？

(2) 你能用“七巧板”中的 3 块板拼成一个三角形吗？用 4 块呢？5 块、6 块呢？

(3) 你能构思并拼出新的图形吗？请给拼成的图形加上恰当的解说词．

练一练

用一副“七巧板”可以拼出多种多样的图形．同样，用两副或三副“七巧板”也可以拼出多姿多彩的图形．例如：



弹钢琴　　打乒乓球

试用两副(或三副)“七巧板”拼出你喜欢的图形，并与同学交流.

5.1 习题

1. 将下列几何体的名称填在相应的横线上．

（第 1 题）

2. (1) 从下面的图片中，你能抽象出哪些几何体？

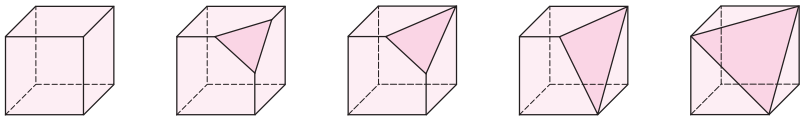
①

②

（第 2(1)题）

(2) 举出一些形状是棱柱、棱锥、圆柱、圆锥和球的物体．

3. 将图①的正方体切去一块，可以得到图②～图⑤的几何体．这些几何体各有多少个面？多少条棱？多少个顶点？



①　②　③　④　⑤

（第 3 题）

4. 在拼图游戏家族中，还有四巧板、五巧板、九巧板、十巧板、十二巧板、十四巧板、十六巧板等．查阅相关资料，制作其中的一副“巧板”，拼出自己喜欢的图形，并与同学交流．

5.2 图形的运动

如图 5－5，把笔尖看成一个点，这个点在纸上运动时形成线．

图 5－5

图 5－6

如图 5－6，把汽车的雨刷看成一条线，这条线在挡风玻璃上运动时形成扇面．

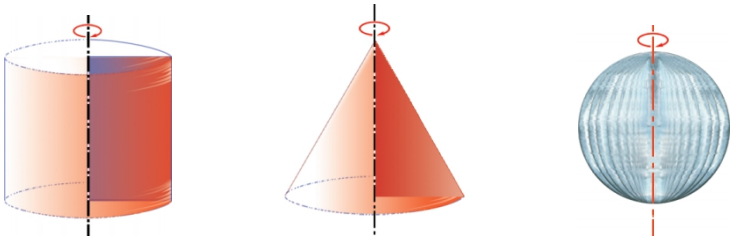
如图 5－7.

(1) 长方形纸板绕它的一条边旋转 1 周；

(2) 直角三角形纸板绕它的一条直角边旋转 1 周；

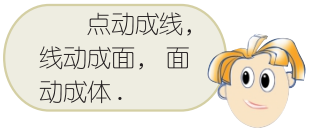
(3) 一枚硬币在桌面上竖直快速旋转．

它们分别形成怎样的几何体？



(1)　　(2)　　(3)

图 5－7



1. 将两块相同的直角三角尺(如图5－8)相等的边拼在一起，可以拼成哪些不同的平面图形？你能说出这些图形的名称吗？

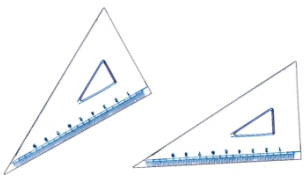
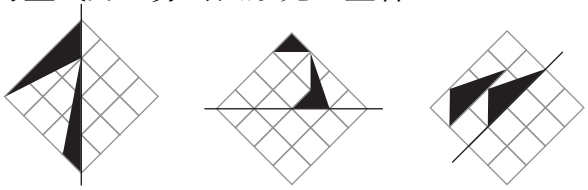


图 5－8

2. 在图 5－9 的空白方格中画出相应的图形，使直线一旁的图形沿直线翻折后能与直线另一旁的图形完全重合．

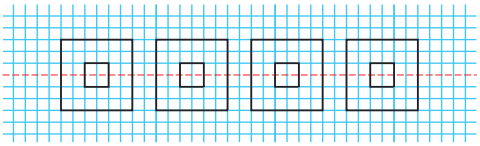


（1）　　（2）　　（3）

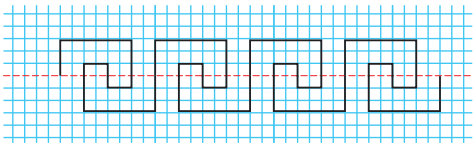
图 5－9

3. 图 5－10(1)是由“ ”向右平移而成的．把图5－10(1)沿虚线剪开，怎样改变图形的位置可以得到图5－10(2)？

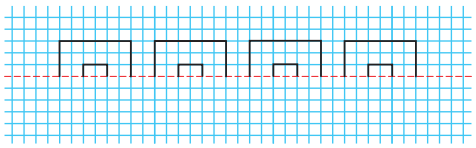
把图 5－10(1)虚线以下的部分向右平移 4 格，得到怎样的图形？在图 5－10(3)中把它画出来．



（1）



（2）



（3）

图 5－10

4. 如何分别将图 5－11 中的三角尺旋转到图中虚线所示的位置？

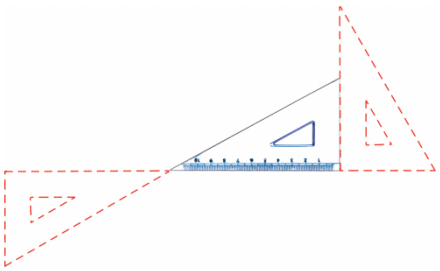
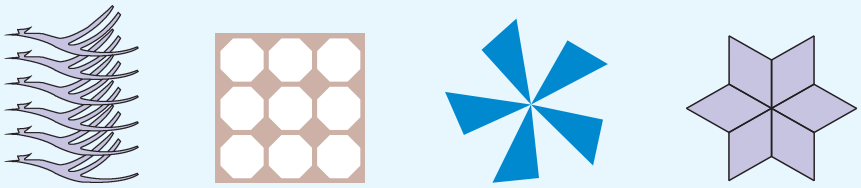


图 5－11

练一练

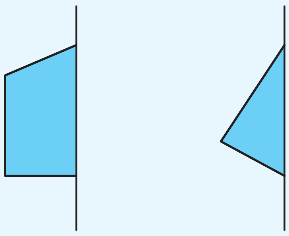
1. 说说下列图案是怎样形成的．



① ② ③ ④

（第 1 题）

2. 下列图形绕直线旋转 1 周分别形成怎样的几何体？



① ②

（第 2 题）

读一读

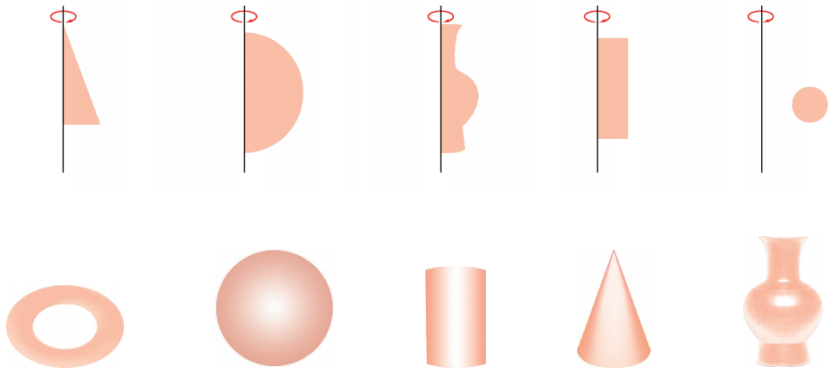
电视画面的清晰度

一幅电视画面是由许多微小的、排列均匀的、色彩不同的点构成的，每一个这样的点叫做一个像素．自画面左端到右端的像素形成的一条水平线称为一行；自画面上端到下端的像素形成的一条铅垂线称为一列．电视画面的垂直清晰度、水平清晰度可以用画面扫描的总行数和总列数来衡量．画面扫描的总行数和总列数越高，电视画面就越清晰．

右图是类似于电视屏幕上的一幅画面，你能用这种方法描绘出一些画面吗？

5.2 习题

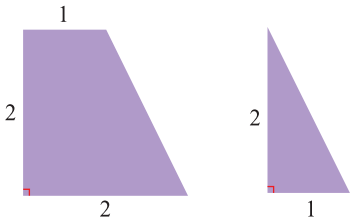
1. 如图，在第 2 行中，分别找出第 1 行的图形绕直线旋转 1 周后形成的相应几何体，并把它们用线连起来．



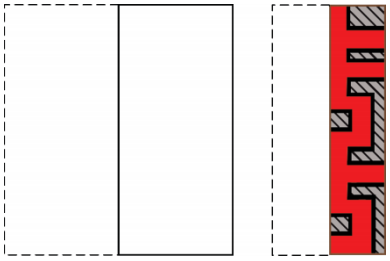
（第 1 题）

2. 用折纸的方法，把一张正方形纸片分成形状、大小都相同的两部分．你有几种折法？

3. 把图中的直角三角形和直角梯形（一腰垂直于底的梯形）相等的边拼在一起，可以拼成哪些不同的平面图形？



（第 3 题）

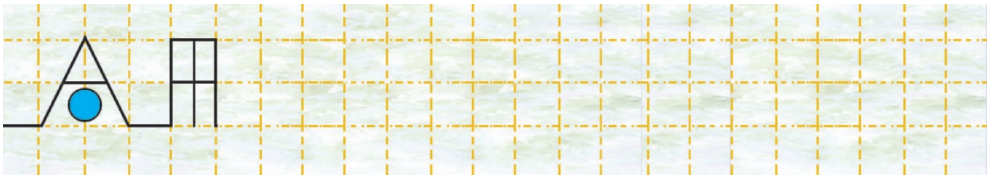


（第 4 题）

4. 如图，把一张长方形纸片对折两次成四层，然后在纸片上画出所示的图形，并剪去图中的阴影部分，再把纸片展开，可以得到什么图案？

借助上述剪纸的经验，你能自己设计、剪制其他图案吗？

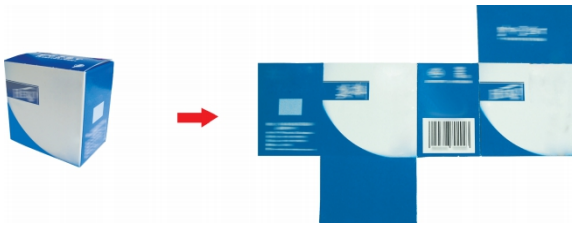
5. (1) 把下面的图形按照某种规律继续画下去：



（第 5(1) 题）

(2) 仿照上面的方法，自己设计一个图形，并与同学交流．

5.3 展开与折叠



长方体纸盒展开后，可以得到平面图形．

做一做

1．将圆柱形纸筒的侧面沿虚线剪开(图 5－12)，得到什么平面图形？

2．将圆锥形冰淇淋纸筒的侧面沿虚线剪开(图 5－13)，得到什么平面图形？

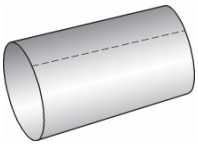


图 5－12

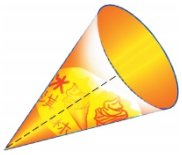


图 5－13

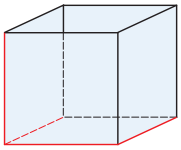


图 5－14

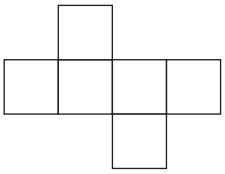
3．沿图 5－14 中的红线将无盖的正方体纸盒剪开，得到什么平面图形？

数学实验室

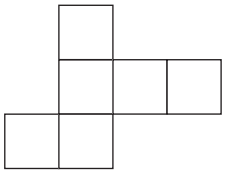
将一个正方体纸盒沿部分棱剪开展成一个平面图形．

(1) 把你得到的平面图形与同学交流；

(2) 你能得到如图 5－15 的平面图形吗？



(1)

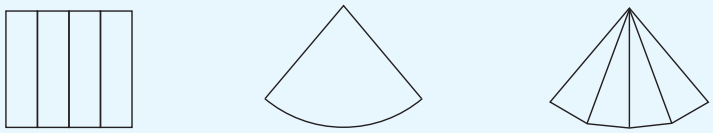


(2)

图 5－15

练一练

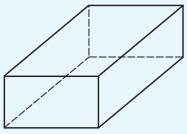
1. 下列图形中，哪一个是棱锥的侧面展开图？



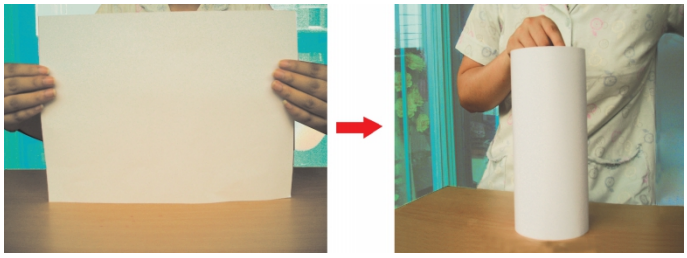
①　　②　　③

（第 1 题）

2. 把如图所示的长方体纸盒沿部分棱剪开展成一个平面图形．把你得到的平面图形与同学交流．



（第 2 题）



长方形纸片可以卷成圆柱的侧面．

做一做

1. 把一个纸盒先沿部分棱剪开展成平面图形，观察展开图的形状；再将展开图复原为纸盒，体会立体图形与平面图形之间的关系．

2. 把图 5－16 中的图形沿虚线折叠，围成 3 个几何体．

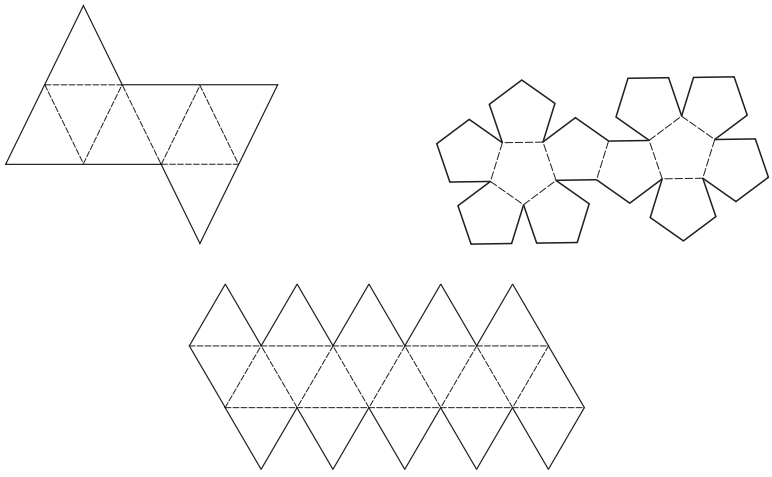


图 5－16

你所折叠成的几何体分别是图 5－17 中的哪一个？

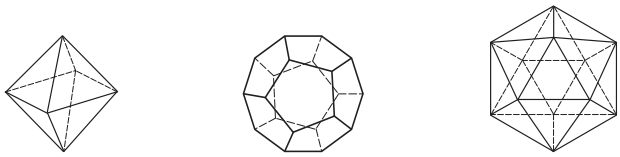
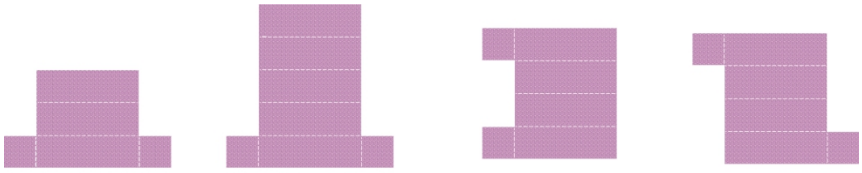


图 5－17

3. 图 5－18 中哪些硬纸片可以沿虚线折叠成(面与面之间不重叠)棱柱体纸盒？

先想一想，再折一折，验证你的想法．



(1)　(2)　(3)　(4)

图 5－18

4. 如图 5－19，纸板上有 10 个无阴影的小正方形，从中选 1 个(在所选小正方形上打“√”)，使它与图中 5 个有阴影的小正方形一起能折叠成一个正方体纸盒．

先想一想，再折一折，并与同学交流．

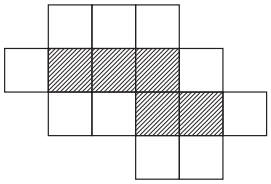
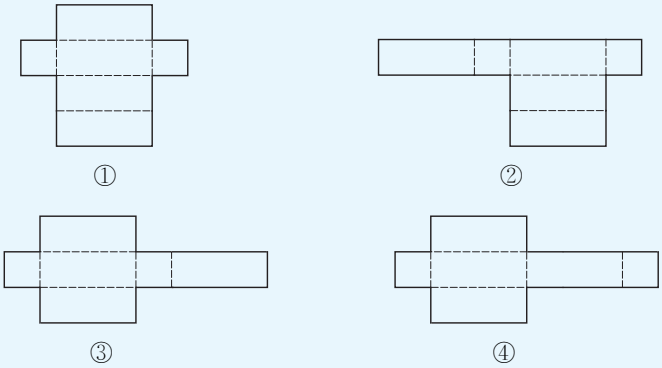


图 5－19

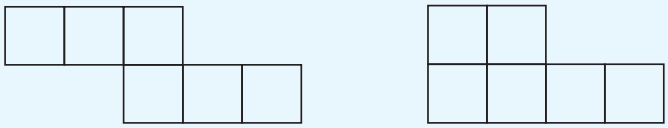
练一练

1. 图中哪些硬纸片可以沿虚线折叠成长方体纸盒？先想一想，再折一折，验证你的想法．



(第 1 题)

2. 图①、图②分别由 6 个小正方形组成．



①　　②

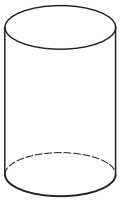
（第 2 题）

(1) 这两个图形中，哪一个能折叠成正方体纸盒？哪一个不能？

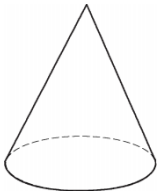
(2) 在不能折叠成正方体纸盒的图形中，怎样改变其中一个小正方形的位置，使它与其余 5 个小正方形重新拼接后能折叠成正方体纸盒．请在图中把需要改变位置的小正方形打“×”，并画出改变位置后的小正方形．

5.3 习题

1. 圆柱的表面展开后得到怎样的平面图形？



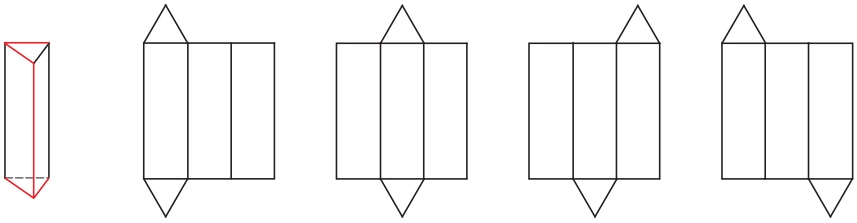
（第 1 题）



（第 2 题）

2. 圆锥的表面展开后得到怎样的平面图形？

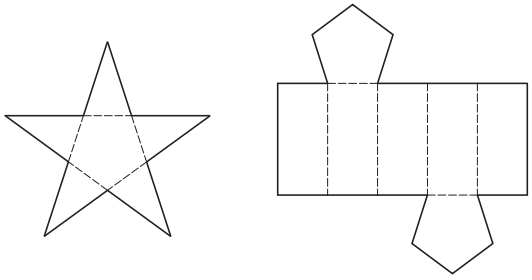
3. 沿红线将棱柱表面剪开，能展开成图①～图④中的哪一个图形？



①　　②　　③　　④

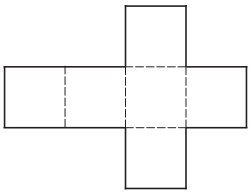
（第 3 题）

4. 把图中的纸片沿虚线折叠，可以围成 2 个几何体，请说出它们的名称．



①　　②

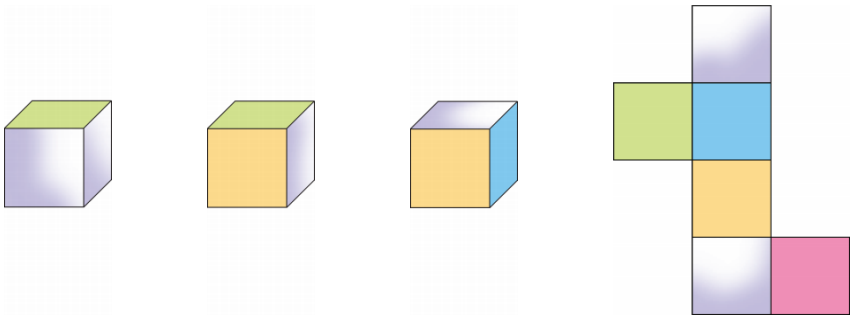
（第 4 题）



（第 5 题）

5. 先在图中 6 个正方形里分别填写 1、2、3、－1、－2、－3，再把它沿虚线折叠成正方体，使正方体相对面上的两个数互为相反数．

6. 在图①～图③所示的正方体中，哪些能用图④折叠而成？先想一想，再折一折，验证你的想法．



①　　②　　③　　④

（第 6 题）

5.4　主视图、左视图、俯视图

横看成岭侧成峰，远近高低各不同．
不识庐山真面目，只缘身在此山中．

——苏　轼

从不同方向看同一个物体，看到的图形往往是不同的．

想一想

如图 5－20，桌面上放着 1 个长方体和 1 个圆柱，从不同方向观察这两个物体，指出图 5－21 中的 3 幅图分别是从哪一个方向看到的？

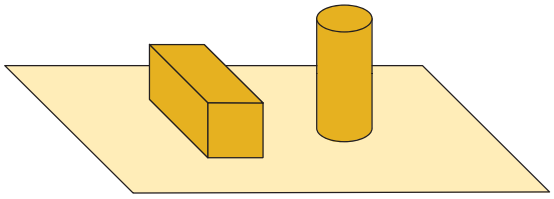


图 5－20

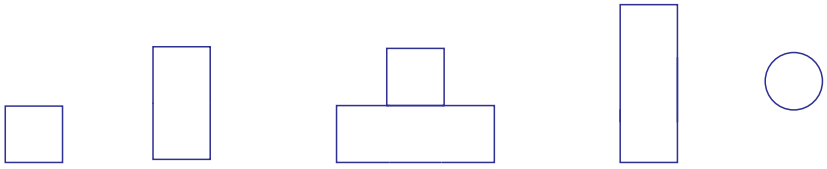
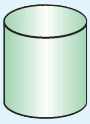
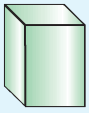


图 5－21

生活中，你有类似的体验吗？请举例说明．

试一试

观察下表中所示物体，并将看到的图形填入表中．

物体 观察角度	 圆柱	 圆锥	 棱柱
从正面看			
从左面看			
从上面看			

人们从不同的方向观察某个物体，可以看到不同的图形．一般地，我们把从正面看到的图形，称为**主视图**；从左面看到的图形，称为**左视图**；从上面看到的图形，称为**俯视图**．

做一做

1．把图 5－22 所示物体的主视图、左视图、俯视图的名称填在图 5－23相应的括号内．

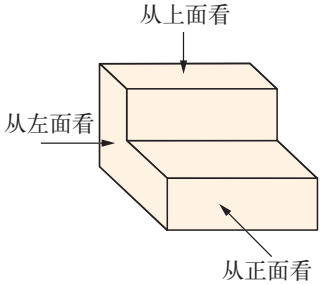


图 5－22

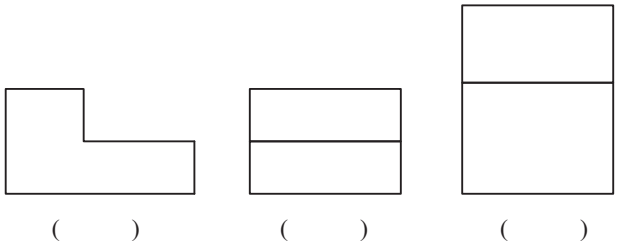


图 5－23

2．分别画出图 5－24 中两个物体的主视图、左视图、俯视图，并与同学交流．

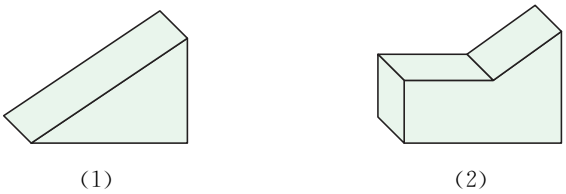
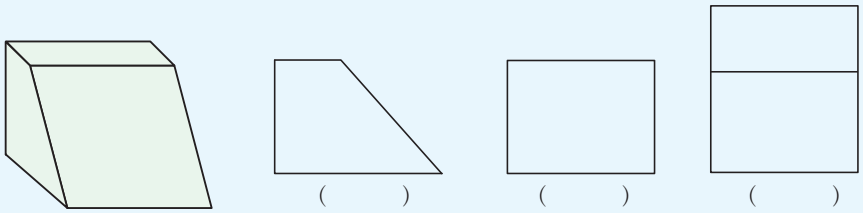


图 5－24

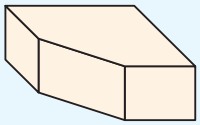
练一练

1. 把如图所示物体的主视图、左视图、俯视图的名称填在相应的括号内．



（第 1 题）

2. 画出如图所示物体的主视图、左视图、俯视图．



（第 2 题）

在生产实践中，通常把俯视图画在主视图的下面，左视图画在主视图的右面．例如，图 5－25 所示物体的三个视图画成图 5－26：

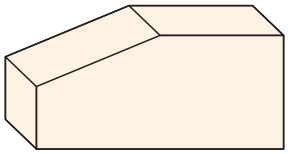


图 5－25

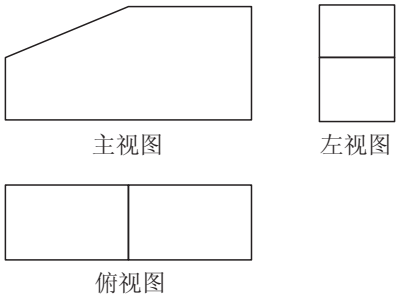


图 5－26

想一想

根据图 5－27（1）、（2）所示两个物体的主视图、左视图、俯视图，想象这两个物体的形状，说出相应几何体的名称．

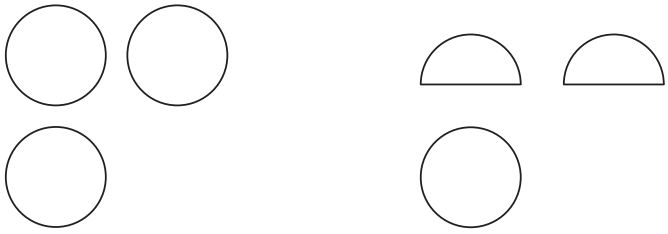
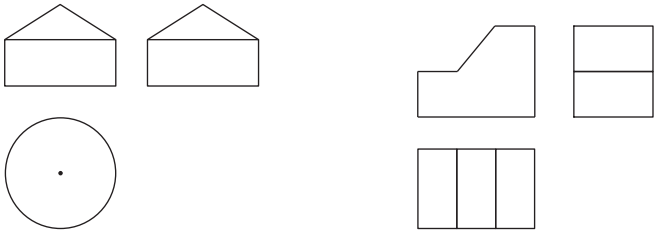


图 5－27

试一试

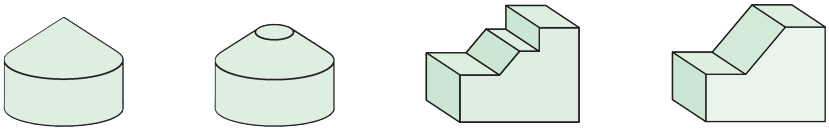
根据图 5－28（1）、（2）所示两个物体的主视图、左视图、俯视图，想象这两个物体的形状．



（1）　　（2）

图 5－28

你想象出的物体是图 5－29 中的哪两个物体？



（1）　（2）　（3）　（4）

图 5－29

例　一个密封容器的主视图、左视图、俯视图如图 5－30 所示．试描述这个容器的形状，并画出它的表面展开图．

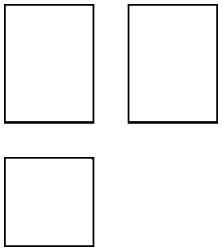


图 5－30

解：由这个容器的主视图、左视图都是长方形，俯视图是正方形，可以想象出它是棱柱体（图 5－31）．

这个容器的表面展开图如图 5－32 所示．

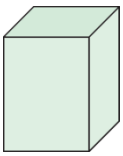


图 5－31

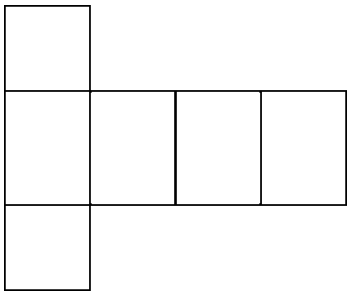
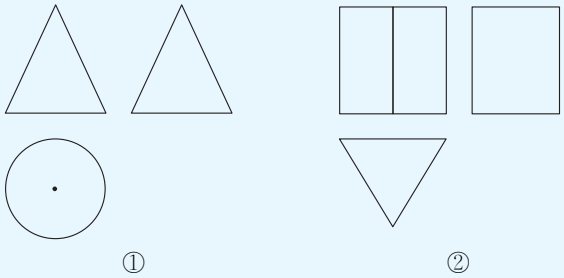


图 5－32

在生产实践中，物体的主视图、左视图、俯视图是标注相应尺寸的．这样，根据物体的三个视图通常可以确定物体的形状和大小，画出它的表面展开图，加工出所需的产品．

练一练

1. 说出主视图是长方形的 3 种不同的几何体．
2. 根据如图所示两个物体的主视图、左视图、俯视图，想象这两个物体的形状，说出相应几何体的名称．

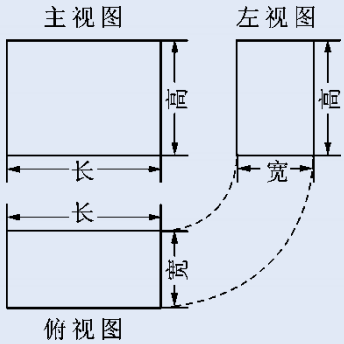


（第 2 题）

阅读

三　视　图

一个物体的三视图由主视图、左视图和俯视图组成．其中，俯视图画在主视图的下面，左视图画在主视图的右面（如图（1））．



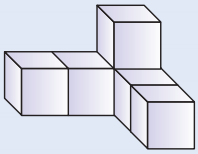
（1）

在三视图中，由主视图与俯视图可以知道物体的长，由主视图与左视图可以知道物体的高，由左视图与俯视图可以知道物体的宽，三个视图结合起来就能确定简单物体的形状和大小．画三视图时，要使主视图与俯视图的长对正，主视图与左视图的高平齐，左视图与俯视图的宽相等．

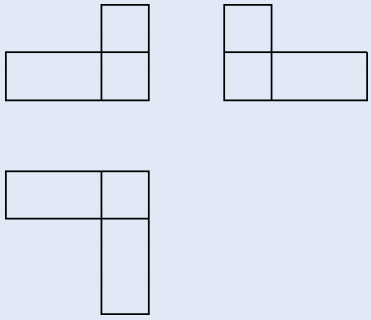
三视图在生产实际中有着广泛的应用．生产中，工人师傅根据设计者提供的三视图，确定出物体的形状、大小，并进行加工．

三视图规定，画出的“视图”应是物体的轮廓线．例如，由 6 个小正方体搭成的物体（如图（2）），如果把它看成一个整体，即拼缝被认为已粘连、

腻平，那么图(2)所示物体的三视图可画成图(3).



(2)



(3)

今后我们还将学习更多有关视图的知识.

5.4 习题

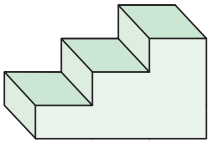
1. 把如图所示物体的主视图、左视图、俯视图的名称填在相应的括号内.

(　　)　(　　)　(　　)

(第 1 题)

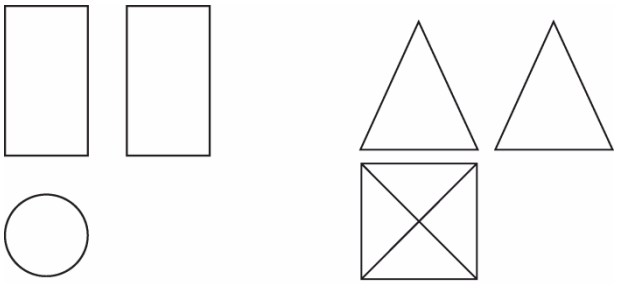
2. 正方体、球的主视图、左视图、俯视图分别是什么图形?

3. 画出如图所示物体的主视图、左视图、俯视图.



(第 3 题)

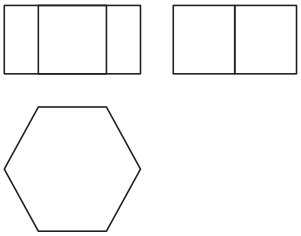
4. 根据如图所示两个物体的主视图、左视图、俯视图，想象这两个物体的形状，说出相应几何体的名称.



①　　②

(第 4 题)

5. 根据如图所示物体的主视图、左视图、俯视图，想象这个物体的形状，说出相应几何体的名称，并画出它的侧面展开图．



（第 5 题）

数学活动

设计包装纸箱

某种产品的形状是长方体，它的长、宽、高分别是 16 cm、6 cm、3 cm.

请为厂家设计一种包装纸箱，使每箱能装 30 件这种产品，且该纸箱所用材料尽可能少．

小结与思考

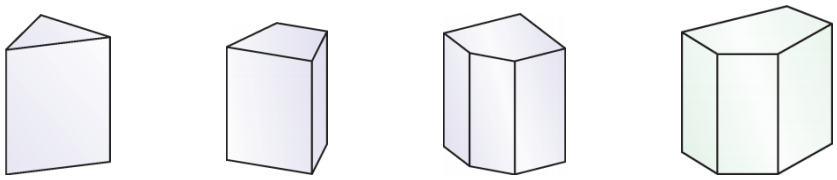
1. 在本章里，我们学习用数学的眼光看世界，从多姿多彩的图形世界中，我们看到许多熟悉的图形，如圆柱、棱柱、圆锥、棱锥、球……

我们通过观察、操作等活动，感受到图形的平移、翻折、旋转等运动．运用平移、翻折、旋转，让图形“动”起来，是研究图形性质的重要方法．

2. 在本章里，我们学习了图形的展开与折叠，以及简单物体的视图，初步感受立体图形与平面图形之间的关系．

3. 在本章里，我们通过对几何体进行分类，感悟分类的思想；通过对不同几何体特征的对比，感悟对比的思想．

4. 棱柱的底面可以是三角形、四边形、五边形等，我们把这样的棱柱分别叫做三棱柱、四棱柱、五棱柱等．

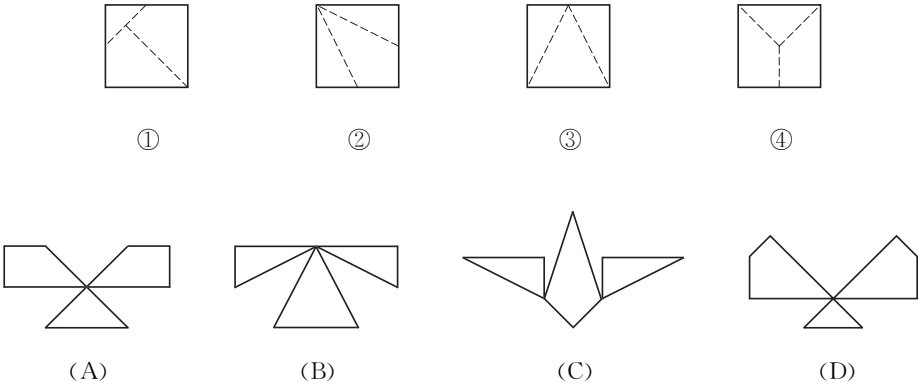


三棱柱　　四棱柱　　五棱柱　　**图 5－33**

从一个五棱柱形状的萝卜块上(如图 5－33)，切下一个三棱柱，剩下的部分仍是一个棱柱．想一想，剩下的部分可能有哪几种情况？它们的棱数、面数与原棱柱相比，发生了怎样的变化？

复习巩固

1. 如图，将标号为①、②、③、④的正方形沿图中的虚线剪开，摆放成标号为(A)、(B)、(C)、(D)的 4 个图形．

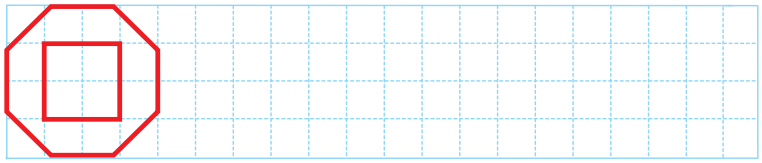


(第 1 题)

(1) 找出相互对应的图形，并用线连接；

(2) 这 4 个图形中，哪些是轴对称图形？请画出它们的对称轴．

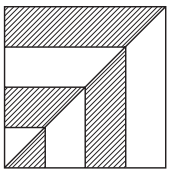
2. (1) 在方格纸中，画出所给图形连续向右平移 4 格所得到的图形；



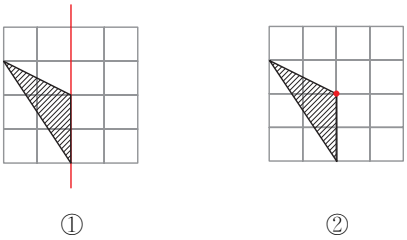
(第 2 题)

(2) 自己设计一个图形，仿照(1)的方法画图，并与同学交流．

3. 如图，大正方形的边长为 2．求图中阴影部分的面积．



(第 3 题)



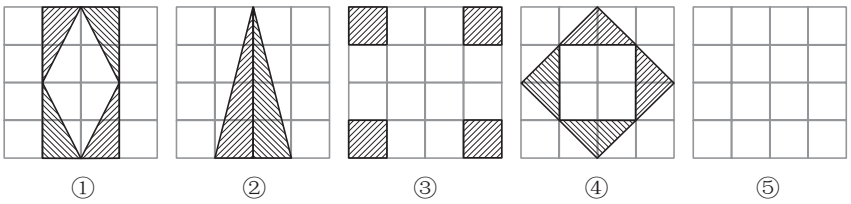
(第 4 题)

4. (1) 在图①空白的方格中，画出阴影部分的图形沿红线翻折后的图形；

(2) 在图②空白的方格中，画出阴影部分的图形绕图中红色点旋转 180°后的图形．

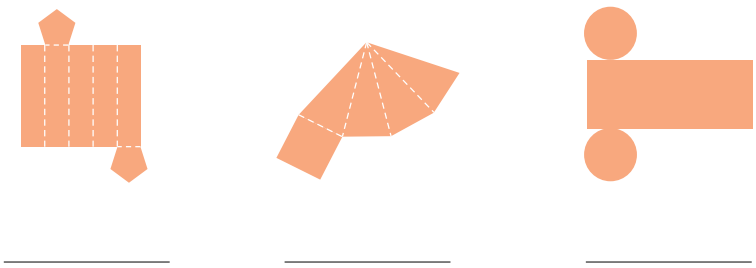
5. (1) 观察图①～图④中阴影部分的图形，写出这 4 个图形具有的两个共同特征；

(2) 在图⑤中，设计一个新的图形，使它也具有这两个共同特征．



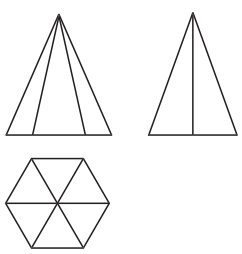
（第 5 题）

6. 哪些几何体的表面能够展开成如图所示的平面图形？请把它们的名称填在相应的横线上．

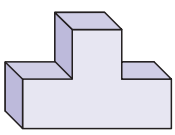


（第 6 题）

7. 根据如图所示物体的主视图、左视图、俯视图，想象这个物体的形状，说出相应几何体的名称．



（第 7 题）



（第 8 题）

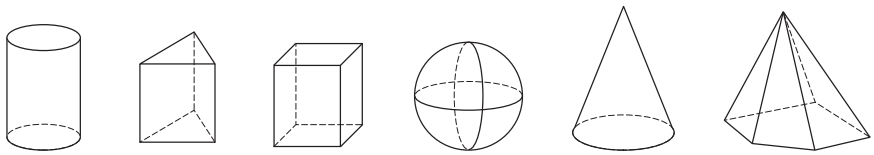
8. 画出如图所示物体的主视图、左视图、俯视图．

9. (1) 画一个长和宽分别为 3 cm 和 2 cm 的长方形；

(2) 以这个长方形的一条边所在的直线为旋转轴，把长方形旋转 1 周，能形成怎样的几何体？这样的几何体有几个？它们相同吗？

灵活运用

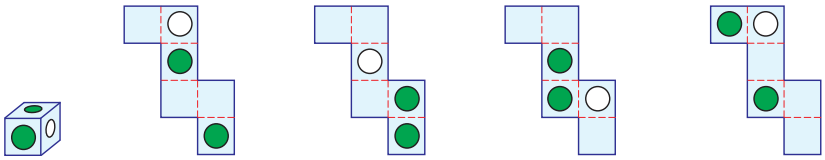
10. 将下列几何体分类，并说明理由．



①　②　③　④　⑤　⑥

（第 10 题）

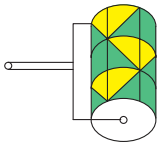
11. 图①～图④的 4 个平面图形中，哪一个是由图中的正方体纸盒展开得到的？如有困难，可以动手做一做．

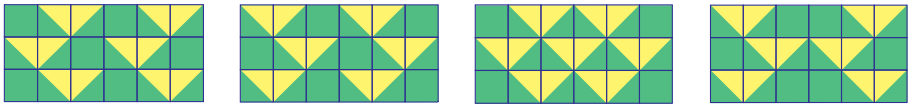


①　②　③　④

（第 11 题）

12. 小明用如图所示的胶辊从左到右滚涂墙面．图①～图④的 4 个图案中，哪一个可能是胶辊涂出的图案？说说你的理由．





①　②　③　④

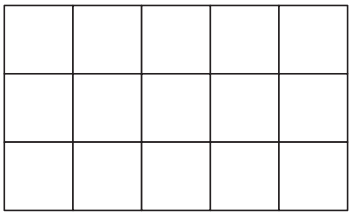
（第 12 题）

探索研究

13. (1) 5 个相连的正方形可以组成各种不同的图形，请将这些图形尽可能多地画出来；

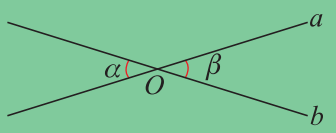
(2) 在所画图形中，哪些可以折叠成一个无盖的正方体纸盒？

(3) 利用如图所示的方格纸板，最多能制作几个无盖的正方体纸盒（以纸板中的每一个小方格为一个面）？请在方格纸板中画出示意图．



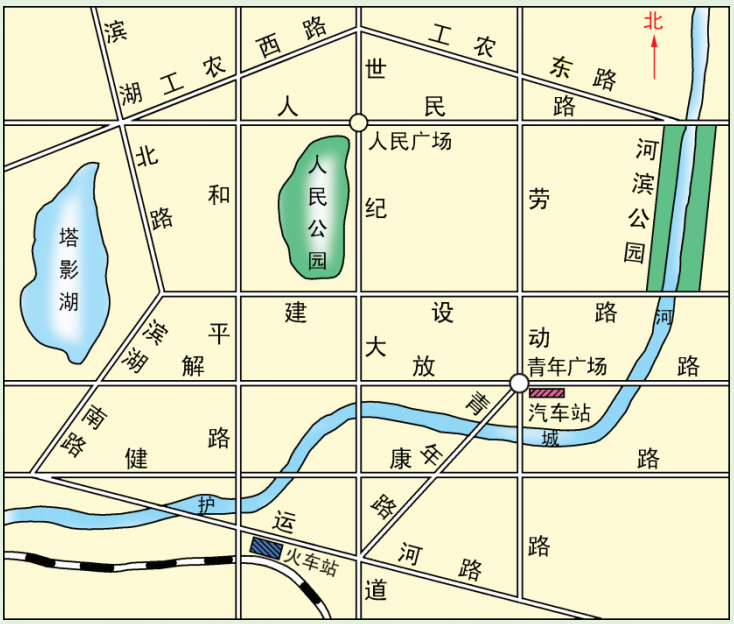
（第 13 题）

第6章　平面图形的认识(一)



$\angle\alpha=\angle\beta$

线段、射线、直线、角……
构成了许多美妙的图形.



用已学过的数学知识研究这张城市地图．例如，该城市有哪些道路互相平行？哪些道路互相垂直？道路的十字路口或交叉路口有哪些？这些道路之间所成的角是多少度？从火车站到汽车站如何走最近？……

本章将在小学的基础上进一步探究线段、射线、直线、角的有关性质以及直线的平行、垂直关系．

6.1　线段、射线、直线

议一议

1. 如图 6－1，从甲地到乙地有 3 条路，走哪条路较近？

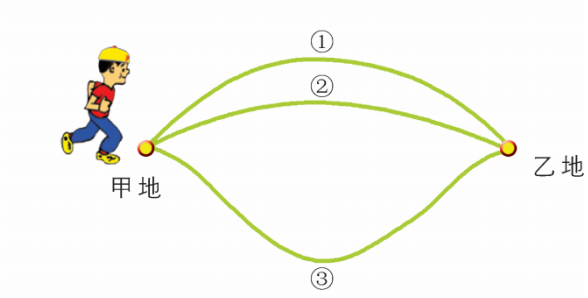


图 6－1

2. 从甲地到乙地能否修一条最短的路？如果能，你认为这条路应该怎样修？请在图 6－1 中画出这条路．

实践告诉我们一个**基本事实**：

两点之间线段(line segment)最短．

两点之间线段的长度叫做这两点之间的**距离**(distance).

想一想

研究“章头活动”中的城市地图．

由火车站到汽车站，走下面哪条路线更近？为什么？

(1) 火车站→运河路→青年路→汽车站；

(2) 火车站→运河路→世纪大道→解放路→汽车站．

图 6－2(1)中的线段，记作线段 AB 或线段 BA，也可以记作线段 a.

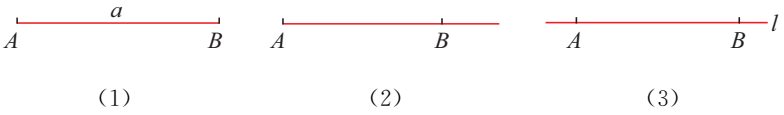


图 6－2

延长图 6－2(1)中的线段 AB（如图 6－2(2)），所得的**射线**(half line) 记作射线 AB；再反向延长线段 AB（如图 6－2(3)），所得的**直线**(straight line) 记作直线 AB 或直线 BA，也可以记作直线 l.

如图 6－3，点 B、C 在线段 AD 上.

(1) 图中以 A 为一个端点的线段有几条？是哪几条？以 B 为一个端点的线段呢？

图 6－3

(2) 图中以 A、B、C、D 四点中的两点为端点的线段有几条？是哪几条？

如图 6－4，已知点 A、B.

图 6－4

(1) 过点 A 可以画几条直线？

(2) 过 A、B 两点可以画几条直线？

由此，你得到了什么结论？请与同学交流.

实践告诉我们一个**基本事实**：

两点确定一条直线.

如图 6－5，已知点 A、B、C.

(1) 画线段 BC（连接 BC），画直线 AB、AC；

(2) 在线段 BC 上取一点 D，画射线 AD.

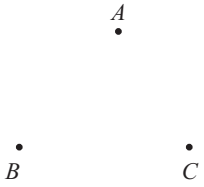


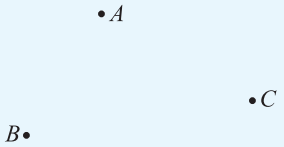
图 6－5

1. 如图，已知点 A、B、C.

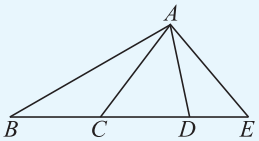
（1）画线段 AB；

（2）画射线 BC；

（3）画直线 AC.



（第 1 题）



（第 2 题）

2. 如图，以 A 为一个端点的线段有几条？是哪几条？以 B 为一个端点的线段呢？

取一张长方形纸片．

（1）用刻度尺度量并比较长方形的长与宽的大小；

（2）用折纸的方法比较长方形的长与宽的大小．

通过度量或叠合可以比较两条线段的大小．

用叠合的方法比较图 6－6 中线段 AB 与 CD 的大小，只要移动线段 AB，使点 A 与点 C 重合，线段 AB 落在射线 CD 上（如图 6－7）.

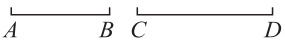


图 6－6

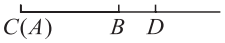


图 6－7

此时，如果点 B 落在线段 CD 上（不与点 C、D 重合），那么线段 AB 小于线段 CD，记作 $AB < CD$.

想一想，点 B 落在什么位置时，$AB = CD$，$AB > CD$？

要画一条线段等于已知线段 a，可以先量出线段 a 的长度，再画一条等于这个长度的线段；也可以如图 6－8，用圆规在射线 AC 上截取，就得 $AB = a$.

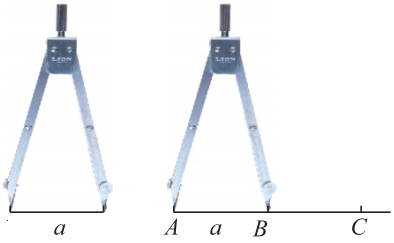


图 6－8

1. 比较图 6－9 中以 A 为一个端点的线段的大小，并把它们用“<”号连接起来．

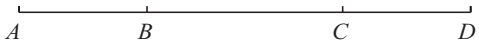


图 6－9

2. 在图 6－9 中，$AC = AB + BC$，$AB = AD - DB$. 类似地，还能写出哪些有关线段的和与差的关系式？

如图 6－10，已知线段 AB.

延长线段 AB 到点 C，使 $BC = AB$.

图 6－10

如图 6－11，点 B 把线段 AC 分成两条相等的线段 AB 和 BC，点 B 叫做线段 AC 的**中点**(middle point).

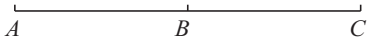


图 6－11

在图 6－11 中，线段 AB、BC、AC 之间有怎样的数量关系？

如图 6－11，因为 B 是线段 AC 的中点，

所以 $AB = BC = \frac{1}{2}AC$ 或 $AC = 2AB = 2BC$.

例 如图 6－12，线段 $AB = 8$，C 是 AB 的中点，点 D 在 CB 上，且 $DB = 1.5$. 求线段 CD 的长．

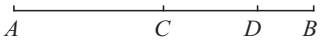


图 6－12

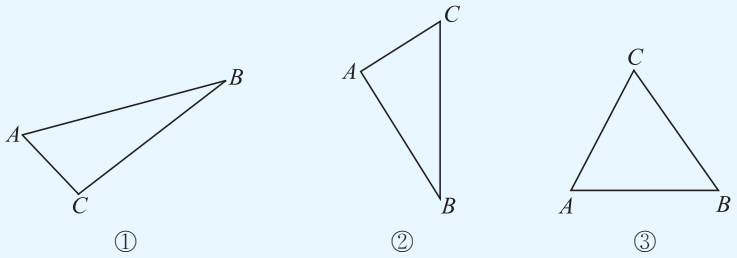
解： 因为 C 是 AB 的中点，

所以 $CB = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 8 = 4$，

$CD = CB - DB = 4 - 1.5 = 2.5$.

练一练

1. 先估计图中线段 AB 与线段 BC 的大小，再用刻度尺或圆规检验你的结论．

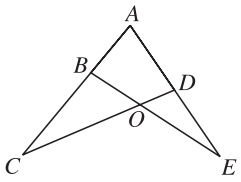


（第 1 题）

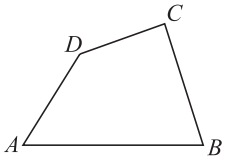
2. 画长度为 5 cm 的线段，并用刻度尺找出它的中点．
3. (1) 画直线 l，并在 l 上依次取点 A、B、C，使 $AB = 4$ cm，$BC = 2$ cm；
   (2) 分别画线段 AB、BC 的中点 D、E；
   (3) 求线段 DE 的长．

6.1 习题

1. 根据下列语句，分别画出图形：
   (1) 直线 l 经过点 A、B；
   (2) 点 A 在直线 l 外，点 B 在直线 l 上；
   (3) 直线 a、b 相交于点 O；
   (4) 点 P 在直线 a 外，经过点 P 的直线 b 与直线 a 相交于点 Q.
2. 如图，以 A 为一个端点的线段有几条？是哪几条？以 O 为一个端点的线段呢？



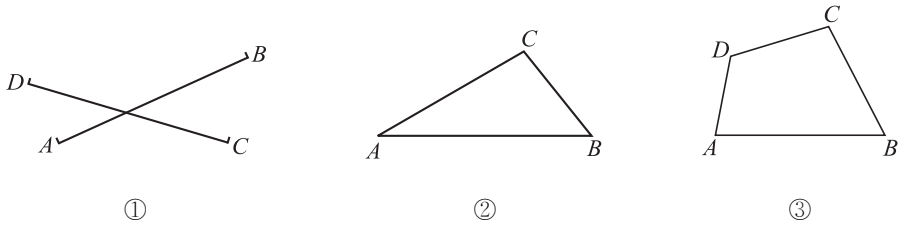
（第 2 题）



（第 3 题）

3. 在图中：
   (1) 延长线段 AD，与线段 BC 的延长线相交于点 E；
   (2) 反向延长线段 AB，与线段 CD 的延长线相交于点 F．

4. 先估计图中各组线段的大小，再用刻度尺或圆规加以检验．



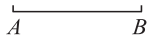
（第 4 题）

5. 如图，已知线段 AB.

（1）延长线段 AB 到点 C，使 $BC = AB$；

（2）反向延长线段 AB 到点 D，使 $AD = AB$.

在所画图中，A、B 分别是哪条线段的中点？



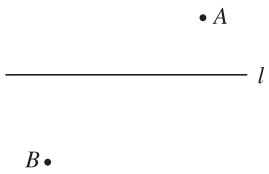
（第 5 题）

（第 6 题）

6. 如图，$AC = BD$. 线段 AD 与线段 BC 有怎样的数量关系？为什么？

7. 如图，B 是线段 AD 上一点，C 是线段 BD 的中点，$AD = 10$，$BC = 3$. 求线段 CD、AB 的长．

（第 7 题）

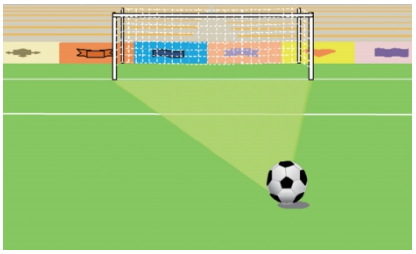


（第 8 题）

8. 如图，A、B 是河 l 两侧的两个村庄．现要在河 l 上修建一个抽水站 C，使它到 A、B 两村庄的距离的和最小．请在图中画出点 C 的位置，并说明理由．

6.2　角

足球场上，把球射向球门时，射门的角度越大，进球的可能性也越大．



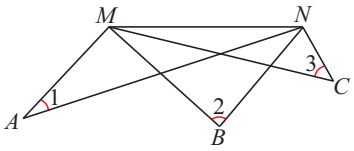


图 6－13

如图 6－13，点 A、B、C 分别表示足球比赛中 3 个不同的射门位置，MN 表示球门线．

（1）估测图中所示各个角的大小关系，再用量角器量一量，检验你的结论；

（2）与同学交流度量角的方法；

（3）在图中哪一点射门进球的可能性最大？

有公共端点的两条射线组成的图形叫做**角**(angle)，这个公共端点是角的顶点，这两条射线是角的两条边．如图 6－14，点 O 是这个角的顶点，OA、OB 是这个角的两条边．

角通常用 3 个字母及符号“∠”来表示．图 6－14 中的角可以表示为$\angle AOB$(表示顶点的字母写在另两个字母中间)，也可以表示为$\angle\alpha$．在不引起混淆的情况下，角还可以用它的顶点字母来表示．如图6－14中的角可以表示为$\angle O$.

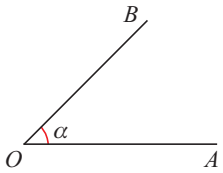


图 6－14

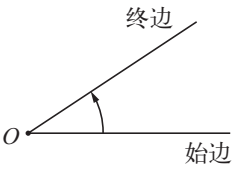


图 6－15

角也可以看成是一条射线绕着它的端点旋转到另一个位置所成的图形(如图 6－15).

在射线 OA 绕点 O 旋转 1 周的过程中，当终止位置 OB(终边)与起始位置 OA(始边)成一条直线时(如图6-16(1))，所成的角叫做平角. 当 OB 与 OA 重合时(如图6-16(2))，所成的角叫做周角.

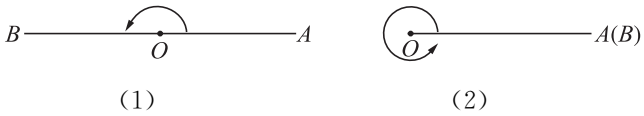


图 6－16

怎样比较图 6－17 中两个角的大小?

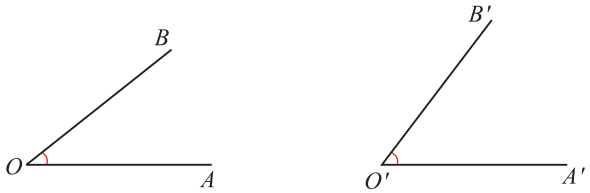


图 6－17

用叠合的方法比较$\angle AOB$ 与$\angle A'O'B'$的大小，只要移动$\angle AOB$，使顶点 O 与 O'重合，边 OA 与边 $O'A'$ 重合，并使 OB 与 $O'B'$ 在$O'A'$ 的同侧(如图 6－18).

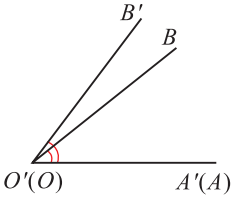


图 6－18

此时，如果边 OB 落在$\angle A'O'B'$的内部，那么$\angle AOB$ 小于$\angle A'O'B'$，记作 $\angle AOB < \angle A'O'B'$.

想一想，边 OB 落在什么位置时，$\angle AOB = \angle A'O'B'$，$\angle AOB > \angle A'O'B'$?

1. 在图 6－19 中，以 OA 为一边的角有哪几个? 请把这些角按从小到大的顺序用“<”号连接起来.

2. 在图 6－19 中，$\angle AOC = \angle AOB + \angle BOC$，$\angle AOB = \angle AOD - \angle BOD$. 类似地，还能写出哪些有关角的和与差的关系式?

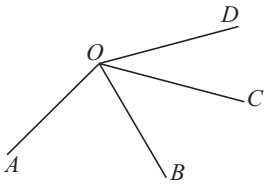
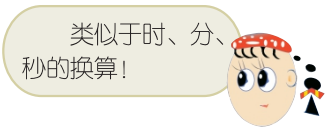


图 6－19

我们常用量角器度量角，常用的度量单位是度、分、秒．

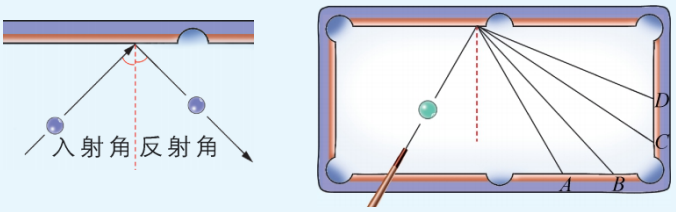
1° 的 $\frac{1}{60}$ 为 1 分，记作 $1'$，即 $1^\circ = 60'$．

$1'$ 的 $\frac{1}{60}$ 为 1 秒，记作 $1''$，即 $1' = 60''$．



练一练

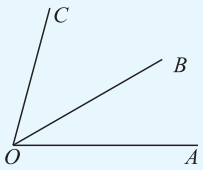
1. 0.75° 等于多少分？$78^\circ 54'$ 等于多少度？
2. 如图①，打台球时，球的反射角等于入射角．请估测图②中入射角的度数、球反弹后会撞击图中的哪一点．
   用量角器量出图中有关的角的度数，检验你的估测．



①　　②

（第 2 题）

3. （1）图中共有多少个角？请分别表示这些角；
   （2）图中各角之间有怎样的数量关系？



（第 3 题）

想一想

如何画一个角等于已知角？

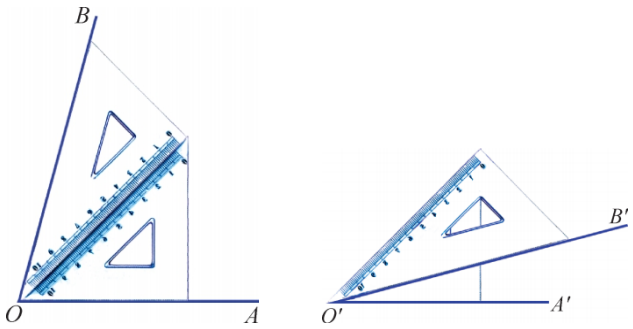


图 6－20

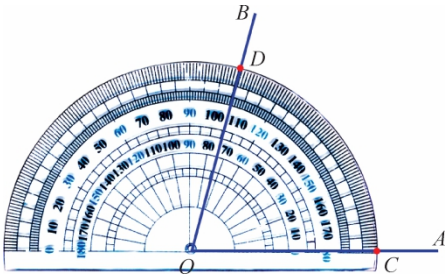
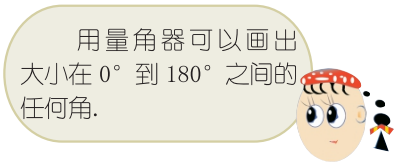


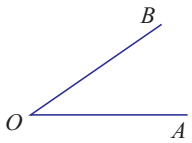
图 6－21



观察图 6－21 中点 D 的位置，可以发现：点 D 在量角器的边缘弧上，并且与点 C 的距离随着角的大小的确定而确定．

只用直尺和圆规，怎样作一个角等于已知角？把你的想法与同学交流．

阅读下列作法，并根据作法中的步骤用直尺和圆规作$\angle A'O'B'$，使$\angle A'O'B'=\angle AOB$.

作　法	图　形
1. 以点 O 为圆心，任意长为半径画弧，分别交 OA、OB 于点 C、D. 2. 画射线 $O'A'$，以点 O' 为圆心，OC 长为半径画弧，交 $O'A'$ 于点 C'. 3. 以点 C' 为圆心，CD 长为半径画弧，交前弧于点 D'. 4. 过点 D' 画射线 $O'B'$. $\angle A'O'B'$ 就是与 $\angle AOB$ 相等的角．	

在透明纸上画一个角，把这个角对折，使角的两边重合，再展平纸片，折痕把这个角分成两个相等的角(如图6－22).

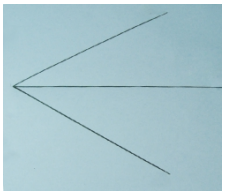


图 6－22

如图 6－23，射线 OC 把$\angle AOB$ 分成两个相等的角，射线 OC 叫做这个**角的平分线**（angular bisector）.

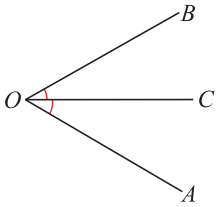


图 6－23

议一议

在图 6－23 中，$\angle AOC$、$\angle BOC$、$\angle AOB$ 之间有怎样的数量关系？

如图 6－23，因为 OC 是$\angle AOB$ 的平分线，

所以 $\angle AOC = \angle BOC = \frac{1}{2}\angle AOB$ 或 $\angle AOB = 2\angle AOC = 2\angle BOC$.

例　如图 6－24，$\angle AOD = 80°$，OB 是$\angle AOC$ 的平分线，$\angle AOB = 30°$. 求$\angle AOC$、$\angle COD$ 的度数.

解：因为 OB 是$\angle AOC$ 的平分线，

所以 $\angle AOC = 2\angle AOB$

$= 2 \times 30°$

$= 60°$，

$\angle COD = \angle AOD - \angle AOC$

$= 80° - 60°$

$= 20°$.

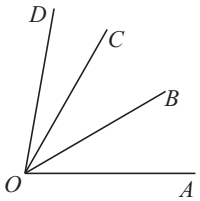
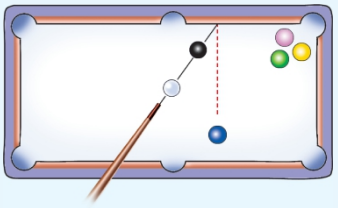


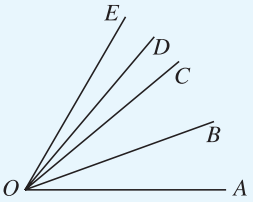
图 6－24

练一练

1. 图中的黑色球能否被击入右下角的袋中？先估测，再用直尺和圆规作出反射角加以检验.



（第 1 题）



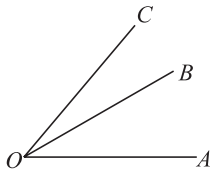
（第 2 题）

2. 如图，OC 是$\angle AOE$ 内的一条射线，OB 是$\angle AOC$ 的平分线，OD 是$\angle COE$ 的平分线，$\angle AOC = 40°$，$\angle COE = 20°$. 求$\angle BOD$ 的度数.

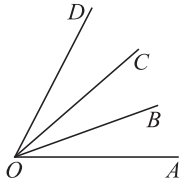
6.2 习题

1. 22.5°等于多少分？54°36′等于多少度？

2. 如图，$\angle AOC = 50°$，$\angle BOC = 20°15'$. 求$\angle AOB$的度数.



（第 2 题）



（第 3 题）

3. (1) 图中共有多少个角？请分别表示这些角；

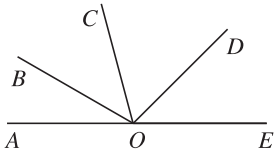
(2) 根据图形填空：

$\angle AOB + \angle BOC =$ _____，

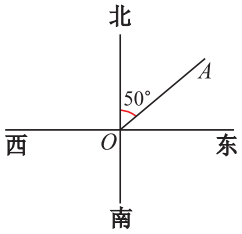
$\angle BOD - \angle BOC =$ _____，

$\angle AOD - \angle DOB =$ _____.

4. 如图，点 A、O、E 在一条直线上，比较图中$\angle AOB$、$\angle AOC$、$\angle AOD$和$\angle AOE$的大小，并指出其中的锐角、钝角和平角.



（第 4 题）



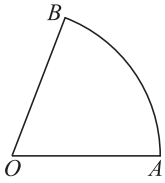
（第 5 题）

5. 如图，OA 是表示北偏东 50°方向的一条射线. 试画出表示下列方向的射线：

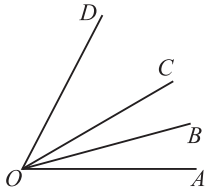
(1) 北偏西 30°；

(2) 南偏东 75°.

6. 如图，$\angle AOB = 69°$. 你能过点 O 画两条射线，把这个扇形分成相同的 3 部分吗？



（第 6 题）



（第 7 题）

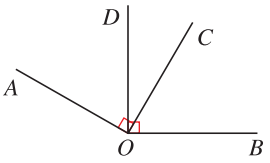
7. 如图，OB 是$\angle AOC$ 的平分线，$\angle COD = 2\angle AOB$. $\angle COD$ 与$\angle AOC$ 有怎样的数量关系？为什么？

8. 如图，$\angle AOC$ 和 $\angle BOD$ 都是直角．

（1）设 $\angle COD=30^{\circ}$，求 $\angle AOD$、$\angle BOC$ 的度数，并判断这两个角是否相等；

（2）改变 $\angle COD$ 的大小，$\angle AOD$ 与 $\angle BOC$ 还相等吗？

（3）由(1)和(2)，你发现了什么？

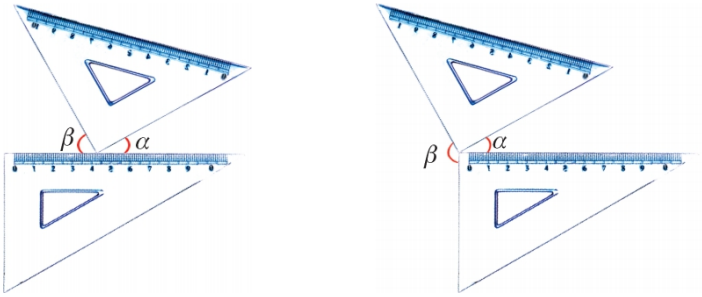


（第 8 题）

6.3 余角、补角、对顶角

议一议

在图 6－25 中，$\angle\alpha$ 与 $\angle\beta$ 的度数之间有怎样的关系？



（1）　　（2）

图 6－25

如果两个角的和是一个直角，那么这两个角互为余角，简称互余，其中的一个角叫做另一个角的**余角**(complementary angle)．如图 6－26，$\angle\alpha=35°$，$\angle\beta=55°$，$\angle\alpha$ 与 $\angle\beta$ 互为余角．

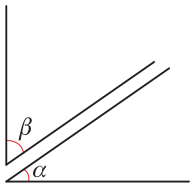


图 6－26

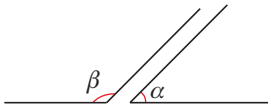


图 6－27

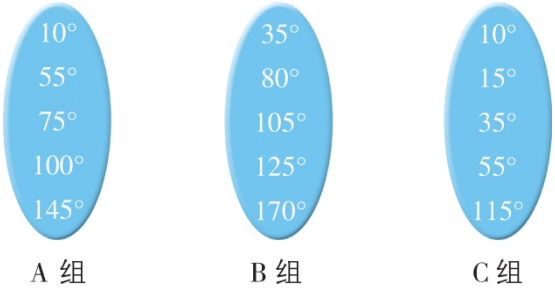
如果两个角的和是一个平角，那么这两个角互为补角，简称互补，其中的一个角叫做另一个角的**补角**(supplementary angle)．如图 6－27，$\angle\alpha=45°$，$\angle\beta=135°$，$\angle\alpha$ 与 $\angle\beta$ 互为补角．

做一做

1．填表：

$\angle\alpha$	50°			$n°(0<n<90)$
$\angle\alpha$ 的余角		45°		
$\angle\alpha$ 的补角			120°	

2. 已知 3 组角：



（1）对 A 组中的每一个角，在 B 组中找出它的补角，并用线连接；

（2）B 组中有哪些角的余角在 C 组中？分别找出这些角，并用线连接．

如果∠1 与∠2 互为余角，∠1 与∠3 互为余角，那么∠2 与∠3 相等吗？为什么？

因为∠1 与∠2 互为余角，∠1 与∠3 互为余角，

所以 $\angle 1+\angle 2=90^\circ$，$\angle 1+\angle 3=90^\circ$，

即　$\angle 2=90^\circ-\angle 1$，$\angle 3=90^\circ-\angle 1$.

由此可知 $\angle 2=\angle 3$.

如果$\angle\alpha$ 与$\angle\beta$ 互为补角，$\angle\alpha$ 与$\angle\gamma$ 互为补角，那么用同样的方法可以说明 $\angle\beta=\angle\gamma$.

由此，我们得到：

同角(等角)的余角相等．
同角(等角)的补角相等．

例 1　已知$\angle\alpha$ 与$\angle\beta$ 互为补角，且$\angle\beta$ 比$\angle\alpha$ 大 30°．求$\angle\alpha$、$\angle\beta$ 的度数．

解：根据题意，可得 $\angle\beta=\angle\alpha+30^\circ$.

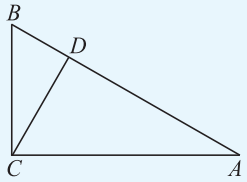
因为$\angle\alpha$ 与$\angle\beta$ 互为补角，

所以 $\angle\alpha+\angle\beta=180^\circ$，即 $\angle\alpha+(\angle\alpha+30^\circ)=180^\circ$.

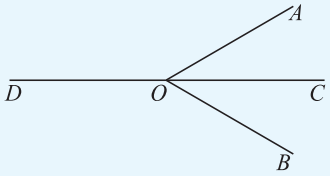
所以 $\angle\alpha=75^\circ$，$\angle\beta=75^\circ+30^\circ=105^\circ$.

练一练

1. 如果 $\angle 1=\angle 2$，$\angle 2=\angle 3$，那么 $\angle 1$ _____ $\angle 3$；
   如果 $\angle 1>\angle 2$，$\angle 2>\angle 3$，那么 $\angle 1$ _____ $\angle 3$.
2. 如图，$\angle A+\angle B=90^\circ$，$\angle BCD+\angle B=90^\circ$. $\angle A$ 与 $\angle BCD$ 有怎样的大小关系？为什么？



（第 2 题）



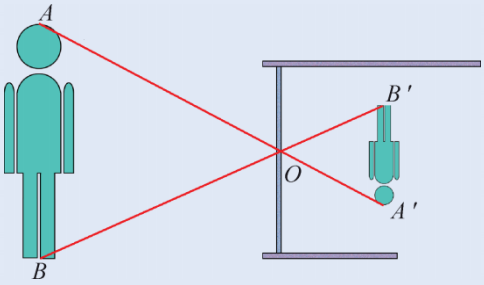
（第 3 题）

3. 如图，直线 CD 经过点 O，OC 平分 $\angle AOB$. $\angle AOD$ 与 $\angle BOD$ 有怎样的大小关系？为什么？

读一读

小孔成像

我国古代的墨子对光的直线传播、光的反射和物影成像进行了研究．有一次，墨子在堂屋朝阳的地方，让一个人对着小孔站在屋外，在阳光的照射下，屋内相对的墙上出现了倒立人像．墨子对“小孔成像”的现象进行了分析，阐述了光的直线传播原理：由于光的直射，人的头部与足部的成像分别在下边和上边，构成倒影（如图）．这后来成为摄影技术的先声．



“小孔成像”中，通过小孔 O 的两条光线 AA'、BB' 形成了 4 个角：$\angle AOB$、$\angle AOB'$、$\angle A'OB'$、$\angle A'OB$，其中 OA' 是 OA 的反向延长线，OB' 是 OB 的反向延长线，我们把 $\angle AOB$ 和 $\angle A'OB'$ 叫做**对顶角**(opposite angles)．$\angle AOB'$ 和 $\angle A'OB$ 也是对顶角．

你能举出生活中的对顶角的实例吗？

议一议

如图 6－28，直线 AB、CD、EF 相交于点 O. 图中有多少对对顶角？请分别把它们表示出来，并与同学交流．

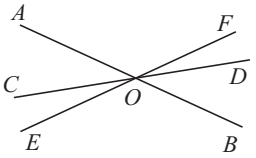


图 6－28

想一想

如图 6－29，将两根木条 a、b 钉在一起，并把它们看成两条相交直线．如果 $\angle 1 = 50°$，那么 $\angle 2$、$\angle 3$、$\angle 4$ 各等于多少度？由此，你发现了什么？

改变 $\angle 1$ 的大小，你发现的结论仍成立吗？

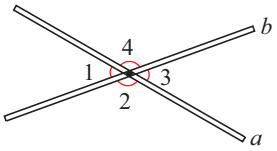


图 6－29

试一试

如图 6－30，直线 a、b 相交于点 O. 你能说明 $\angle 1 = \angle 3$，$\angle 2 = \angle 4$ 吗？

在图 6－30 中，因为 $\angle 1$、$\angle 3$ 都是 $\angle 2$ 的补角，

所以 $\angle 1 = \angle 3$.

同样，可以得到 $\angle 2 = \angle 4$.

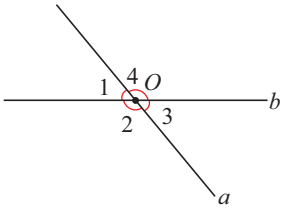


图 6－30

由此，我们得到：

对顶角相等．

例 2　如图 6－31，直线 AB、CD 相交于点 O，$\angle BOD$ 与 $\angle BOE$ 互为余角，$\angle AOC = 72°$. 求 $\angle BOE$ 的度数．

解：因为 $\angle AOC$ 与 $\angle BOD$ 是对顶角，

所以 $\angle BOD = \angle AOC = 72°$.

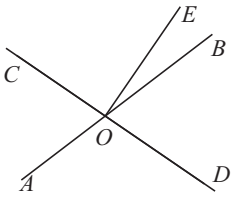


图 6－31

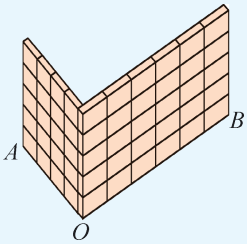
又因为$\angle BOD$与$\angle BOE$互为余角，

所以 $\angle BOD+\angle BOE=90^\circ$.

所以 $\angle BOE=90^\circ-\angle BOD=90^\circ-72^\circ=18^\circ$.

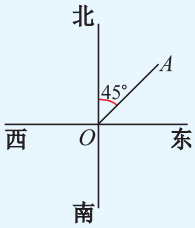
练一练

1. 如图，要测量两堵围墙所形成的$\angle AOB$的度数，在围墙外面可以怎样测量？

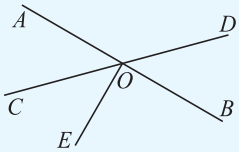


（第 1 题）

2. 如图，
   (1) 射线 OA 表示什么方向？
   (2) 画 OA 的反向延长线 OA'，并指出它表示的方向．



（第 2 题）



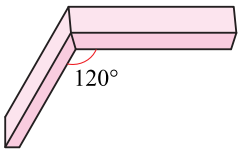
（第 3 题）

3. 如图，直线 AB、CD 相交于点 O，$\angle AOC+\angle COE=90^\circ$. 写出$\angle COE$的余角、$\angle BOD$的补角．

6.3 习题

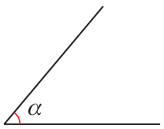
1. 已知 $\angle\alpha=34^\circ30'$，求$\angle\alpha$的余角和补角．
2. 要将角钢（如图①）弯成 120°的钢架（如图②），就要在角钢上截去一块．图①中虚线组成的角应为多少度？

①



②

（第 2 题）

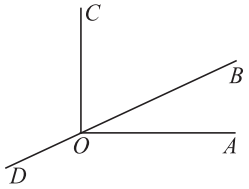


（第 3 题）

3. 如图，已知$\angle\alpha$. 试画出$\angle\alpha$的余角和补角．

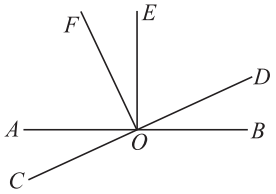
4. $\angle A$ 与 $\angle B$ 互为余角，且 $\angle B = 2\angle A$. 求 $\angle A$、$\angle B$ 的度数.

5. 如图，$\angle AOC = 90°$，$\angle BOC$ 与 $\angle COD$ 互为补角，$\angle COD = 115°$. 求 $\angle AOB$ 的度数.

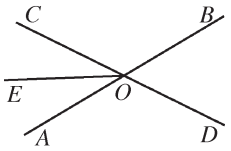


（第 5 题）

6. 如图，直线 AB、CD 相交于点 O，$\angle AOE = \angle COF = 90°$. $\angle AOF$ 与 $\angle DOE$、$\angle BOF$ 与 $\angle COE$ 有怎样的大小关系？为什么？



（第 6 题）



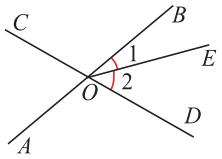
（第 7 题）

7. 如图，直线 AB、CD 相交于点 O，OE 平分 $\angle AOC$.

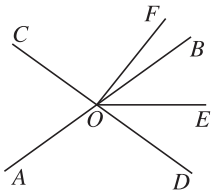
（1）画 OE 的反向延长线 OF；

（2）OF 是 $\angle BOD$ 的平分线吗？为什么？

8. 如图，直线 AB、CD 相交于点 O，$\angle AOC = 70°$，$\angle 1 = 25°$. 求 $\angle 2$ 的度数.



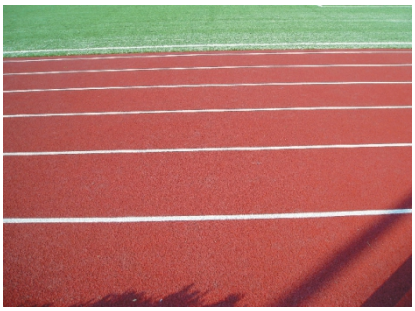
（第 8 题）



（第 9 题）

9. 如图，直线 AB、CD 相交于点 O，OE 平分 $\angle BOD$，$\angle AOC = 72°$，$\angle DOF = 90°$. 求 $\angle EOF$ 的度数.

6.4 平 行



上面的图片中哪些线互相平行？

议一议

教室内，哪些线互相平行？

在同一平面内，不相交的两条直线叫做**平行线**(parallel lines).

在图 6－32 中，两条直线互相平行，记作 $a /\!/ b$ 或 $AB /\!/ CD$.

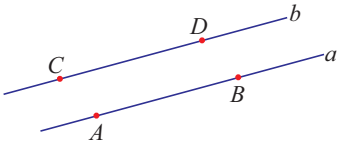
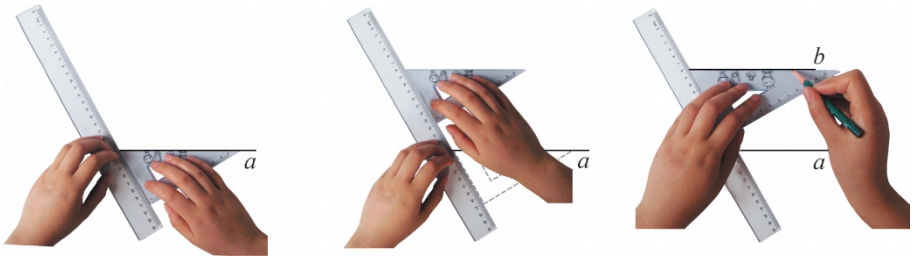


图 6－32

想一想，小学里怎样用直尺和三角尺画平行线？



(1)　　(2)　　(3)

图 6－33

议一议

根据图 6－34，回答下列问题：

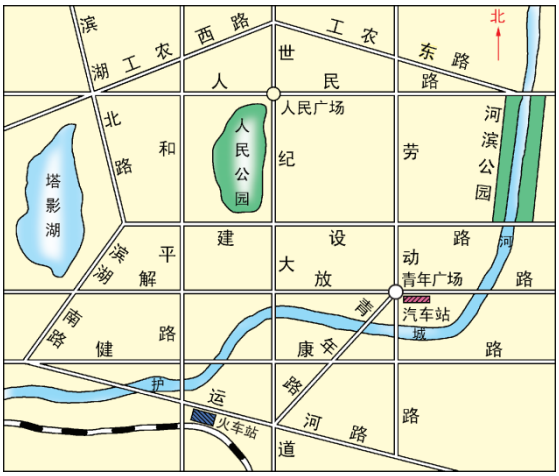


图 6－34

（1）图中有哪些道路与建设路平行？利用图 6－33 提供的方法加以检验；

（2）经过人民广场，并且与建设路平行的道路有几条？经过青年广场呢？

做一做

如图 6－35，A、B 是直线 l 外的两点．利用图 6－33 提供的方法，过点 A 画与直线 l 平行的直线，这样的直线能画几条？过点 B 呢？

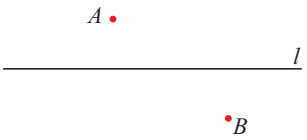


图 6－35

实践告诉我们一个**基本事实**：

过直线外一点有且只有一条直线与这条直线平行．

试一试

如图 6－36，D 是 AB 的中点．

（1）过点 D 画 BC 的平行线，交 AC 于点 E，过点 D 画 AC 的平行线，交 BC 于点 F；

（2）在所画图中，线段 AE 与 EC、线段 BF 与 FC 有怎样的数量关系？用刻度尺或圆规检验你的结论．

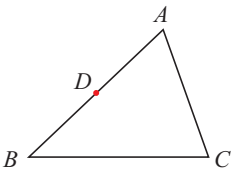
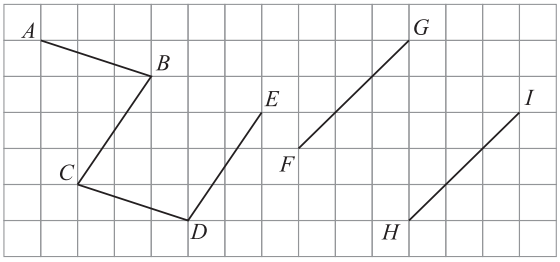


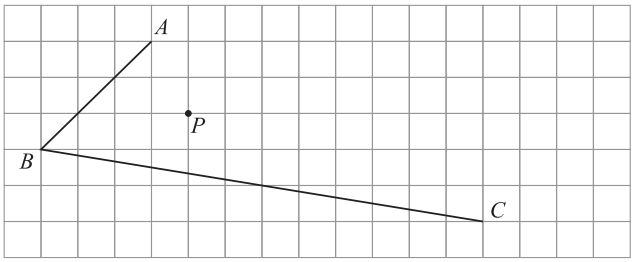
图 6－36

数学实验室

1. 利用图 6－33 提供的方法，检验图 6－37(1)中 AB 与 CD、BC 与 ED、FG 与 HI 是否互相平行.



(1)



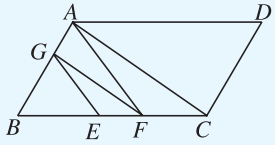
(2)

图 6－37

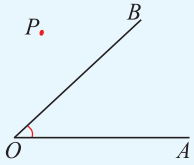
2. 观察图 6－37(1)，你能发现在方格纸中画平行线有什么简便的方法吗？运用你发现的方法，在图 6－37(2)中，过点 P 分别画 AB、BC 的平行线.

练一练

1. 利用图 6－33 提供的方法，检验图中 AC 与 GF、AF 与 GE 是否互相平行.



（第 1 题）



（第 2 题）

2. 如图，P 是$\angle AOB$ 外一点.

(1) 过点 P 画 OA 的平行线，交 OB 于点 C；

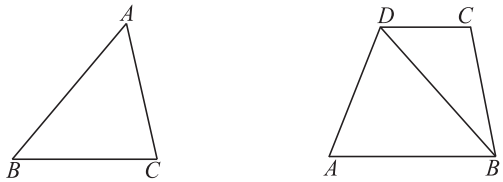
(2) 过点 P 画 OB 的平行线，交 OA 的反向延长线于点 D；

(3) 量出$\angle AOB$、$\angle PCO$、$\angle PDO$、$\angle CPD$ 的度数. 你有什么发现？

6.4 习题

1. (1) 在图①中，过点 A 画直线 $l \parallel BC$；

(2) 在图②中，过点 C 画 DA 的平行线，交 AB 于点 E，过点 C 画 DB 的平行线，交 AB 的延长线于点 F.



①　　②

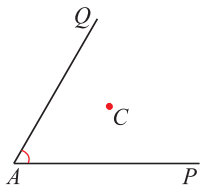
（第 1 题）

2. 如图，点 C 在 $\angle PAQ$ 内.

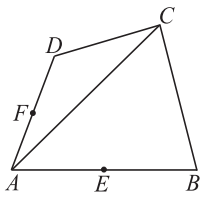
(1) 过点 C 画 AQ 的平行线，交 AP 于点 B；

(2) 过点 C 画 AP 的平行线，交 AQ 于点 D.

你能说出四边形 $ABCD$ 的名称吗？



（第 2 题）



（第 3 题）

3. 如图，E、F 分别是线段 AB、AD 的中点.

(1) 过点 E 画 AC 的平行线，交 BC 于点 H，过点 F 画 AC 的平行线，交 DC 于点 G，利用图 6－33 提供的方法检验 EH 与 FG 是否平行；

(2) 连接 EF、GH，量出 $\angle FEH$、$\angle EHG$、$\angle HGF$、$\angle GFE$ 的度数. 其中，哪些角相等？哪些角互补？

6.5 垂 直

上面的图片中哪些线互相垂直？

议一议

教室内，哪些线互相垂直？

如果两条直线相交所成的四个角中有一个角是直角，那么这两条直线互相垂直，其中的一条直线叫做另一条直线的**垂线**(perpendicular line)，它们的交点叫做**垂足**(foot of a perpendicular).

在图 6－38 中，两条直线互相垂直，记作 $a\perp b$或 $AB\perp CD$. 其中点 O 是垂足 .

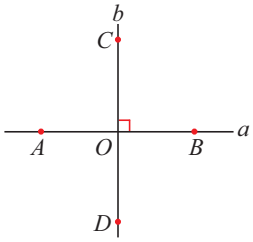


图 6－38

议一议

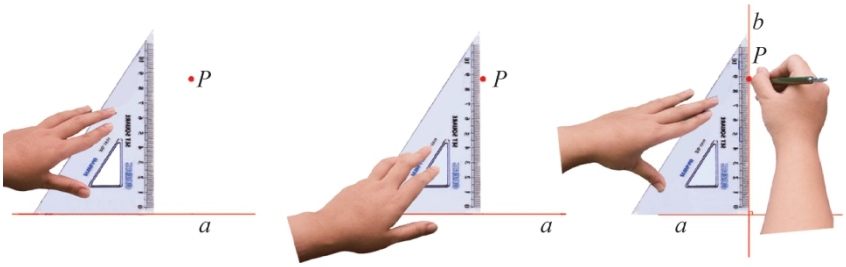
在图 6－34 中，

(1) 哪些道路与解放路垂直？利用三角尺或量角器加以检验；

(2) 经过人民广场，并且与解放路垂直的道路有几条？经过青年广场呢？

做一做

1. 已知直线 a 与直线 a 外的一点 P. 根据图 6－39 提供的方法，过点 P 画直线 a 的垂线．这样的垂线能画几条？



（1）　　（2）　　（3）

图 6－39

2. 过直线 a 上的一点 Q（如图 6－40），画直线 a 的垂线．这样的垂线能画几条？

图 6－40

实践告诉我们一个**基本事实**：

过一点有且只有一条直线与已知直线垂直．

试一试

画一条线段或射线的垂线，就是画它们所在直线的垂线．在图 6－41 中，分别过点 A、D 画 BC 的垂线，垂足分别为 E、F.

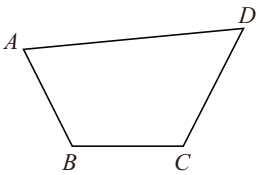
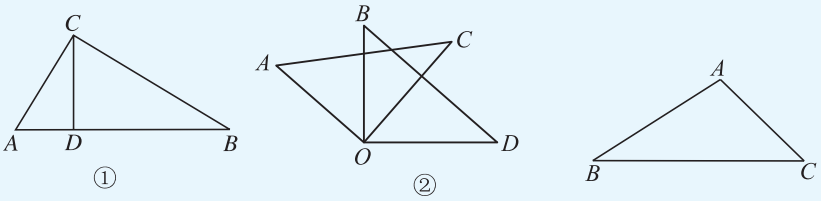


图 6－41

练一练

1. 图中哪些线段互相垂直？用三角尺或量角器加以检验．



（第 1 题）　　（第 2 题）

2. 在图中，

（1）过点 A 画 BC 的垂线，垂足为 D；

（2）过点 B 画 AC 的垂线，过点 C 画 AB 的垂线，垂足分别为 E、F.

议一议

1. 如图 6－42，怎样测量跳远成绩？

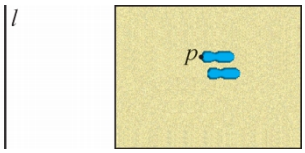


图 6－42

2. 如图 6－43，从人行横道线上的点 P 处过马路，怎样走线路最短？你能把最短的线路画出来吗？

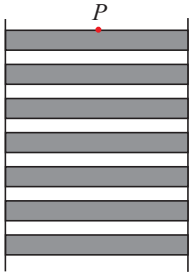


图 6－43

如图 6－44，点 P 在直线 l 外，$PO\perp l$，垂足为 O，PO 叫做点 P 到直线 l 的**垂线段**(vertical line segment).

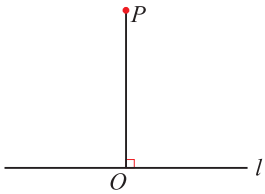


图 6－44

做一做

在图 6－44 的直线 l 上，取点 O_1、O_2、O_3……量出线段 PO，PO_1，PO_2，PO_3……的长度．在这些线段中，哪一条最短？

直线外一点与直线上各点连接的所有线段中，垂线段最短．

直线外一点到这条直线的垂线段的长度叫做**点到直线的距离**(the distance between a point to a straight line).

在图 6－44 中，垂线段 PO 的长度就是点 P 到直线 l 的距离．

试一试

如图 6－45，P 是$\angle AOB$ 的边 OB 上一点．

(1) 过点 P 画 OA 的垂线，垂足为 H；

(2) 过点 P 画 OB 的垂线，交 OA 于点 C.

分别比较 PH 与 PC、PC 与 CO、PH 与 CO 的大小，并说明理由．

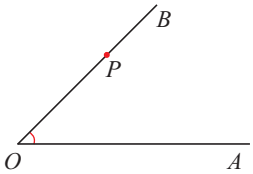
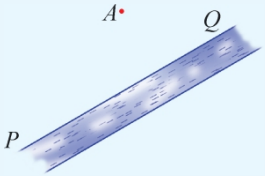


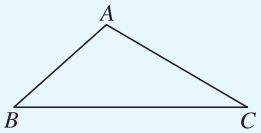
图 6－45

练一练

1. 如图，污水处理厂要从 A 处把处理过的水引入排水沟 PQ，应如何铺设排水管道，才能使用料最省？在图中画出铺设管道的线路，并说明理由．



（第 1 题）



（第 2 题）

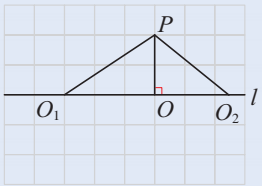
2. 度量图中点 C 到直线 AB 的距离时，甲说：只要量出线段 AC 的长度；乙说：过点 C 画不出直线 AB 的垂线，所以量不出点 C 到直线 AB 的距离．你认为他们的说法正确吗？如果不正确，那么怎样量出点 C 到直线 AB 的距离呢？

阅读

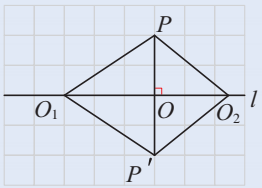
垂线段最短

在“6.5　垂直”中，我们通过度量、比较发现了“直线外一点与直线上各点连接的所有线段中，垂线段最短”．事实上，我们可以根据学过的基本事实，通过下面的说理证实这个结论．

如图(1)，P 是直线 l 外一点，$PO\perp l$，垂足为 O，O_1、O_2 是直线 l 上的任意两点(不与点 O 重合)．



(1)



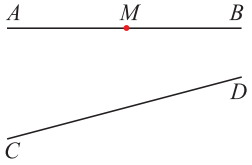
(2)

把图(1)沿直线 l 翻折，并画出图(2)．由于线段 $P'O$ 是由线段 PO 沿直线 l 翻折得到的，因此 $P'O=PO$．同样，$P'O_1=PO_1$，$P'O_2=PO_2$．

因为 $PO\perp l$，$P'O\perp l$，所以 P、O、P' 三点在一条直线上．于是，根据基本事实“两点之间线段最短”，可以得到 $PP'<PO_1+P'O_1$，$PP'<PO_2+P'O_2$，即 $2PO<2PO_1$，$2PO<2PO_2$，也就是 $PO<PO_1$，$PO<PO_2$．

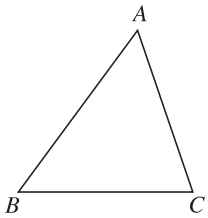
6.5 习题

1. 如图，已知直线 AB、CD，点 M 在直线 AB 上．
   (1) 过点 M 画直线 AB 的垂线，交 CD 于点 E；
   (2) 过点 M 画直线 CD 的垂线，垂足为 F.

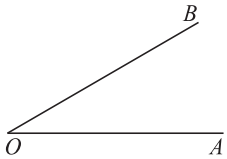


（第 1 题）

2. 在图中，
   (1) 画 $AD \perp BC$，垂足为 D；
   (2) 画 $BE \perp AC$，垂足为 E；
   (3) 设 AD、BE 相交于点 H，连接并延长 CH，交 AB 于点 F. CF 与 AB 垂直吗？用三角尺或量角器加以检验．



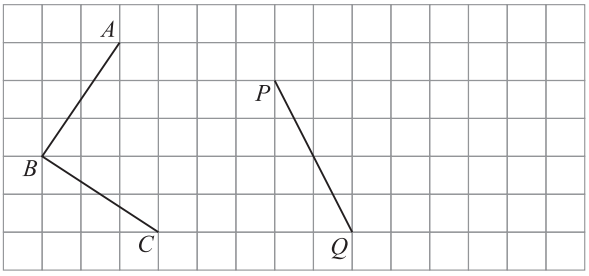
（第 2 题）



（第 3 题）

3. 如图，已知$\angle AOB$. 画射线 $OC \perp OA$、射线 $OD \perp OB$. 你能画出几种符合要求的图形？

4. (1) 用三角尺或量角器检验图中 AB 与 BC 是否互相垂直.
   (2) 观察图形，你能发现在方格纸中画垂线有什么简便的方法吗？运用你发现的方法，在图中过点 P 画 PQ 的垂线，并用三角尺或量角器加以检验．



（第 4 题）

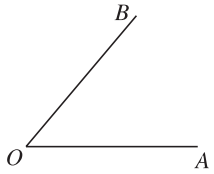
5. 如图，已知$\angle AOB$.

（1）用量角器画$\angle AOB$的平分线OC；

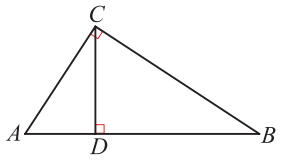
（2）在OC上任取一点M，画$MP\perp OA$，$MQ\perp OB$，垂足分别为P、Q；

（3）度量点M到OA、OB的距离，你发现了什么？

在OC上再取几点试一试．



（第 5 题）



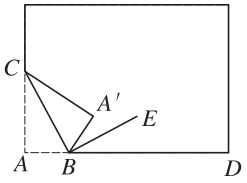
（第 6 题）

6. 如图，$AC\perp BC$，$CD\perp AB$，垂足分别为C、D. 分别比较图中CD与AC、BC与AB、CD与AB的大小，并说明理由.

7. 如图，将长方形纸片的一角折叠，使顶点A落在点A'处，折痕为BC.

（1）$\angle A'BC$与$\angle ABC$有怎样的数量关系？

（2）如果BE是$\angle A'BD$的平分线，那么BE与BC有怎样的位置关系？为什么？



（第 7 题）

数学活动

测 量 距 离

活动形式　4 人一组，合作完成．

测量工具　卷尺 1 把、测绳 1 根、标杆若干根．

活 动 一　测量两点间的距离．

活动要求　在空地上选定A、B两点（要求两点间无障碍），测量这两点间的距离，并将测量的过程、结果及体会记录下来．

问　　题　如果A、B两点相距较近（如小于或等于一根测绳的长度），那么可以直接测量出这两点间的距离．如果A、B两点相距较远，那么如何测量这两点间的距离？

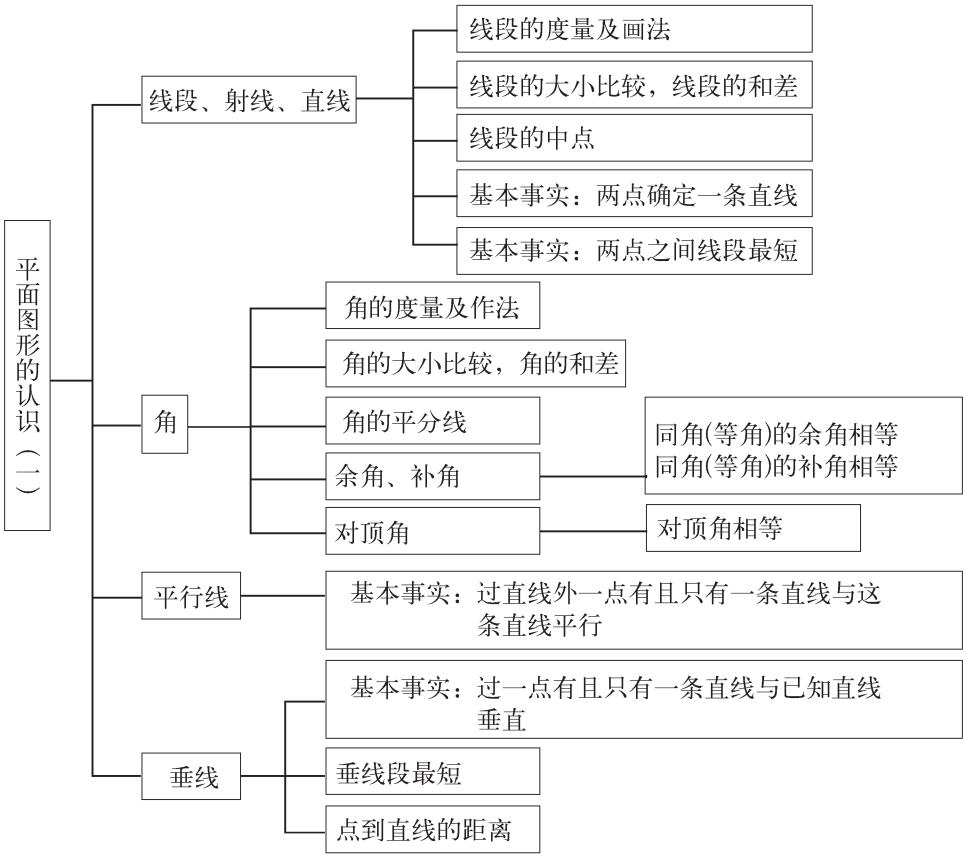
活 动 二　测量点到直线的距离．

活动要求　在空地上选定一点A和一条直的道路（或河流等），测量点A到道路（或河流等）的距离．

问　　题　点A到道路（或河流等）的距离如何确定和测量？

小结与思考

1. 本章知识结构



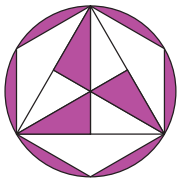
2. 本章中，我们运用已有的知识，探索并证实了余角、补角、对顶角的一些性质．运用已有的知识不断探索，常常可以发现图形可能具有的性质，其中的某些性质可以得到证实．

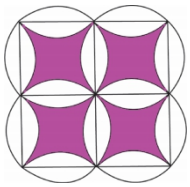
3. 回顾本章 6.5 节中研究“垂线段最短”的过程：先通过“议一议”，借助生活经验初步感知这个性质；再通过“做一做”，用度量、比较的方法发现这个性质；最后在“阅读”中证实了这个性质．像这样“观察、操作——探索、猜想——证实”的过程，是研究图形性质的有效途径．

4. 本章中，我们学习了“两点间的距离”、“点到直线的距离”．“距离”的本质是“最短”，这是它们的共同点．“垂线段最短”的性质，把点到直线的距离转化为点到点(垂足)的距离．

5. 利用圆规、三角尺、量角器等画图工具，可以设计出许多美丽的图案．

（1）你能画出如图所示的图案吗？

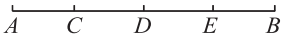




（2）设计一幅漂亮的图案，并在全班交流、展示．

复习巩固

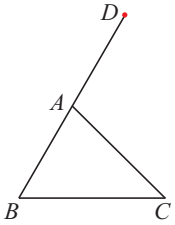
1. 如图，C、D、E 是线段 AB 的四等分点．点 D 是哪些线段的中点？点 C、点 E 呢？



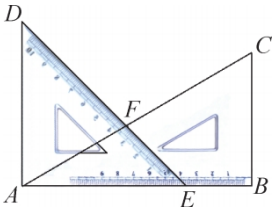
（第 1 题）

（第 2 题）

2. 如图，线段 $AB = 2$ cm．
   （1）反向延长线段 AB 到点 C，使 $AC = 2AB$；
   （2）在所画图中，设 D 是 AB 的中点，E 是 AC 的中点，求 DE 的长．
3. 如图，点 D 在 BA 的延长线上，且 $AD = AB$．过点 D 画 $DE // AC$，过点 A 画 $AF // BC$，AF 与 DE 相交于点 G．用刻度尺或圆规检验 AG 与 BC、DG 与 AC 是否相等．

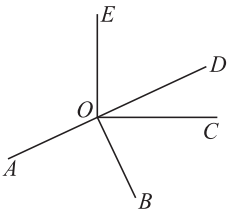


（第 3 题）



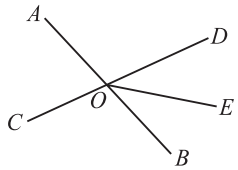
（第 4 题）

4. 把一副三角尺按如图所示放置．
   （1）图中以 A 为一个端点的线段有几条？是哪几条？
   （2）估测图中有哪些角等于 75°，并用量角器加以检验．
5. 如图，点 O 在直线 AD 上，$\angle EOC = \angle DOB = 90°$．
   （1）图中除 $\angle EOC$、$\angle DOB$ 外，还有哪些角是直角？
   （2）图中有哪些相等的角？为什么？
   （3）图中，有哪些角与 $\angle DOC$ 互余或互补？有哪些角与 $\angle AOE$ 互补？

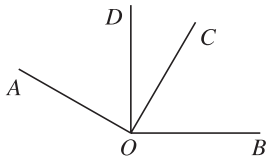


（第 5 题）

6. 如图，直线 AB、CD 相交于点 O，OE 平分 $\angle BOD$，$\angle BOE = 36°$. 求 $\angle AOC$ 的度数.



（第 6 题）



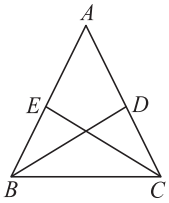
（第 7 题）

7. 如图，$AO \perp CO$，$DO \perp BO$.

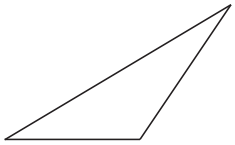
(1) $\angle AOD$ 与 $\angle BOC$ 相等吗？为什么？

(2) 已知 $\angle AOB = 150°$，求 $\angle COD$ 的度数.

8. 如图，BD 平分 $\angle ABC$，CE 平分 $\angle ACB$，$\angle DBC = \angle ECB$. $\angle ABC$ 与 $\angle ACB$ 相等吗？为什么？



（第 8 题）

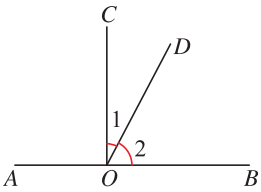


（第 9 题）

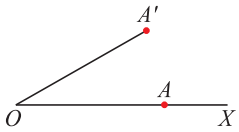
9. 在图中确定三角形顶点 A、B、C 的位置，使 $AB < BC < CA$.

灵活运用

10. 如图，点 O 在直线 AB 上，$CO \perp AB$，$\angle 2 - \angle 1 = 34°$. 求 $\angle AOD$ 的度数.



（第 10 题）



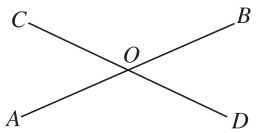
（第 11 题）

11. 如图，点 A 在射线 OX 上，OA 等于 2 cm. 如果 OA 绕点 O 按逆时针方向旋转 30°到 OA'，那么点 A' 的位置可以用 $(2, 30°)$ 表示. 试在图中画出点 $B(3, 50°)$、点 $C(4, 140°)$.

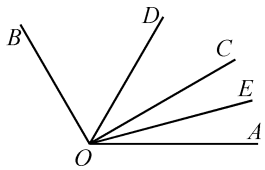
12. 如图，直线 AB、CD 相交于点 O.

（1）用量角器分别画 $\angle AOC$、$\angle BOD$ 的平分线 OE、OF；

（2）OE、OF 在一条直线上吗？为什么？



（第 12 题）



（第 13 题）

13. 如图，OC 是 $\angle AOB$ 内的一条射线，OD、OE 分别平分 $\angle AOB$、$\angle AOC$.

（1）若 $\angle AOC = 30°$，$\angle BOC = 90°$，求 $\angle DOE$ 的度数；

（2）若 $\angle AOC = m°$，$\angle BOC = n°$，求 $\angle DOE$ 的度数.

探索研究

14. 钟面角是指时钟的时针与分针所成的角.

（1）举例说明，哪些时刻钟面角为 30°、60°？

（2）举例说明，哪些时刻钟面角为 90°？哪些时刻时钟的时针与分针互相重叠？

（3）与同桌合作：互相给出一些时刻，求出对应的钟面角的度数.

15. （1）若平面内有点 A、B、C，过其中任意两点画直线，最多可以画几条？

（2）若平面内有点 A、B、C、D，过其中任意两点画直线，最多可以画几条？请画图说明；

（3）若平面内有 5 个点呢？有 n 个点呢？

课题学习

制作无盖的长方体纸盒

如何用一张正方形的硬纸板制作无盖的长方体纸盒？

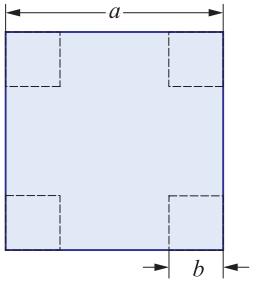
怎样制作才能使无盖的长方体纸盒容积尽可能大？

议一议

1. 无盖长方体纸盒展开后得到怎样的平面图形？

2. 用一张正方形的硬纸板怎样才能制作无盖长方体纸盒？基本的操作步骤是什么？

3. 设正方形硬纸板的边长为 a，其 4 个角上剪去的小正方形的边长为 $b\left(b<\frac{a}{2}\right)$，你能用 a、b 表示长方体纸盒的容积吗？



想一想

已知 a 等于 20 cm．当剪去的小正方形的边长 b 越大，无盖长方体纸盒的容积就越大吗？请举例说明．

做一做

用边长 $a=20$ cm 的正方形硬纸板制作无盖长方体纸盒．

(1) 当剪去的小正方形的边长 b 取 1、2、3、4、5、6、7、8、9(单位：cm)时，分别求出制成的无盖长方体纸盒的容积；

(2) 这些无盖长方体纸盒的容积是怎样变化的？

(3) 制作容积尽可能大的无盖长方体纸盒．

想一想

你还能用边长为 20 cm 的正方形硬纸板制作容积更大的无盖长方体纸盒吗？

数学活动评价表

活动名称	算“24”	活动时间	
参加者	积分	算 法 举 例	
自我评价	1. 在“算法举例”中，你认为最精彩的算法有哪些？说说你的理由． 2. 你认为课本中的游戏规则还可以怎样改进？你设计的方案是什么？ 3. 你对自己在活动中的表现满意吗？你乐意参加这样的数学活动吗？		
同学或小组评价			
老师评语			

数学活动评价表

活动名称	月历中的数学	活动时间	
参加者			
自我评价	1. 通过对“3×3 型”、“十字型”、“H 型”、“4×4 型”框图的探究，你和你的同学得出了哪些结论？有哪些收获和体会？ 2. 你在这次活动中有“创造”吗？如果有，请与同学分享． 3. 你有没有从同学的意见中得到启发？你对别人的意见质疑过吗？提出了哪些不同的意见？		
同学或小组评价			
老师评语			

数学活动评价表

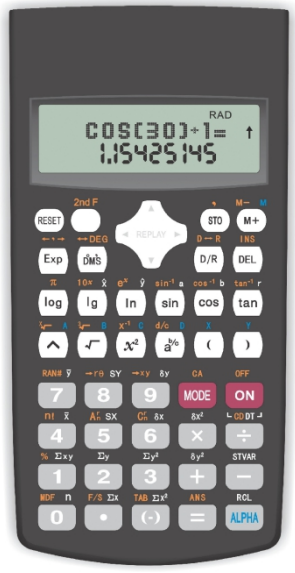
活动名称	一元一次方程应用的调查		活动时间	
活动形式	以小组为单位	小组成员		
自我评价	1. 你调查了什么实际问题？列出了怎样的方程？ 2. 在调查中遇到什么困难？你和小组同学是如何克服的？ 3. 在“调查研究、收集数据、将实际问题转化为数学问题、解决实际问题”的过程中，你发挥了怎样的作用？ 4. 通过本次活动，你对生活与数学的联系、数学在解决实际问题中的价值有哪些新的体会？			
同学或小组评价				
老师评语				

数学活动评价表

活动名称	设计包装纸箱	活动时间		
活动形式	以小组为单位	小组成员		
包装纸箱外观尺寸	长	宽	高	表面积
方案一				
方案二				
方案三				
自我评价	1. 比较小组同学列出的方案，你认为比较好的方案是：_____；这个方案有怎样的特点？ 2. 通过本次活动你有哪些收获和体会？			
同学或小组评价				
老师评语				

数学活动评价表

活动名称	测量距离	活动时间			
活动形式	以小组为单位	小组成员			
测量数据	两点间的距离	第一次	第二次	第三次	平均值
	点到直线的距离	第一次	第二次	第三次	平均值
自我评价	1. 测量活动前，小组同学制定了哪些测量方案？你认为其中比较好的方案有哪些？说说你的理由． 2. 在测量活动中，你和小组同学是如何分工合作，体现团队精神的？ 3. 测量中，是否产生过误差？你能分析产生误差的原因吗？ 4. 通过本次活动，你有哪些收获和体会？				
同学或小组评价					
老师评语					



后　　记

本套教材是以《义务教育 数学课程标准(2011 年版)》为依据，在广泛听取专家、实验区师生的意见和建议的基础上，对《义务教育课程标准实验教科书数学(苏科版)》(以下简称“实验本”)进行修订而成的，供义务教育 7～9 年级使用．

本套教材每章的开头部分设置：

章头图，章头语，章头问题，本章内容概述．

每章的内容部分设置：

“数学实验室”——通过“做”数学，感悟、理解数学知识；

“数学活动”——运用本章知识解决一些简单的问题；

“阅读”和“读一读”——介绍数学思想方法、拓展课本内容；

“练一练”——按课时编写，供当堂练习用；

“习题”——按节编写，供本节各个课时课后作业用．

每章的末尾部分设置：

“小结与思考”——梳理本章知识的结构、提炼基本思想；

“复习题”(分为复习巩固、灵活应用、探索研究三个层次)——供本章复习时用，其中“灵活应用”、“探索研究”部分的习题可根据实际情况选用．

本套教材的每册课本设置一个“课题学习”——综合运用有关知识解决实际问题．全书使用了卡通人“小明”、“小丽”，并根据课程内容展开的需要，编写了一些卡通语．

“实验本”教材由杨裕前、董林伟任主编，丁伟明、李善良曾任副主编．参与本册(“实验本”)各章编写的有徐延觉、杨秋萍、朱建明、周凯．

修订后的本套教材由杨裕前、董林伟任主编．参与修订的编写人员有周凯、杨秋萍、徐延觉、朱建明；参与教材修订讨论的有王永建、周学祁、陈志廉、荆福仁．

史宁中教授、顾泠沅教授、张英伯教授等专家、同行，对本套教材的修订给予了热情的帮助和指导，提出了许多宝贵的意见和建议，在此表示衷心感谢!

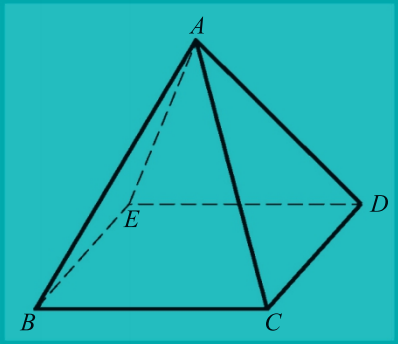
义务教育教科书
数学　七年级上册

主　　编　杨裕前　董林伟
责任编辑　许礼光　闵正年　沈　琼
责任校对　仲　敏

出　　版　江苏凤凰科学技术出版社
出版社地址　南京市湖南路1号A楼，邮编：210009
重　　印　江苏凤凰出版传媒股份有限公司
发　　行　江苏凤凰出版传媒股份有限公司
照　　排　江苏凤凰制版有限公司
印　　刷　江苏凤凰新华印务集团有限公司

开　　本　787 mm×1 092 mm　1/16
印　　张　11.75
版　　次　2004年6月第1版　2012年6月第3版
印　　次　2021年5月第18次印刷

标准书号　ISBN 978-7-5345-9338-3
定　　价　11.48元



数学

SHU XUE

七年级 上册

绿色印刷产品

ISBN 978-7-5345-9338-3

9 787534 593383 >

定价:11.48元

审批号:苏费核(2021年)0096号　　举报电话:12315