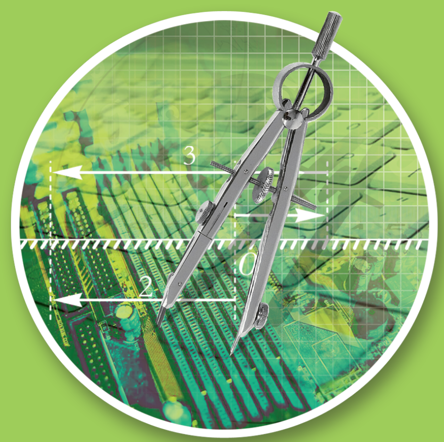


ISBN 978-7-5355-3940-3
9 787535 539403
定价：10.53元

中国环境标志
绿色印刷产品

义务教育教科书 数学 七年级上册 湖南教育出版社

教育部审定 2012

首届全国教材建设奖

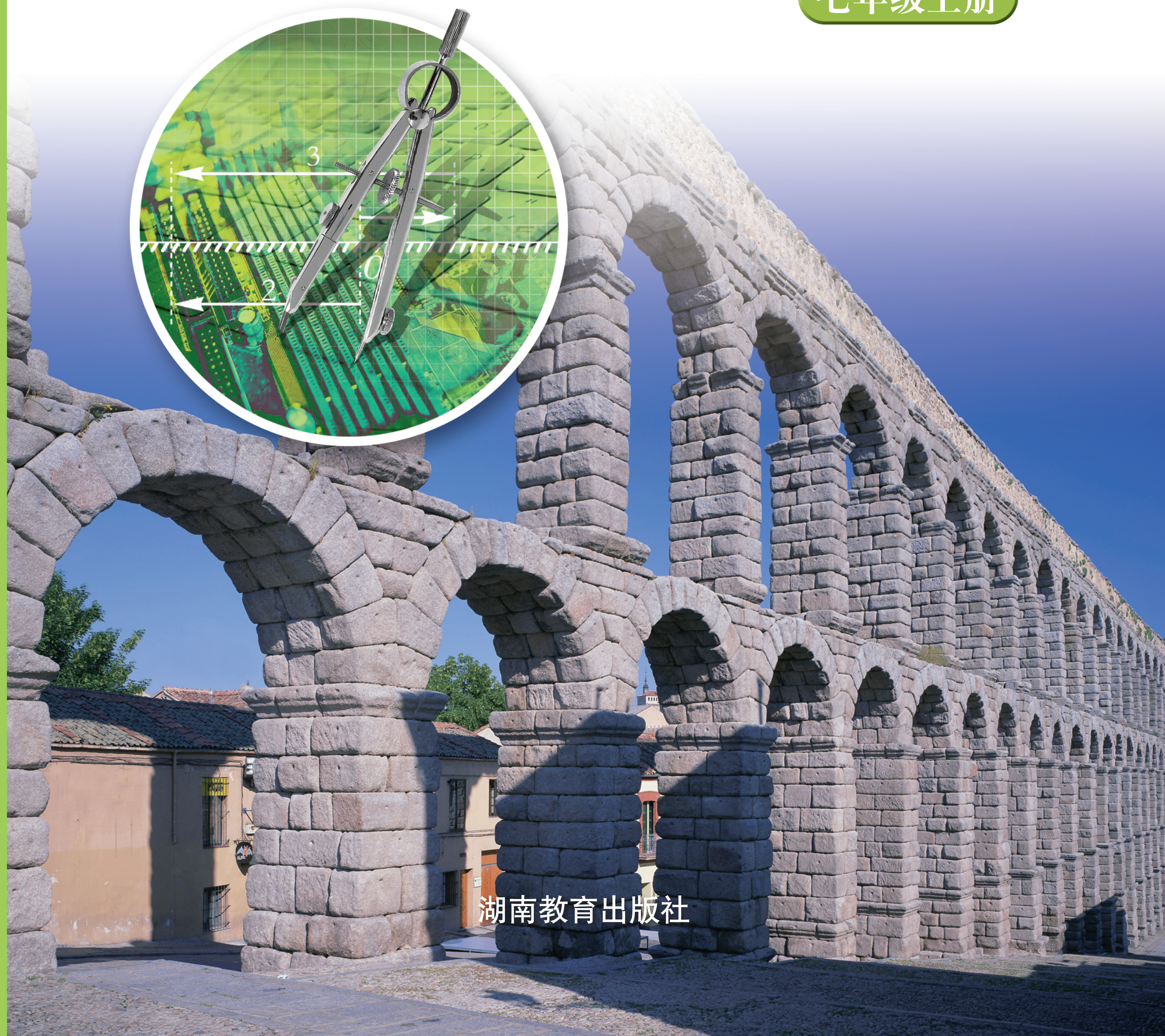
全国优秀教材二等奖

义务教育教科书

数学

S H U X U E

七年级上册



湖南教育出版社

义务教育教科书

数学

SHUXUE

七年级上册

湖南教育出版社

义务教育教科书 数学 七年级上册

主　　编：严士健　黄楚芳
执行主编：丘维声
副 主 编：赵雄辉　胡　旺
编　　委：向利平　申建春　肖果能
邹楚林　彭翕成

全新的数学之旅欢迎你

亲爱的同学们：

数学与我们形影不离，朝夕相伴，伴随着我们度过了六年美好的时光，如果说，你早已在小学阶段就感受到了这门学科的无穷魅力，那么从现在开始，就让我们一同进入数学学习的新旅程吧！

在本书中，我们将学习“有理数”“代数式”“一元一次方程”“图形的认识”“数据的收集与统计图”这五章新知识。在“有理数”一章中，你将认识一位新朋友——负数，它将使你对数的认识从正数和零扩充到有理数；“代数式”一章将学习用字母表示数，有了这个方法，你能简明地描述许多实际问题中的数量关系，从而使数学更具有统摄力了！“一元一次方程”一章将教你通过建立一元一次方程模型来解决许多生活中的实际问题；“图形的认识”一章将带领你欣赏现实生活中多姿多彩的图形，从点、线、面出发展开对图形的探索；“数据的收集与统计图”一章将教会你如何在千变万化的事物中收集数据，并借助统计图表来描述数据。

当然，在我们同行的路途中，“综合与实践”同样精彩。因为任何缜密的思维，只有在通往实践的过程中，才具备非凡的价值。在这里，我们将通过思考与实践来感受数学的无穷魅力！“IT 教室”将帮助我们从计算机软件的角度来进一步认识所学的数学知识，体会数学与现代信息技术的紧密关联；而“数学与文化”将使我们从更广阔的时空去体会数学之美、数学的文化与价值。

要学好这些内容，需要我们充满信心，养成良好的学习习惯，克服许许多多的困难。要善于回忆和归纳学过的知识与方法，并找到适合自己的数学学习方法。同学们可以依照书中的栏目设置，多“观察”“探究”“动脑筋”“说一说”“做一做”“议一议”，多动手试一试，从熟悉的生活事例中认识数学，把数学应用到我们的生活中去，不断提高自己探索问题的能力。

准备好了吗？出发吧！

Contents 目录

第1章 有理数

数的发展是一个漫长的历史过程. 人类在日常生产和生活实践中, 由于记数、测量、分配等方面的需要, 产生了自然数、分数、小数. 进一步, 为了表示现实生活中的一对具有相反意义的量 (例如, 温度的“零上”与“零下”), 又引进了负数, 从而把数扩充到有理数. 把数扩充到有理数后, 如何比较有理数的大小? 如何进行有理数的加、减、乘、除运算? 本章将学习这些内容.

1.1 具有相反意义的量

在日常生产和生活实践中，由于记数、测量、分配等方面的需要产生了自然数、小数、分数. 你还见过其他的数吗？

说一说

如图 1–1 所示的温度计上是如何区分零上的度数和零下的度数的？

用不同颜色的数字来区分零上和零下的温度数固然是一种办法，但与在小学数学中学过的整数和分数(或小数)一样，对于数要进行加、减、乘、除等运算，如果仅用颜色来区分，就不便于运算. 因此我们要想其他的办法.

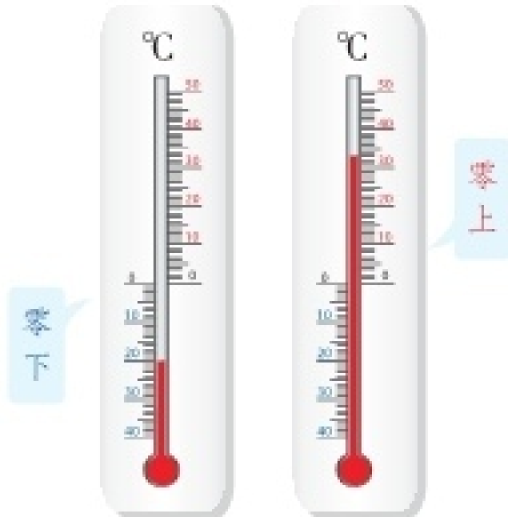


图 1–1

观察

(1) 在预报北京市某天的天气时，播音员说：“北京，晴，局部多云，零下 6 摄氏度到 5 摄氏度.” 这时，屏幕上是如何显示这天的温度的(图 1–2)？

图 1–2

日期	摘要	币种	存入/支出
110110	现存	RMB	+ 2 500
110116	POS消费	RMB	− 500
110202	现取	RMB	− 3 000
110225	转存	RMB	+ 4 000
110313	现取	RMB	− 2 000

图 1–3

(2) 如图 1–3，储蓄存折上是怎样表示“存入 2 500 元”和“支出 3 000 元”的？

屏幕上显示“−6~5 ℃”.

存入 2 500 元记做“+2 500”，支出 3 000 元记做“−3 000”.

温度的“零上 5 摄氏度”与“零下 6 摄氏度”、储蓄中的“存入 2 500 元”与“支出 3 000 元”分别是一对意义相反的量.

为了便于区分意义相反的量，数学上规定：

在具有相反意义的一对量中，我们把其中的一种量用**正数**(positive number)表示，例如 3，125，10.5，$\frac{2}{3}$ 等大于 0 的自然数和分数(或小数)就是正数；而另一种量就用**负数**(negative number)表示，它是在正数前面加上“−”(读做负)号，例如 −3，−1，−0.618，$-\frac{2}{3}$ 等就是负数.

有时候在正数前面加上“+”(读做正)号，以强调它是正数. 例如，“正数 5”写做“+5”，但通常把“+”号省略不写.

0 既不是正数，也不是负数.

我们也把正数和 0 统称为**非负数**.

动脑筋

请举出一些具有相反意义的量的例子，并分别表示它们.

在图 1-4 中，海平面以上与海平面以下表示的意义相反. 海平面以上 1 025 m 记做“1 025 m”，海平面以下 155 m 记做“−155 m”.

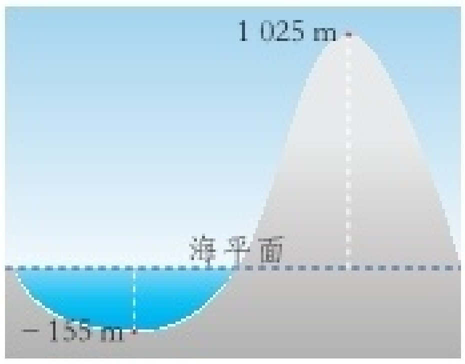
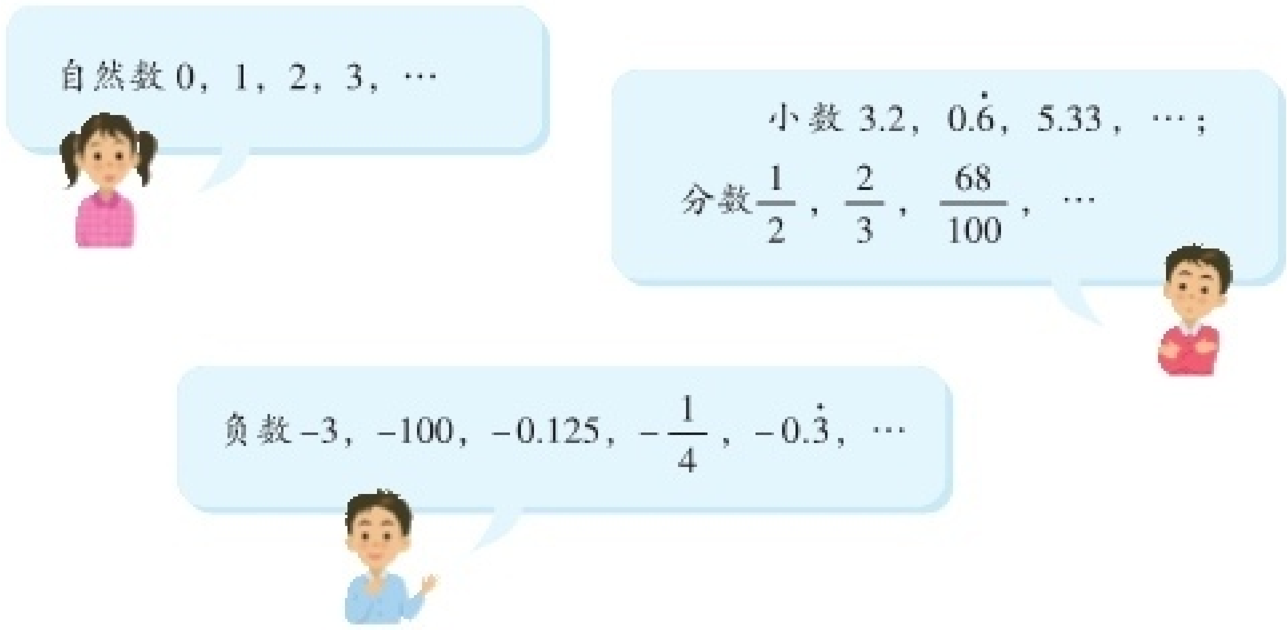


图 1-4

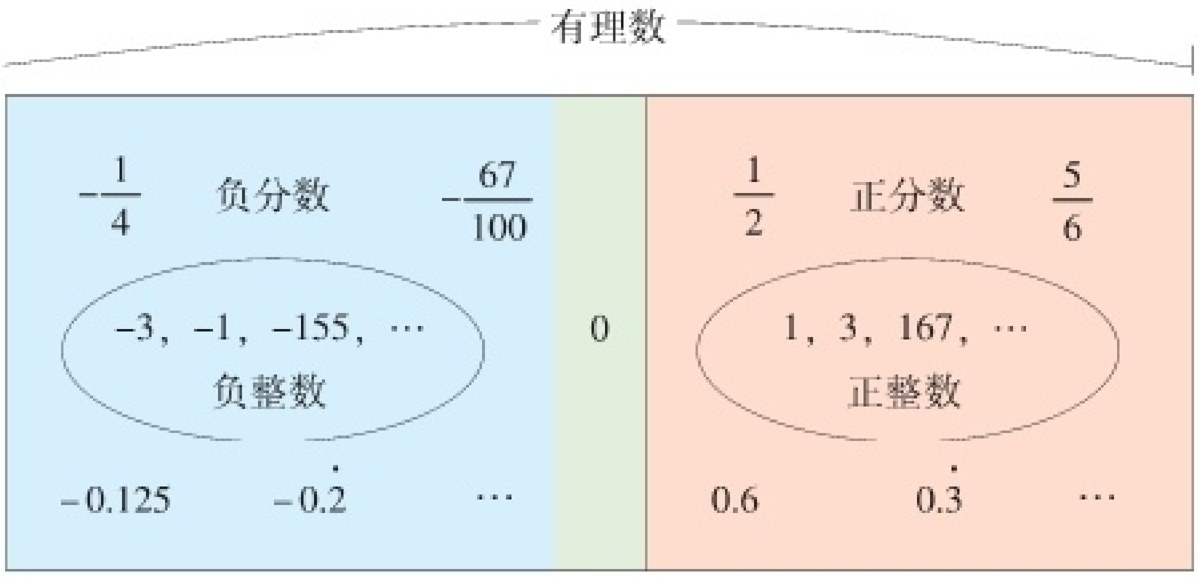
在东西向的马路上，把出发点记为 0，向东与向西意义相反. 若把向东走 2 km 记做“2 km”，那么向西走 2.6 km 应记做“−2.6 km”.

议一议

请你举例说明从小学到现在，我们学过的数有哪些.



分数可以化成有限小数或无限循环小数，例如，$\frac{1}{2}=0.5$，$-\frac{67}{100}=-0.67$，$\frac{2}{3}=0.\dot{6}$，…. 有限小数或无限循环小数也可以化为分数，例如，$-0.125=-\frac{1}{8}$，$0.\dot{3}=\frac{1}{3}$，$-0.\dot{2}=-\frac{2}{9}$，….



正整数、零和负整数统称为**整数**(integer)；正分数和负分数统称为**分数**(fraction)；整数和分数统称为**有理数**(rational number).

练习

1. 回答下列问题：

（1）通常把水结冰时的温度规定为 0 ℃，那么比水结冰时的温度低 5 ℃应记做什么？

（2）如果在东西向的马路上把出发点记为 0，把向东走的路程记做正数，那么走 -50 m 是什么意思？

2. 有下列数：3.6，$\frac{3}{5}$，-78，0，-0.37，9，-5.14，-1. 其中

整数：________________________；

分数：________________________.

3. 下列有理数中哪些是非负数，哪些是负数？

$$-0.414,\ -7,\ 2.7,\ -\frac{1}{3},\ 2\ 010,\ 0,\ \frac{1}{4},\ -10.3,\ 2.$$

习题 1.1

A 组

1. 某粮库把运进的粮食数记做正数，在某星期的 5 天中，该粮库粮食进出情况记录如下：

星期	一	二	三	四	五
粮食数(t)	25	−10	−15	40	−30

请根据上表说出该粮库在这 5 天中每天的粮食进出情况.

2. 食品罐上标注：“净含量：(250±5) g”，这里的“+”和“−”分别表示什么？

(第 2 题图)

3. 下表是“2011 年 11 月 11—20 日我国 50 个城市主要食品平均价格变动情况”.

食品名称	大米	面粉	豆制品	花生油
比上期涨跌幅(%)	0	−0.2	0.3	−0.2

请你说出上表中每个数据的含意.

4. 把下列各数填在相应的横线上：

$$-14,\quad 2.8,\quad 45,\quad -\frac{10}{3},\quad -0.25,\quad 0,$$

$$-\frac{3}{4},\quad 2.07,\quad -7.1,\quad -181,\quad \frac{1}{2},\quad 3.$$

正整数：______________________________；

零：______________________________；

负整数：______________________________；

正分数：______________________________；

负分数：______________________________.

B 组

5. 黄刚和刘宇共下了五局象棋，其中黄刚只胜了第一局，和了第三局. 如果胜一局记做 1，和一局记做 0，负一局记做 −1，请用有理数将他们的战况填入下表：

战况　局次 姓名	第一局	第二局	第三局	第四局	第五局
黄刚					
刘宇					

1.2 数轴、相反数与绝对值

1.2.1 数 轴

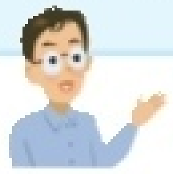
我们看到的刻度尺的边缘上都有一些点，并且这些点在一条直线上，它们分别表示一些数. 由此联想，能不能用一条直线上的点来表示数?

观察

图 1-5 是小丽从点 O 出发，沿一条笔直的东西向人行道行走的示意图. 由图你能受到什么启发?

图 1-5

让出发点 O 表示 0，向东走 1 m 到达点 A，就让点 A 表示 1；向西走 1 m 到达点 B，就让点 B 表示 -1.



向东走 3 m 到达点 C，就让点 C 表示 3；向西走 3 m 到达点 D，就让点 D 表示 -3.

从上面的例子受到启发，我们可以用一条直线上的点来直观地表示数.

画一条直线(通常把它水平放置)，在直线上取一点 O，把点 O 叫做**原点**(origin)，用原点表示数 0.

规定直线的**正方向**(标上箭头). 通常把直线上从原点向右的方向规定为正方向，从原点向左的方向规定为负方向.

选取适当的长度为**单位长度**. 从原点向右，距原点 1 个单位长度的点表示数 1，距原点 2 个单位长度的点表示数 2，…；从原点向左，距原点 1 个单位长度的点表示数 −1，距原点 2 个单位长度的点表示数 −2，….

像这样，规定了原点、正方向和单位长度的直线叫做**数轴**(number axis)，如图1−6 所示.

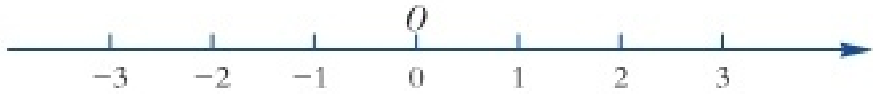


图 1−6

由上可知，任何有理数都可以用数轴上唯一的一个点来表示.

例 1 如图 1−7，数轴上的点 M，P，Q 分别表示哪个有理数？

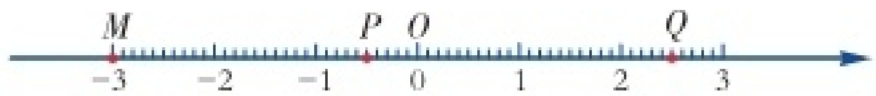


图 1−7

解 点 M，P，Q 分别表示 −3，−0.5，2.5.

例 2 画一条数轴，并标出表示下列各数的点：

$$-5，1.5，-3.5，4.5，-\frac{1}{2}，\frac{7}{10}.$$

解 所画数轴及各数在数轴上对应的点如图 1−8 所示.

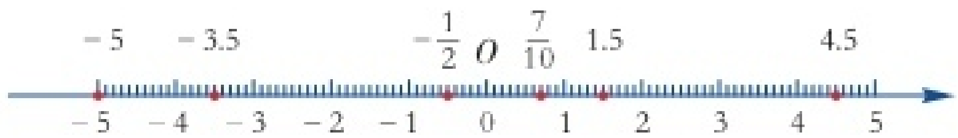
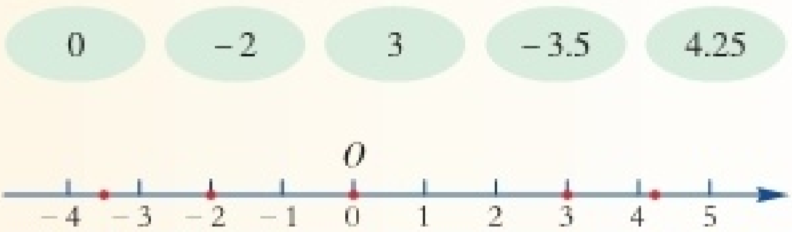


图 1−8

练习

1. 把下列各数和数轴上对应的点用线连起来：



(第 1 题图)

2. 填空：

（1）数轴上在原点右边距原点 3.7 个单位长度的点表示的数是________；

（2）数轴上在原点左边距原点 $\frac{5}{8}$ 个单位长度的点表示的数是________；

（3）数轴上距原点 2 个单位长度的点有____个，它们分别表示数______.

3. 画一条数轴，并标出表示下列各数的点：

$$-2，-0.8，0.8，2.$$

1.2.2 相反数

观察

如图 1-9，点 A 和点 B 表示的有理数之间有什么关系？

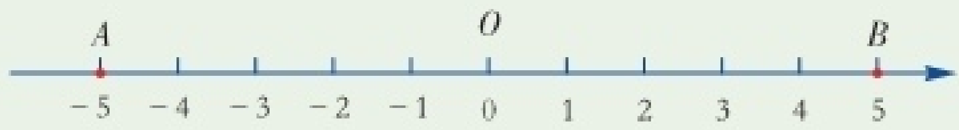
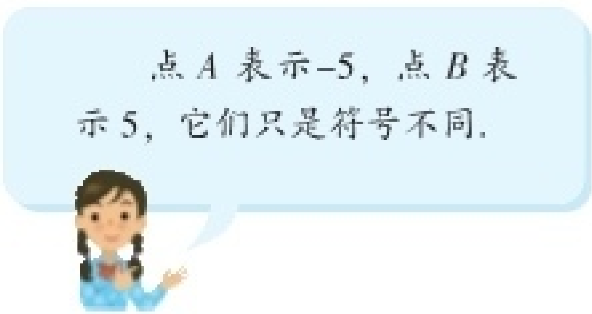
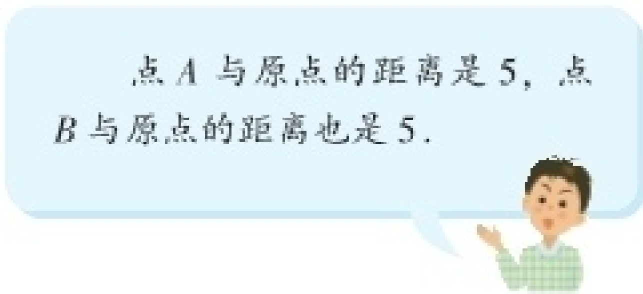


图 1-9





像 5 和−5 这样，如果两个数只有符号不同，那么其中一个数叫做另一个数的**相反数**(opposite number)，也称这两个数互为相反数. 例如，2.6 的相反数是−2.6，−2.6 的相反数是 2.6. 我们把数 a 的相反数记做$-a$. 于是“−2.6 的相反数是 2.6”就可以记做“$-(-2.6)=2.6$”.

0 的相反数是 0.

表示互为相反数的两个数的点，在数轴上分别位于原点的两侧，并且与原点的距离相等.

例 3 画一条数轴，并标出表示下列各数的相反数的点：

$$3，1.5，-6.$$

解 3 的相反数是 -3；1.5 的相反数是 -1.5；-6 的相反数是 6，且 -3，-1.5，6 在数轴上对应的点分别为 A，B，C，如图 1-10 所示.

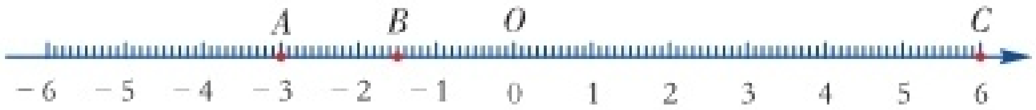
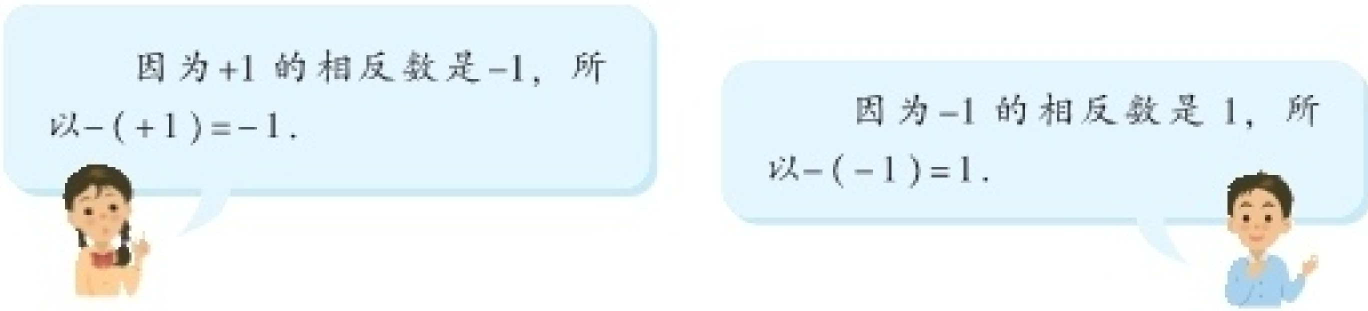


图 1-10

说一说

$-(+1)=?$ $-(-1)=?$

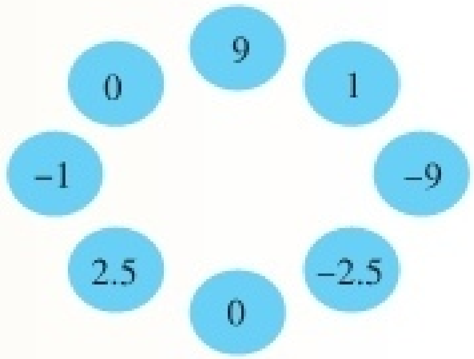


例 4 填空：$-(+0.8)=$________；$-(-3)=$________.

解 $-(+0.8)=\underline{-0.8}$；$-(-3)=\underline{3}$.

练习

1. 把右边各数中互为相反数的两个数用线连起来，并在一条数轴上标出表示它们的点.



2. 填空：

$-(+6.7)=$________；　　$-(+8)=$________；

$-(-4)=$________；　　$-\left(-\dfrac{5}{3}\right)=$________.

3. 已知 a 的相反数是 3.5，则 a 等于多少？

1.2.3 绝对值

动脑筋

小明家、学校、小李家在数轴上的位置分别如图 1-11 中点 A，O，B 所示. 若数轴的单位长度表示 1 km，则 A，B 两点表示的有理数分别是多少？小明、小李各自从家到学校要走多远？

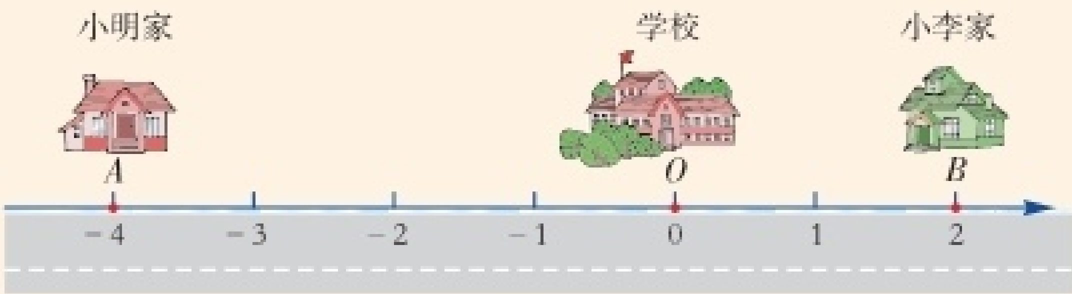


图 1-11

点 A 表示-4，小明从家到学校要走 4 km，点 B 表示 2，小李从家到学校要走 2 km.

我们把 4 叫做-4 的**绝对值**(absolute value)，记做“$|-4|=4$”；把 2 叫做 2的绝对值，记做“$|2|=2$”.

一般地，数学上规定：

> **正数的绝对值是它本身；**
> **负数的绝对值是它的相反数；**
> **0 的绝对值是0.**

从而，互为相反数的两个数的绝对值相等.

从上述例子看到，-4 的绝对值等于数轴上表示-4 的点 A 与原点之间的距离，2 的绝对值等于数轴上表示 2 的点 B 与原点之间的距离，如图 1-12 所示.

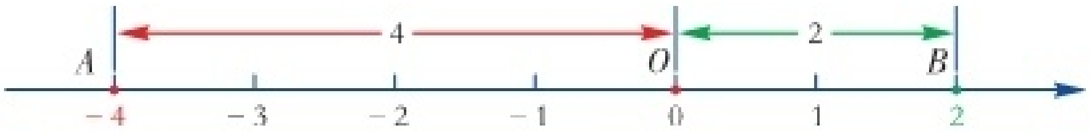


图 1-12

一般地，有下述结论：

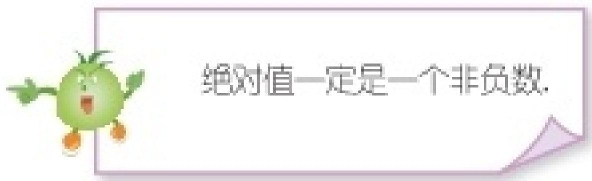
一个数的绝对值等于数轴上表示这个数的点与原点的距离.

例 5 求下列各数的绝对值：

$$12,\quad -\frac{3}{5},\quad -7.5,\quad 0.$$

解 $|12|=12$；　　$\left|-\frac{3}{5}\right|=\frac{3}{5}$；

$|-7.5|=7.5$；　　$|0|=0$.



说一说

如果 a 表示一个数，则 $|a|$ 等于多少？

一般地，如果 a 表示一个数，则

(1) 当 a 是正数时，$|a|=a$；

(2) 当 $a=0$ 时，$|a|=0$；

(3) 当 a 是负数时，$|a|=-a$.

即 $|a|$ 是指 a 和 $-a$ 中非负数的那一个.

例 6 若 $|a|=8.7$，求 a.

解 因为绝对值等于 8.7 的有理数有 8.7 和 -8.7 两个，
所以 $a=8.7$ 或 $a=-8.7$.

练习

1. 求下列各数的绝对值：

$$3,\ 3.14,\ -\frac{1}{5},\ -2.8.$$

2. 填空：

$-|-2\,010|=$______；　　$-|-2.8|=$______；　　$-\left|\dfrac{5}{8}\right|=$______.

3. 画一条数轴，并标出表示绝对值等于 2，3.5 的数的点.

习题 1.2

A 组

1. 如图，写出数轴上点 A，B，C，D 表示的有理数.

（第 1 题图）

2. 画一条数轴，并标出表示下列各数的点：

$$-\frac{2}{5},\ 0,\ -2,\ 2.5,\ -1.2,\ 3.$$

3. 写出下列各数的相反数：

$$-\frac{1}{8},\ 0,\ 2.5,\ \frac{7}{4},\ -\frac{1}{6}.$$

4. 画一条数轴，并标出表示下列各数的相反数的点：

$$-4,\ -3,\ 2,\ -1.5.$$

5. 填空：

$-(+7)=$____________；　　$-(-9)=$____________；

$-(+0.5)=$____________；　　$-\left(-\dfrac{2}{3}\right)=$____________.

6. 写出下列各数的绝对值：

$$2,\ -2,\ \frac{3}{2},\ -\frac{4}{3},\ 0.$$

7. 已知 $|a|=\dfrac{3}{4}$，则 $a=$________.

8. 画一条数轴，并标出表示绝对值等于 0.5，0，1.5 的数的点.

Ⓑ 组

9. 点 A 在数轴上，位于原点的左侧，且距原点 4 个单位长度．若将点 A 先向左移动 2 个单位长度，再向右移动 10 个单位长度，此时点 A 所表示的数是多少？

10. 根据要求在空框内填上适当的数：

$$\boxed{8} \xrightarrow{\text{相反数}} \boxed{\quad} \xrightarrow{\text{绝对值}} \boxed{\quad}$$

$$\boxed{\quad} \xrightarrow{\text{相反数}} \boxed{-0.87} \xrightarrow{\text{绝对值}} \boxed{\quad}$$

$$\boxed{-1.6} \xrightarrow{\text{绝对值}} \boxed{\quad} \xrightarrow{\text{相反数}} \boxed{\quad}$$

$$\boxed{\quad} \xrightarrow{\text{绝对值}} \boxed{\quad} \xrightarrow{\text{相反数}} \boxed{-5}$$

11. 如果 a 是正数，那么 $-a$ 是负数吗？如果 a 是负数，那么 $-a$ 是什么数呢？

12. 从一批乒乓球中挑选 6 个球编号后进行称重检查，结果如下(超过标准质量的克数记为正数，不足的克数记为负数，单位：g)：

编号	1	2	3	4	5	6
检查结果	+0.02	−0.03	−0.05	+0.04	−0.01	+0.06

如果让你来挑选最接近标准质量的球，你将选择几号球？

1.3 有理数大小的比较

我们已经会比较正数的大小，例如$5>3$，$\frac{1}{2}>\frac{1}{3}$；并且还知道，正数都大于 0.

说一说

温度-10 ℃与 2 ℃，哪个温度高？温度 0 ℃与-3 ℃，哪个温度高？

2 ℃比-10 ℃高，0 ℃比-3 ℃高，因为我感觉温度在 2 ℃时比-10 ℃时暖和，在 0 ℃时比-3 ℃时暖和.

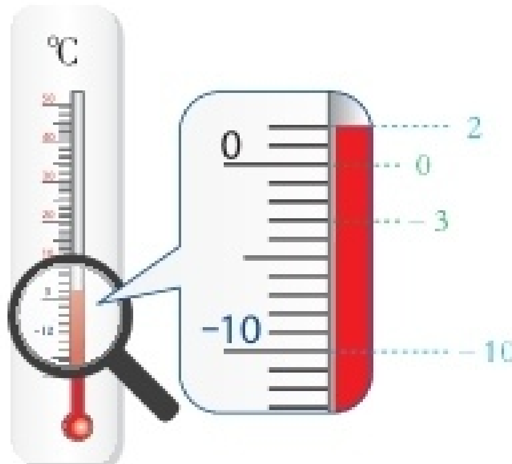


图 1-13

由生活中的例子受到启发，我们规定：

正数大于负数，0 大于负数.

动脑筋

温度-10 ℃与-3 ℃，哪个温度低？-10 的绝对值与-3 的绝对值，哪个大？

-10 ℃比-3 ℃低，因为我感觉温度在-10 ℃时比-3 ℃时冷.

由于$|-10|=10$，$|-3|=3$，因此$|-10|>|-3|$.

从上述例子受到启发，我们规定：

两个负数，绝对值大的反而小.

根据这个规定，由于$|-10|=10$，$|-3|=3$，且 $10>3$，因此$-10<-3$. 而在数轴上表示-10的点A在表示-3的点B的左边(如图1-14所示).

图 1-14

一般地，有下述结论(如图1-15所示)：

在以向右为正方向的数轴上，右边的点表示的数比左边的点表示的数大.

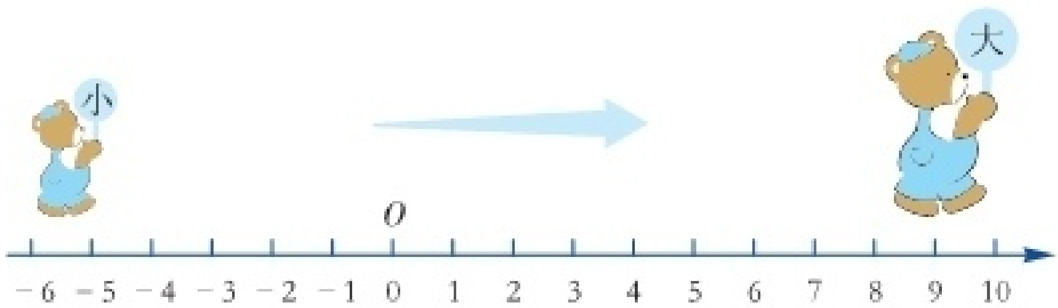


图 1-15

例 比较下列各组数的大小：

(1) -100 与 -3；　　　　(2) $-\dfrac{2}{3}$ 与 $-\dfrac{3}{5}$；

(3) $-\left(-\dfrac{1}{2}\right)$ 与 $-|-2|$.

解 (1) 因为$|-100|=100$，$|-3|=3$，

又 $100>3$，所以 $-100<-3$；

(2) 因为 $\left|-\dfrac{2}{3}\right|=\dfrac{2}{3}$，$\left|-\dfrac{3}{5}\right|=\dfrac{3}{5}$，

又 $\dfrac{2}{3}>\dfrac{3}{5}$，所以 $-\dfrac{2}{3}<-\dfrac{3}{5}$；

你能借助数轴比较各组数的大小吗？

(3) 因为$-\left(-\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{1}{2}$，$-|-2|=-2$，所以$-\left(-\dfrac{1}{2}\right)>-|-2|$.

练习

1. 比较下列各组数的大小：

(1) -896 与 0.01；　　(2) -1.5 与 -1.4；

(3) $-\frac{2}{5}$ 与 $-\frac{3}{7}$；　　(4) $-(+5.5)$ 与 $-|-4.5|$.

2. 在一条数轴上分别标出表示下列各数的点，并把这些数用“<”连接起来：

$$0, 3, -4, -1.5.$$

习题 1.3

A 组

1. 将左边圈内的数分别填入右边的框中：

8，-7，-5，0，$\frac{1}{2}$，3，$-\frac{11}{2}$，-1

大于 2 的数

小于 -2 的数

2. 比较下列各组数的大小：

(1) $\frac{1}{1\,000}$ 与 $-1\,000$；　　(2) $-\frac{1}{6}$ 与 $\frac{1}{7}$；

(3) -5 与 -6；　　(4) -3.5 与 -3.6；

(5) $-\frac{4}{9}$ 与 $-\frac{5}{9}$；　　(6) $-\frac{3}{2}$ 与 $-\frac{4}{3}$；

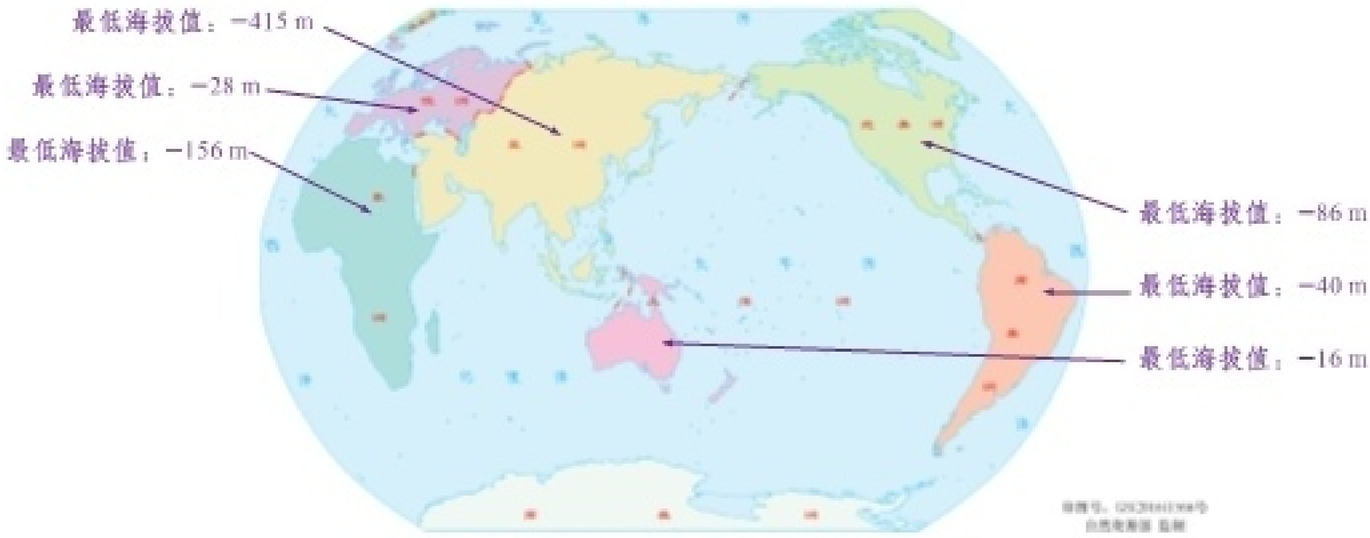
(7) $-\frac{3}{10}$ 与 $-\left|-\frac{2}{5}\right|$；　　(8) $-\left(-\frac{13}{6}\right)$ 与 $-\left(-\frac{1}{15}\right)$.

3. 把下列各数用“<”连接起来：

$$-3.5,\ 2,\ 0,\ -1.$$

B 组

4. 如图，请将亚洲、欧洲、非洲、北美洲、南美洲、大洋洲各洲的最低海拔值用“>”连接起来.



（第 4 题图）

5. 分别写出所有适合下列条件的数：

（1）小于 4 的非负整数；

（2）大于−4 的负整数；

（3）绝对值小于 3 的整数.

1.4 有理数的加法和减法

1.4.1 有理数的加法

我们已经会计算两个非负数的和，例如 $8+12=20$，$3.75+0.25=4$，那么如何计算两个负数的和呢？

动脑筋

如图 1-16，在一条东西向的笔直马路上，任取一个点 O. 若把向东走 1 km 记为 1，则向西走 1 km 记为-1.

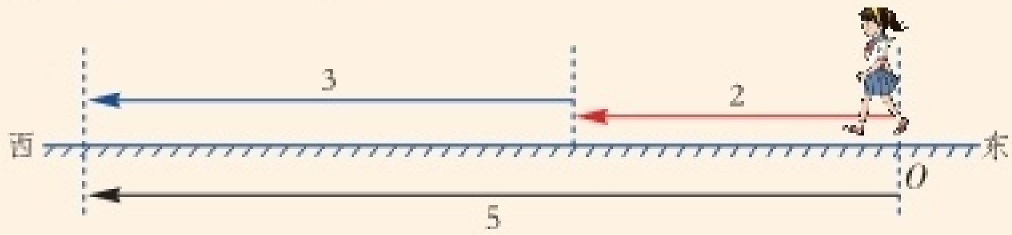


图 1-16

小丽从点 O 出发，先向西走了 2 km，然后继续向西走了 3 km，两次行走后，小丽从 O 点向哪个方向走了多少千米？

两次行走后，小丽从 O 点向西走了 $(2+3)$ km，用算式表示就是

$$(-2)+(-3)=-(2+3). \quad ①$$

由①式得到启发，数学上规定：

两个负数相加，结果是负数，并且把它们的绝对值相加.

例 1 计算：

(1) $(-8)+(-12)$；　　(2) $(-3.75)+(-0.25)$.

解 (1) $(-8)+(-12)=-(8+12)=-20$；

(2) $(-3.75)+(-0.25)=-(3.75+0.25)=-4$.

现在我们已经学会求两个负数的和，那么如何求一个正数与一个负数的和呢？

动脑筋

在一条东西向的笔直马路上，任取一个点 O. 若把向东走 1 km 记为 1，则向西走 1 km 记为 -1.

（1）小亮从点 O 出发，先向东走了 4 km，然后掉头向西走了 1 km，小亮两次行走的效果等于从点 O 向哪个方向走了多少千米？

（2）小刚从点 O 出发，先向东走了 1 km，然后掉头向西走了 3 km，小刚两次行走的效果等于从点 O 向哪个方向走了多少千米？

（1）如图 1–17 所示，由于向西走 1 km 抵消了原来向东走 4 km 中的 1 km，因此小亮两次行走的效果等于从点 O 向东走了 $(4-1)$ km. 用算式表示就是

$$4+(-1)=+(4-1)=3. \quad ②$$

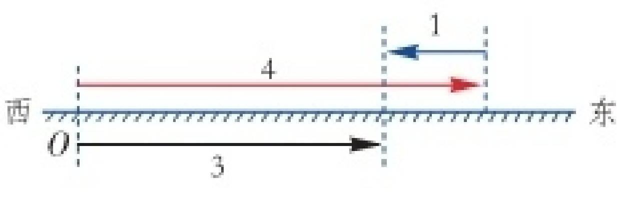


图 1–17

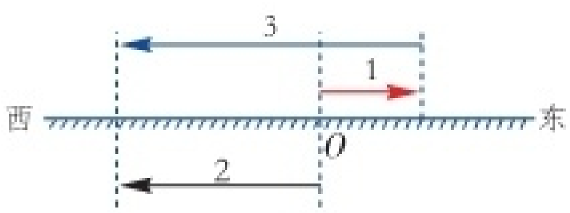


图 1–18

（2）如图 1–18 所示，由于小刚掉头向西走了 3 km，把原来向东走的 1 km 抵消了，因此小刚两次行走的效果等于从点 O 向西走了 $(3-1)$ km. 用算式表示就是

$$1+(-3)=-(3-1)=-2. \quad ③$$

从②、③式受到启发，数学上规定：

> 异号两数相加，当两数的绝对值不相等时，取绝对值较大的加数的符号，并且用较大的绝对值减去较小的绝对值.

说一说

（1）互为相反数的两个数相加，和为多少？

（2）一个数与 0 相加，和为多少？

互为相反数的两个数相加得 0；
一个数与 0 相加，仍得这个数.

从上述有理数加法的规定可以得出：

如果两个数的和等于 0，那么这两个数互为相反数.

例 2 计算：

（1）$(-5)+9$；　（2）$7+(-10)$；

（3）$\left(-\frac{3}{4}\right)+\frac{1}{2}$；　（4）$\frac{3}{5}+\left(-\frac{3}{5}\right)$.

解 （1）$(-5)+9=+(9-5)=4$；

（2）$7+(-10)=-(10-7)=-3$；

（3）$\left(-\frac{3}{4}\right)+\frac{1}{2}=\left(-\frac{3}{4}\right)+\frac{2}{4}=-\left(\frac{3}{4}-\frac{2}{4}\right)=-\frac{1}{4}$；

（4）$\frac{3}{5}+\left(-\frac{3}{5}\right)=0$.

练习

1. 计算：

（1）$(-11)+(-9)$；　（2）$(-7)+0$；

（3）$8+(-20)$；　（4）$(-9)+9$；

（5）$(-10)+7$；　（6）$\frac{5}{8}+\left(-\frac{7}{12}\right)$.

2. 某地 8:00 的气温是 -3 ℃，15:00 的气温比 8:00 的气温上升了 5 ℃，该地 15:00 的气温是多少？

在小学我们已经学过了加法的交换律、结合律，在有理数范围内这两个运算律是否仍然适用呢？

动脑筋

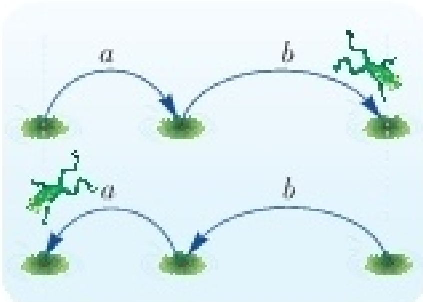
(1) 计算下列各式：

$5+(-3)=$______，$(-3)+5=$______，

$[(-8)+(-9)]+5=$______，$-8+[(-9)+5]=$______；

(2) 换几个有理数试一试，你发现了什么？

一般地，对于有理数的加法，仍然有下面的**交换律**(commutative law)、**结合律**(associative law).



加法交换律：$a+b=b+a$.

即，两个有理数相加，交换加数的位置，和不变.

加法结合律：$a+b+c=(a+b)+c=a+(b+c)$.

即，三个有理数相加，先把前两个数相加，再把结果与第三个数相加；或者先把后两个数相加，再把结果与第一个数相加，和不变.

三个或三个以上有理数相加，可以写成这些数的连加式. 对于连加式，根据加法交换律和加法结合律，可以任意交换加数的位置，也可先把其中的某几个数相加.

例 3 计算：

(1) $(-32)+7+(-8)$；

(2) $4.37+(-8)+(-4.37)$；

(3) $5\frac{2}{5}+\left(-\frac{2}{7}\right)+4\frac{3}{5}+\left(-2\frac{5}{7}\right)$.

解 (1)
$$\begin{aligned}&(-32)+7+(-8)\\=&(-32)+(-8)+7\\=&[-32+(-8)]+7\\=&(-40)+7\\=&-33;\end{aligned}$$

(2)
$$\begin{aligned}&4.37+(-8)+(-4.37)\\=&4.37+(-4.37)+(-8)\\=&[4.37+(-4.37)]+(-8)\\=&0+(-8)\\=&-8;\end{aligned}$$

(3) $5\frac{2}{5}+\left(-\frac{2}{7}\right)+4\frac{3}{5}+\left(-2\frac{5}{7}\right)$

$=5\frac{2}{5}+4\frac{3}{5}+\left(-\frac{2}{7}\right)+\left(-2\frac{5}{7}\right)$

$=\left(5\frac{2}{5}+4\frac{3}{5}\right)+\left[\left(-\frac{2}{7}\right)+\left(-2\frac{5}{7}\right)\right]$

$=10+(-3)$

$=7.$

根据算式的特征，恰当地运用运算律，可以使运算简便.

例 4 某台自动存取款机在某时段内处理了以下 6 项现款储蓄业务：

存入 200 元、支出 800 元、支出 1 000 元、
存入 2 500 元、支出 500 元、支出 300 元.

问该自动存取款机在这一时段内现款增加或减少了多少元？

解 记存入为正，则由题意可得：

$(+200)+(-800)+(-1\ 000)+(+2\ 500)+(-500)+(-300)$

$=(200+2\ 500)+[(-800)+(-1\ 000)+(-500)+(-300)]$

$=2\ 700+(-2\ 600)$

$=100.$

答：该自动存取款机在这一时段内现款增加了 100 元.

练习

1. 计算：

(1) $(+13)+(-7)+(-3)$；

(2) $1.4+(-0.1)+0.6+(-1.9)$；

(3) $\left(-\frac{1}{2}\right)+\frac{3}{7}+\left(-\frac{2}{3}\right)+\frac{1}{2}+\left(-\frac{1}{3}\right)$.

2. 小欢的父亲在某储蓄所原有存款 5 000 元. 某月他父亲到该储蓄所办理了以下 4 项现款储蓄业务：存入 500元，支出 300元，存入 1 200元，支出 600元. 则他父亲在该储蓄所还有多少钱？

1.4.2 有理数的减法

我们已经会进行有理数的加法运算，但如何进行有理数的减法运算呢？

探究

2011 年某一天，北京市的最高气温是 -1 ℃，最低气温是 -9 ℃，这天北京市的温差(最高气温 − 最低气温)是多少？

从图 1-19 的温度计可以看出：-1 ℃比 -9 ℃高 8 ℃，因此 $(-1)-(-9)=8=(-1)+9$.

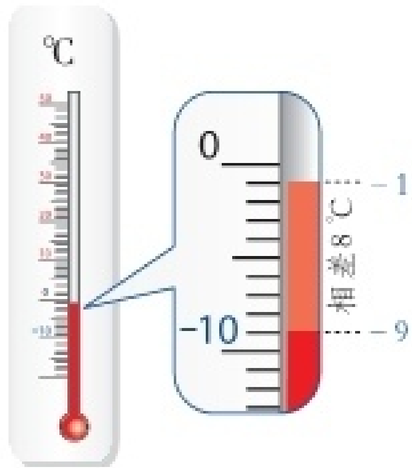


图 1-19

由这个例子以及大量其他例子受到启发，规定：

减去一个数，等于加上这个数的相反数.

即

$$a-b=a+(-b).$$

例 5 计算：

(1) $0-(-3.18)$；　　(2) $5.3-(-2.7)$；

(3) $(-10)-(-6)$；　　(4) $\left|-3\dfrac{7}{10}\right|-6\dfrac{1}{2}$.

解 (1) $0-(-3.18)=0+3.18=3.18$；

(2) $5.3-(-2.7)=5.3+2.7=8$；

(3) $(-10)-(-6)=(-10)+6=-4$；

(4) $\left|-3\dfrac{7}{10}\right|-6\dfrac{1}{2}=(-3.7)-6.5=(-3.7)+(-6.5)=-10.2$.

练习

1. 计算：

(1) $7-(-4)$；　　(2) $(-3)-(-5)$；

(3) $(-3)-0$；　　(4) $0-(-7)$.

2. 计算：

(1) $2.53-(-2.47)$；　　(2) $(-1.7)-(-2.5)$；

(3) $\left(-\frac{1}{3}\right)-\left(-\frac{2}{3}\right)$；　　(4) $\frac{3}{4}-\left(-\frac{5}{6}\right)$.

3. 潜水员甲潜入海平面以下 10 m，潜水员乙潜入海平面以下 20 m，问甲的位置比乙的位置高多少米？

做一做

计算：$8-(-3)+(-5)-7$.

这个式子中既有加法运算，又有减法运算，因为“减去一个数，等于加上这个数的相反数”，所以可以把它们全部转化为加法运算.

$$
\begin{aligned}
&8-(-3)+(-5)-7\\
=&8+3+(-5)+(-7)\\
=&11+(-12)\\
=&-1.
\end{aligned}
$$

在上面的计算过程中，我们把加减运算都统一成了加法运算，原来的算式就转化为求几个正数或负数的和.

在上面的计算中，我们可以把算式 $8+3+(-5)+(-7)$ 中的括号及它前面的加号省略不写，写成下列形式：$8+3-5-7$.

例 6 计算：$(-21)+30-15-(-17)$.

解

$$
\begin{aligned}
&(-21)+30-15-(-17)\\
=&(-21)+30+(-15)+17\\
=&(-21)+(-15)+30+17\\
=&-36+47\\
=&11.
\end{aligned}
$$

例 7 动物园在检测成年麦哲伦企鹅的身体状况时，最重要的一项工作就是称体重. 已知某动物园对 6 只成年麦哲伦企鹅进行称重检测，以 4 kg 为标准，超过或不足的千克数分别用正数、负数表示，称重记录如下表所示，求这 6 只企鹅的总体重.

编号	1	2	3	4	5	6
差值 (kg)	-0.08	$+0.09$	$+0.05$	-0.05	$+0.08$	$+0.06$

解 $(-0.08)+(+0.09)+(+0.05)+(-0.05)+(+0.08)+(+0.06)$

$=[(-0.08)+0.08]+[0.05+(-0.05)]+(0.09+0.06)$

$=0+0+0.15$

$=0.15.$

$4\times6+0.15=24.15(\text{kg}).$

答：这 6 只企鹅的总体重是 24.15 kg.

可以先求出每只企鹅的体重后，再相加吗？比一比哪种方法较简便.

练习

1. 计算：

(1) $-6-(-4)-3+(-5)$；

(2) $(-10.5)+(-8.6)-(-9.6)+10$；

(3) $\left|-3\frac{1}{2}\right|-(-4.5)+(-6.5)-(-2.5)$.

2. 计算：

(1) $\frac{2}{3}+\left(-\frac{1}{8}\right)-\left(-\frac{1}{3}\right)+\left(-\frac{3}{8}\right)$；

(2) $-\frac{1}{4}+\frac{5}{6}+\frac{2}{3}-\frac{1}{2}$.

3. 7 筐西红柿，每筐以 12 kg 为标准，超过或不足的千克数分别用正数、负数表示，称重记录如下(单位：kg)：-1，$+1.5$，2，-0.5，-1.5，1.5，1. 求这 7 筐西红柿的总质量.

习题 1.4

A 组

1. 计算：

(1) $(-20)+15$；　　(2) $0+(-8)$；

(3) $(-4.25)+4.25$；　　(4) $\left(-\frac{4}{11}\right)+\left(-\frac{7}{11}\right)$；

(5) $(-5.7)+6.3$；　　(6) $\left(-\frac{3}{4}\right)+\frac{5}{6}$.

2. 甲地的平均海拔为 -20 m，乙地平均比甲地高 30 m，乙地的平均海拔是多少？

3. 计算：

(1) $8+(-9)+2+(-1)$；　　(2) $(-7)+4+(-3)+(-4)$；

(3) $3.47+(-2.7)+(-3.47)+(-2.3)$；　　(4) $\left(-\frac{1}{7}\right)+\frac{3}{5}+\frac{4}{7}+\left(-\frac{1}{5}\right)$.

4. 一架飞机作特技表演，起飞后在某一时段内其高度变化情况如下：

上升 450 m，下降 320 m，上升 110 m，下降 140 m .

则该飞机在这一时段内高度上升(或下降)多少？

5. 计算：

(1) $0-(-3)$；　　(2) $(-3)-(-9)$；

(3) $(-2.3)-(-6.8)$；　　(4) $4\frac{1}{2}-7\frac{1}{2}$.

6. 按操作填空：

输入	执行操作 -7	输出
13	……	
-9	……	
-5	……	

输入	执行操作 $-(-7)$	输出
13	……	
-9	……	
-5	……	

7. 已知月球表面的最高温度是 127 ℃，最低温度是−183 ℃，求月球表面的温差.

8. 下表列出了国外几个城市与北京的时差 (单位:时. 正数表示同一时刻比北京时间早的时数).

城市	纽约	巴黎	东京
与北京的时差	−13	−7	+1

19:00，我国中央电视台新闻联播节目开始时，纽约、巴黎、东京三城市的时间分别是多少?

9. 计算:

(1) $(-7)-(-8)+(-9)-14$;

(2) $(-32)-17-(-65)+5$;

(3) $(-7.7)+(-2.3)-(-12.6)$;

(4) $\left(-\frac{1}{2}\right)-\left(-\frac{1}{3}\right)+\left(-\frac{1}{4}\right)$.

10. 计算:

(1) $-5+8-28-10$;　　(2) $0-3.4+5-4.6$;

(3) $-\frac{7}{2}-\frac{9}{4}+\frac{3}{2}$;　　(4) $\frac{3}{4}-1.75-0+3$.

11. 某体育用品店用 400 元购进了 8 套运动服，准备以一定价格出售. 如果该店卖出每套运动服的价格以 55 元为标准，超出部分记做正数，不足部分记做负数，记录如下(单位：元)：+2，−3，+2，+1，−1，−2，0，−2. 则该店卖出这 8 套运动服后是赢利还是亏损？赢利(亏损)多少?

B 组

12. 将−4，−3，−2，2，3，4 这 6 个数填入图示空格中，使得横、竖、斜对角的所有 3 个数之和都为 0.

13. 已知 $|x|=5$，$|y|=3$，则 $x-y$ 的值是多少?

−1		
	0	
		1

(第 12 题图)

1.5 有理数的乘法和除法

1.5.1 有理数的乘法

我们已经熟悉了非负数的乘法运算，例如

$$5\times3=15,\qquad ①$$

那么如何计算$(-5)\times3$，$3\times(-5)$，$(-5)\times(-3)$呢？

动脑筋

如图 1-20，我们把向东走的路程记为正数．如果小丽从点 O 出发，以 5 km/h 的速度向西行走 3 h 后，小丽从 O 点向哪个方向行走了多少千米？

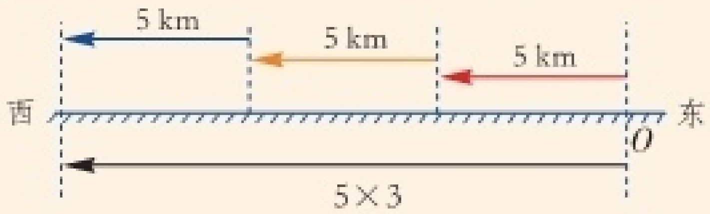


图 1-20

小丽从 O 点向西行走了(5×3) km.

由此，我们有

$$(-5)\times3=-(5\times3).\qquad ②$$

探究

我们已经知道$(-5)\times3=-(5\times3)$，那么$3\times(-5)$，$(-5)\times(-3)$又应怎样计算呢？

非负数的乘法与加法是用分配律联系起来的，因此，当数扩充到有理数后，要规定有理数的乘法法则，当然也要求它满足分配律，以便把乘法与加法联系起来．如果它满足分配律，那么就会有

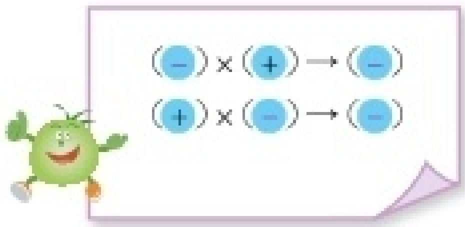
$$3\times(-5)+3\times5=3\times[(-5)+5]=3\times0=0.$$

这表明 $3\times(-5)$ 与 3×5 互为相反数，于是有

$$3\times(-5)=-(3\times5). \qquad ③$$

从②、③式受到启发，一般规定：

异号两数相乘得负数，并且把绝对值相乘.



根据类似的理由，规定：

任何数与 0 相乘，都得 0.

类似地，我们有

$$\begin{aligned}&(-5)\times(-3)+(-5)\times3\\=&(-5)\times[(-3)+3]\\=&(-5)\times0\\=&0.\end{aligned}$$

这表明 $(-5)\times(-3)$ 与 $(-5)\times3$ 互为相反数.

因为 $(-5)\times3=-15$，而-15 的相反数是 15，

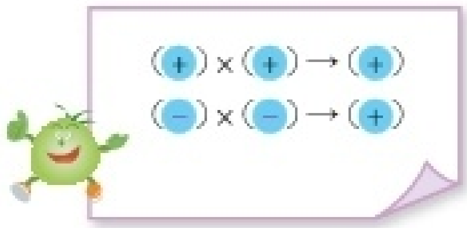
所以 $(-5)\times(-3)=15$.

即 $$(\underline{-5})\times(\underline{-3})=15=\underline{5\times3}. \qquad ④$$

由④式看出，$(-5)\times(-3)$ 得正数，并且把绝对值 5 与 3 相乘.

从①、④式受到启发，于是规定：

同号两数相乘得正数，并且把绝对值相乘.



例 1 计算：

(1) $3.5\times(-2)$； (2) $\left(-\frac{3}{8}\right)\times\frac{2}{9}$；

(3) $(-3)\times\left(-\frac{1}{3}\right)$； (4) $(-0.57)\times0$.

解 (1) $3.5\times(-2)=-(3.5\times2)=-7$;

(2) $\left(-\dfrac{3}{8}\right)\times\dfrac{2}{9}=-\left(\dfrac{3}{8}\times\dfrac{2}{9}\right)=-\dfrac{1}{12}$;

(3) $(-3)\times\left(-\dfrac{1}{3}\right)=3\times\dfrac{1}{3}=1$;

(4) $(-0.57)\times0=0$.

有理数相乘，先确定积的符号，再求绝对值的积.

练习

1. 填表：

因数	因数	积的符号	绝对值的积	积
-2	7			
$-\dfrac{1}{4}$	-1			
0.3	-10			

2. 计算：

(1) $\left(-\dfrac{2}{3}\right)\times\dfrac{15}{4}$;

(2) $\left(-\dfrac{8}{15}\right)\times\left(-\dfrac{5}{12}\right)$.

在小学我们已经学过乘法的交换律、结合律，那么这两个运算律在有理数范围内是否也适用呢？

动脑筋

填空：

(1) $(-2)\times4=$________，$4\times(-2)=$________；

(2) $[(-2)\times(-3)]\times(-4)=$________$\times(-4)=$________，

$(-2)\times[(-3)\times(-4)]=(-2)\times$________$=$________.

从上面的填空题中，你发现了什么？

一般地，有理数的乘法有以下的运算律：

乘法交换律：$a\times b=b\times a$.

即，两个有理数相乘，交换因数的位置，积不变.

乘法结合律：$(a\times b)\times c=a\times(b\times c)$.

即，对于三个有理数相乘，可以先把前两个数相乘，再把结果与第三个数相乘；或者先把后两个数相乘，再把第一个数与所得结果相乘，积不变.

和加法类似，根据乘法交换律和乘法结合律可以推出：三个或三个以上有理数相乘，可以写成这些数的连乘式. 对于连乘式，可以任意交换因数的位置，也可先把其中的几个数相乘.

动脑筋

(1) 填空：$(-6)\times[4+(-9)]=(-6)\times$________$=$________，

$(-6)\times4+(-6)\times(-9)=$________$+$________$=$________；

(2) 换几个有理数试一试，你发现了什么？

一般地，我们可以得出：

乘法对加法的分配律(简称为**分配律**)：

$a\times(b+c)=a\times b+a\times c$.

即，一个有理数与两个有理数的和相乘，等于把这个数分别与这两个数相乘，再把积相加.

利用分配律，可以得出

$$(-1)a=-a.$$

例 2 计算：

(1) $\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\right)\times60$；

(2) $(-12.5)\times(-2.5)\times(-8)\times4$.

解 （1）$\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\right)\times 60$

$$=\frac{1}{2}\times 60+\left(-\frac{1}{3}\right)\times 60+\left(-\frac{1}{4}\right)\times 60+\frac{1}{5}\times 60$$

$$=30-20-15+12$$

$$=7;$$

（2）$(-12.5)\times(-2.5)\times(-8)\times 4$

$$=(-12.5)\times(-8)\times(-2.5)\times 4$$

$$=100\times(-10)$$

$$=-1\ 000.$$

根据算式的特征，恰当地运用运算律，可以使运算简便.

说一说

下列各式的积是正数还是负数？积的符号与负因数(因数为负数)的个数之间有什么关系？

（1）$(-2)\times(-3)\times(-4)$；

（2）$(-2)\times(-3)\times(-4)\times(-5)$.

几个不等于 0 的数相乘，当负因数有奇数个时，积为负；当负因数有偶数个时，积为正.

例 3 计算：

（1）$(-8)\times 4\times(-1)\times(-3)$；

（2）$\left(-\frac{1}{5}\right)\times(-10)\times(-3.2)\times(-5)$.

解 （1）$(-8)\times 4\times(-1)\times(-3)=-(8\times 4\times 1\times 3)=-96$；

（2）$\left(-\frac{1}{5}\right)\times(-10)\times(-3.2)\times(-5)$

$$=\frac{1}{5}\times 10\times 3.2\times 5=32.$$

先确定积的符号，再把绝对值相乘.

练习

1. 计算：

(1) $(-2)\times17\times(-5)$；　(2) $(-15)\times3\times(-4)$；

(3) $\left(-\frac{1}{4}\right)\times7\times4$；　(4) $0.125\times9\times(-8)$；

(5) $(-5)\times(-4)\times(-3)$；　(6) $(-1.5)\times6\times(-4)$；

(7) $\left(-\frac{1}{2}\right)\times\left(-\frac{1}{3}\right)\times6$；　(8) $(-10)\times28\times0$.

2. 计算：

(1) $\left(\frac{3}{10}-\frac{1}{4}+\frac{4}{5}\right)\times(-20)$；　(2) $(-4)\times(-3)\times(-5)\times(-2.5)$.

1.5.2 有理数的除法

我们知道 $2\times3=6$，因此

$$6\div3=2. \qquad ①$$

那么如何计算 $(-6)\div3$，$6\div(-3)$，$(-6)\div(-3)$ 呢？

探究

$(-6)\div3=?$　　$6\div(-3)=?$　　$(-6)\div(-3)=?$

由于 $(-2)\times3=-6$，

因此，

$$(-6)\div3=-2. \qquad ②$$

类似地，由于 $(-2)\times(-3)=6$，

因此，$$6\div(-3)=-2, \qquad ③$$

由于 $2\times(-3)=-6$，

因此，$$(-6)\div(-3)=2. \qquad ④$$

从这些式子受到启发，抽象出有理数的**除法**(division)运算：

对于两个有理数 a，b，其中 $b \neq 0$，如果有一个有理数 c，使得 $cb = a$，那么规定 $a \div b = c$，且把 c 叫做 a 除以 b 的**商**.

由于有理数的除法是通过乘法来规定的，因此由①至④式可以得出：

> **同号两数相除得正数，异号两数相除得负数，并把它们的绝对值相除；**
> **0除以任何一个不等于 0 的数都得 0.**

$(+) \div (+) \to (+)$
$(-) \div (-) \to (+)$
$(-) \div (+) \to (-)$
$(+) \div (-) \to (-)$

例 4 计算：

(1) $(-24) \div 4$；　　(2) $(-18) \div (-9)$；

(3) $10 \div (-5)$.

解 (1) $(-24) \div 4 = -(24 \div 4) = -6$；

(2) $(-18) \div (-9) = +(18 \div 9) = 2$；

(3) $10 \div (-5) = -(10 \div 5) = -2$.

动脑筋

试问 $10 \div (-5)$ 还可以怎样计算？

我们已经知道　　$10 \div (-5) = -2$，

又　　$10 \times \left(-\frac{1}{5}\right) = -2$，

所以　　$10 \div (-5) = 10 \times \left(-\frac{1}{5}\right)$.　　⑤

由于 $(-5) \times \left(-\frac{1}{5}\right) = 1$，因此，我们把 $-\frac{1}{5}$ 叫做 -5 的倒数，把 -5 叫做 $-\frac{1}{5}$ 的倒数.

一般地，如果两个数的乘积等于 1，我们把其中一个数叫做另一个数的**倒数**(reciprocal)，也称它们互为倒数．0 没有倒数.

$(-5) \times \left(-\frac{1}{5}\right) = 1$.

互为倒数

因此，⑤式表明 10 除以 -5 等于 10 乘 -5 的倒数.

一般地，有理数的除法运算可以转化为乘法运算，即

除以一个不等于零的数等于乘这个数的倒数.

也可以表示成

$$a\div b=a\times\frac{1}{b}\ (b\neq 0).$$

例 5 计算：

(1) $(-12)\div\frac{1}{3}$；　　(2) $15\div\left(-\frac{3}{7}\right)$；

(3) $\left(-\frac{2}{15}\right)\div\left(-\frac{2}{3}\right)$.

解 (1) $(-12)\div\frac{1}{3}=(-12)\times 3=-36$；

(2) $15\div\left(-\frac{3}{7}\right)=15\times\left(-\frac{7}{3}\right)=-35$；

(3) $\left(-\frac{2}{15}\right)\div\left(-\frac{2}{3}\right)=\left(-\frac{2}{15}\right)\times\left(-\frac{3}{2}\right)=\frac{1}{5}$.

练习

1. 计算：

(1) $14\div(-7)$；　　(2) $(-36)\div(-3)$；

(3) $0\div(-0.618)$；　　(4) $(-48)\div 12$.

2. 填空：

(1) 因为$\left(-\frac{1}{6}\right)\times$____$=1$，所以$-\frac{1}{6}$的倒数是__________；

(2) $-\frac{5}{8}$的倒数是__________，-3 的倒数是__________.

3. 计算：

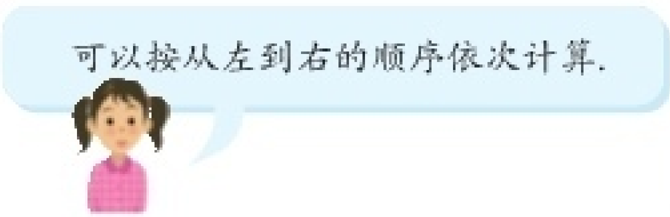
(1) $(-36)\div(-0.6)$；　　(2) $(-4)\div\frac{1}{7}$；

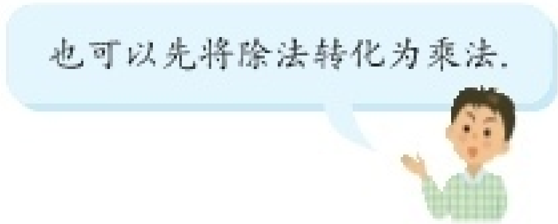
(3) $\frac{18}{5}\div(-2)$；　　(4) $\left(-\frac{5}{12}\right)\div\left(-\frac{15}{4}\right)$.

议一议

下面的算式含有乘、除两种运算，怎样进行有理数的乘、除混合运算呢？

$$(-8)\times(-2)\div\left(-\frac{1}{2}\right)=?$$





例 6 计算：

(1) $(-56)\div(-2)\div(-8)$； (2) $(-10)\div[(-5)\times(-2)]$；

(3) $(-5)\times6\div\left(-\frac{1}{3}\right)$； (4) $(-2.4)\div\frac{3}{4}\times\left(-\frac{1}{4}\right)$.

解 (1) $(-56)\div(-2)\div(-8)=28\div(-8)=-\frac{7}{2}$；

(2) $(-10)\div[(-5)\times(-2)]=(-10)\div10=-1$；

(3) $(-5)\times6\div\left(-\frac{1}{3}\right)=(-30)\times(-3)=90$；

(4) $(-2.4)\div\frac{3}{4}\times\left(-\frac{1}{4}\right)=(-2.4)\times\frac{4}{3}\times\left(-\frac{1}{4}\right)=0.8$.

说一说

下面是小明同学做的一道计算题，他的计算是否正确？如果不正确，说说他错在哪里.

$$\begin{aligned}&(-4)\div(-8)\times\frac{1}{4}\\&=(-4)\div\left[(-8)\times\frac{1}{4}\right]\\&=(-4)\div(-2)\\&=2.\end{aligned}$$

计算器是日常生活中常用的一种现代计算工具，因此我们可以利用计算器来计算.

例 7 用计算器计算(精确到 0.001)：

$$-1\ 840\times 0.28\div(-375).$$

解 按照下列顺序按键：

(-) → 1 → 8 → 4 →

0 → × → 0 → . →

2 → 8 → ÷ → (→

(-) → 3 → 7 → 5 →

) → =

再将结果四舍五入后就可以得到答案 1.374.

不同的计算器，操作方法可能有所不同．具体操作方法应参看计算器的使用说明书．

练习

1. 计算：

(1) $24\div(-3)\div(-4)$；　　(2) $(-6)\div(-2)\div 3$；

(3) $2\div(-7)\times(-4)$；　　(4) $18\div 6\times(-2)$.

2. 计算：

(1) $\left(-\dfrac{1}{2}\right)\div\left(-\dfrac{1}{3}\right)\times\dfrac{3}{4}$；　　(2) $(-3.5)\div\left(-\dfrac{1}{8}\right)\times\left(-\dfrac{1}{7}\right)$；

(3) $24\times\left(-\dfrac{1}{6}\right)\div\left(-\dfrac{1}{3}\right)$.

3. 用计算器计算：$1.26\div(-15)\times 80$.

习题 1.5

A 组

1. 计算：

(1) $(-6)\times 7$；　(2) $(-25)\times(-6)$；

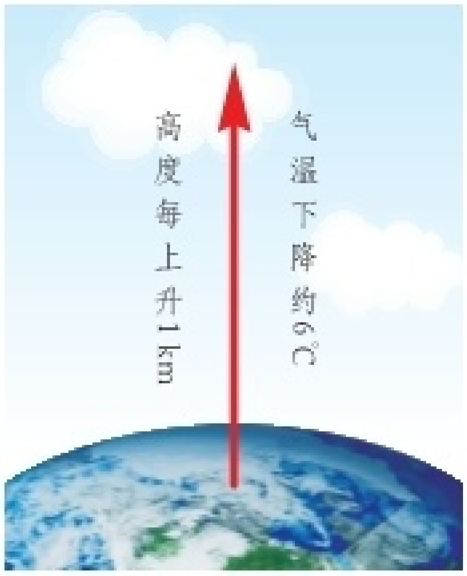
(3) $(-2.6)\times(-0.5)$；　(4) $(-100)\times(-0.2)$.

2. 填空：

(1) $\frac{3}{4}\times\left(-\frac{8}{15}\right)=$________；　(2) $\left(-\frac{5}{8}\right)\times\left(-\frac{6}{25}\right)=$________；

(3) $(-0.4)\times\frac{5}{8}=$________；　(4) $\left(-\frac{3}{2}\right)\times\left(-\frac{4}{9}\right)=$________.

3. 气象观测统计资料表明，在一般情况下，高度每上升 1 km，气温下降约 6 ℃. 已知甲地现在地面气温为 21 ℃，求甲地上空 9 km 处的气温大约是多少.



(第 3 题图)

4. 计算：

(1) $\left(\frac{7}{9}-\frac{5}{6}+\frac{3}{4}\right)\times 36$；

(2) $(-56)\times\left(\frac{4}{7}-\frac{3}{8}+\frac{1}{14}\right)$.

5. 计算：

(1) $(-4)\times(-18)\times(-25)$；

(2) $100\times\left(-\frac{1}{10}\right)\times 10\times 0.01$；

(3) $(-40)\times(-1)\times(-3)\times(-0.5)$；

(4) $\left(-\frac{3}{4}\right)\times\left(-\frac{5}{6}\right)\times\frac{4}{3}\times\left(-\frac{6}{5}\right)$.

6. 计算：

(1) $(-81)\div 3$；　(2) $(-45)\div(-15)$；

(3) $20\div(-2)$；　(4) $8\div\left(-\frac{1}{2}\right)$.

7. 写出下列各数的倒数：

$$-\frac{3}{8},\ -0.25,\ -6,\ -\frac{2}{3}.$$

8. 填空：

(1) $(-18)\times$________$=-2$；　　(2) $\left(-\dfrac{1}{7}\right)\times$________$=21$；

(3) $(-0.25)\times$________$=-1.25$；　　(4) ________$\times 2.5=-10$.

9. 计算：

(1) $\dfrac{4}{7}\div(-12)\div\left(-\dfrac{5}{7}\right)$；　　(2) $3\div\left(-\dfrac{1}{7}\right)\times(-8)$；

(3) $(-15.6)\div(-3.9)\div\left(-\dfrac{1}{2}\right)$；　　(4) $\left(-\dfrac{1}{6}\right)\div\left(-\dfrac{1}{24}\right)\times\left(-\dfrac{3}{8}\right)$.

10. 用计算器计算(精确到 0.01)：

(1) $5.34\div(-17)\times 76$；　　(2) $(-3.4)\div 0.8\div(-2.5)$.

B 组

11. 按操作填空：

输入	执行操作 $\times\left(-\dfrac{1}{3}\right)$	输出(入)	执行操作 $\div(-8)$	输出
-24	……		……	
	……		……	-2
	……		……	-3
	……	-6	……	

12. 某食品厂从生产的袋装食品中抽出样品 20 袋，检测每袋的质量是否符合标准，超过或不足的部分分别用正数、负数来表示，记录如下表：

与标准质量的差值(单位：g)	-3	-2	0	1	1.5	2.5
袋数(单位：袋)	1	4	3	4	5	3

若每袋标准质量为 450 g，则这批样品的总质量是多少？

13. 在 -4，-1，-3，2，5 这 5 个数中，任取 3 个数相乘，其中最大的积和最小的积分别是多少？

1.6 有理数的乘方

动脑筋

$(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)$ 可以简记为什么？

在小学已经学过，2×2 可以简记为 2^2，$2\times2\times2$ 可以简记为 2^3. 类似地，我们把 $(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)$ 简记为 $(-2)^5$.

一般地，a 是有理数，n 是正整数，则把 $\underbrace{a\times a\times a\times\cdots\times a}_{n\text{个}}$ 简记为 a^n，即

$$a^n=\underbrace{a\times a\times a\times\cdots\times a}_{n\text{个}}.$$

我们把 a^n 读做 a 的 n 次方，也读做 a 的 n 次**幂**(power).

求 n 个相同因数的乘积的运算，叫做**乘方**(involution). 在 a^n 中，a 叫做**底数**(base number)，n 叫做**指数**(exponent).

即

$$\text{幂}\rightarrow\boxed{a^n}\leftarrow\text{指数}$$

$$\uparrow$$

$$\text{底数}$$

特别地，a^2 通常读做 a 的**平方**(square)，a^3 通常读做 a 的**立方**(cube).

a^1 规定为 a.

议一议

$(-2)^4$ 与 -2^4 的含义相同吗？它们的结果相同吗？$(-2)^3$ 与 -2^3 的含义与结果也分别相同吗？

$(-2)^4$表示-2的4次方.
-2^4表示2的4次方的相反数.
……

例 1 计算：

(1) $(-3)^3$；　　(2) 0^7；

(3) $\left(\frac{2}{5}\right)^3$；　　(4) $\left(-\frac{1}{2}\right)^4$.

解 (1) $(-3)^3=(-3)\times(-3)\times(-3)=-27$；

(2) $0^7=0\times0\times0\times0\times0\times0\times0=0$；

(3) $\left(\frac{2}{5}\right)^3=\frac{2}{5}\times\frac{2}{5}\times\frac{2}{5}=\frac{8}{125}$；

(4) $\left(-\frac{1}{2}\right)^4=\left(-\frac{1}{2}\right)\times\left(-\frac{1}{2}\right)\times\left(-\frac{1}{2}\right)\times\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{16}$.

在书写负数、分数的乘方时，一定要把整个负数、分数用括号括起来.

说一说

正数的任何正整数次幂都是什么数？负数的奇次幂是什么数？负数的偶次幂是什么数？0的任何正整数次幂是多少？

正数的任何正整数次幂都是正数；负数的奇次幂是负数，负数的偶次幂是正数；0的任何正整数次幂都是0.

例 2 计算：

(1) $(-4)^2\times\left(-\frac{1}{2}\right)^2$；　　(2) $-2^3\times(-2)^2$.

解 (1) $(-4)^2\times\left(-\frac{1}{2}\right)^2=16\times\frac{1}{4}=4$；

(2) $-2^3\times(-2)^2=-8\times4=-32$.

练习

1. 填空：

底数 a	-1	2			10
指数 n	3	5			4
幂 a^n			$(-4)^3$	0.3^4	

2. 判断下列各式是否成立，并说明理由.

(1) $3^2=2\times3=6$；　　(2) $(-2)^3=(-3)^2$；

(3) $-3^2=(-3)^2$.

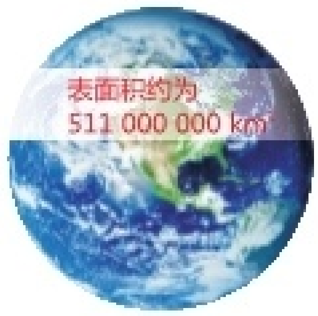
3. 计算：

(1) $(-8)^3$；　　(2) $\left(-\dfrac{3}{4}\right)^3$.

4. 计算：

(1) $(-6)^2\times\left(-\dfrac{1}{6}\right)^2$；　　(2) $(-8)^2\times\left(-\dfrac{1}{4}\right)^2$.

在日常生活中，我们会遇到一些较大的数，如地球的表面积约为 511 000 000 km²，能不能用一种较简单的方式来表示这样的大数？



探究

10^2，10^3，10^4，…，10^n 分别等于多少？你发现了什么？

$10^2=1\underbrace{00}_{2\text{个}0}$，　$10^3=1\,\underbrace{000}_{3\text{个}0}$，

$10^4=1\underbrace{0\,000}_{4\text{个}0}$，…，$10^n=1\,\underbrace{000\cdots0}_{n\text{个}0}$.

10 的 n 次幂就是 1 后面有 n 个 0.

我们可以利用 10 的乘方来表示一些大数，例如，

$$511\ 000\ 000=5.11\times 100\ 000\ 000=5.11\times 10^{8},$$

读做 5.11 乘 10 的 8 次方.

把一个绝对值大于 10 的数记做 $a\times 10^{n}$ 的形式，其中 a 是整数数位只有一位的数(即 $1\leqslant|a|<10$)，这种记数法叫做**科学记数法**.

例 3 用科学记数法表示下列各数：

(1) 108 000 000；　　(2) $-32\ 000\ 000$.

解 (1) $108\ 000\ 000=1.08\times 10^{8}$；

(2) $-32\ 000\ 000=-3.2\times 10^{7}$.

在计算器上输入 108 000 000，再按“=”键，看看显示结果.

例 4 2010 年 11 月 14 日，半年评选一次的全球超级计算机 500 强名单正式公布，我国“天河一号”超级计算机以每秒 2 570 万亿次的实测运算速度，成为世界运算最快的超级计算机. 请用科学记数法表示“天河一号”的实测运算速度为每秒多少次.

解 2 570 万亿就是 2 570 000 000 000 000. 用科学记数法表示为 2.57×10^{15}，即“天河一号”的实测运算速度为每秒 2.57×10^{15} 次.

练习

1. 用科学记数法表示下列各数：

(1) 315 000 000；　　(2) $-2\ 180\ 000\ 000$.

2. 第六次全国人口普查公布的我国总人口数约为 1 370 000 000 人，请用科学记数法表示我国第六次普查结果的总人口数.

3. 国家统计局公布，2010 年我国国内生产总值(GDP)为397 983 亿元，总量跃居世界第二位. 请将 397 983 亿元换成以元为单位后，再用科学记数法表示出来.

习题 1.6

A 组

1. 计算：

(1) $\left(\frac{2}{3}\right)^2$；　(2) $\left(-\frac{1}{2}\right)^4$；　(3) $(-0.1)^3$；　(4) $-(-3)^3$.

2. 计算：

(1) $(-5)^2\times\left(-\frac{1}{5}\right)^2$；　(2) $(-3)^3\times\left(-\frac{1}{3}\right)^2$；

(3) $-2^3\times(-3)^2$；　(4) $(-1)^2\times(-2^2)$.

3. 用科学记数法表示下列各数：

(1) 180 000 000；　(2) 7 830 000；

(3) −213 000 000；　(4) −30 200 000.

4. 死海——世界著名盐湖，它含有许多氯化物. 据估计它的氯化物储量约为 420 亿吨以上，请将 420 亿吨换成以吨为单位后，再用科学记数法表示出来.

5. 已知太阳与地球之间的平均距离约为 150 000 000 km，请用科学记数法表示日地的平均距离(单位：m)，并在计算器上把它表示出来.

(第 5 题图)

B 组

6. (1) 计算：0.01^2，0.1^2，1^2，10^2；

(2) 对于 a^2，如果底数 a 的小数点向右(或向左)移动一位，那么 a^2 的小数点怎样移动？

(3) 对于 a^3，如果底数 a 的小数点向右(或向左)移动一位，那么 a^3 的小数点怎样移动？

1.7 有理数的混合运算

议一议

下列各式分别含有哪几种运算？结合小学学过的四则混合运算顺序，想一想下列各式应按怎样的顺序进行运算.

(1) $-3+[-5\times(1-0.6)]$；

(2) $17-16\div(-2)^3\times3$.

以上两个算式，含有有理数的加、减、乘、除、乘方多种运算，称为有理数的混合运算.

有理数的混合运算顺序是：

先算乘方，再算乘除，最后算加减；
如果有括号，就先进行括号里面的运算.

例 1 计算：

(1) $-3+[-5\times(1-0.6)]$；

(2) $17-16\div(-2)^3\times3$.

解 (1) $-3+[-5\times(1-0.6)]$

$=-3+[-5\times0.4]$

$=-3+(-2)$

$=-5$；

(2) $17-16\div(-2)^3\times3$

$=17-16\div(-8)\times3$

$=17-(-2)\times3$

$=17-(-6)$

$=23$.

例 2 计算：$(-3)^4\div[2-(-7)]+4\times\left(\frac{1}{2}-1\right)$.

解 $(-3)^4\div[2-(-7)]+4\times\left(\frac{1}{2}-1\right)$

$$= (-3)^4 \div 9 + 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right)$$

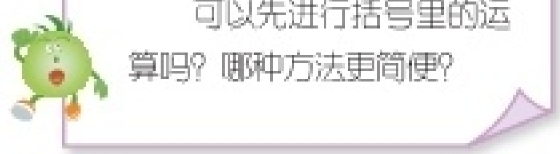
$$= 81 \div 9 - 2$$

$$= 9 - 2$$

$$= 7.$$

例 3 计算：$\left(\frac{7}{4}-\frac{7}{8}-\frac{7}{12}\right) \div \left(-\frac{7}{8}\right) + \left(-\frac{8}{3}\right)$.

解 $\left(\frac{7}{4}-\frac{7}{8}-\frac{7}{12}\right) \div \left(-\frac{7}{8}\right) + \left(-\frac{8}{3}\right)$



$$= \left(\frac{7}{4}-\frac{7}{8}-\frac{7}{12}\right) \times \left(-\frac{8}{7}\right) - \frac{8}{3}$$

$$= \frac{7}{4} \times \left(-\frac{8}{7}\right) - \frac{7}{8} \times \left(-\frac{8}{7}\right) - \frac{7}{12} \times \left(-\frac{8}{7}\right) - \frac{8}{3}$$

$$= -2 + 1 + \frac{2}{3} - \frac{8}{3}$$

$$= -3.$$

练习

1. 计算：

(1) $2 \times (-5) - (-2)^2 \div (-4)$；

(2) $4 \times (-2)^3 - 8 \times (-3) + 9$；

(3) $-2 + (-2)^4 - 2^4 \div (-8)$；

(4) $(-1)^{10} \times (-5) + (-2)^3 \div 2$.

2. 计算：

(1) $-1^4 - \frac{1}{6} \times [2 + (-3)]^2$；

(2) $4 - [(-5-3) \div 2^3]$；

(3) $\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{6}-\frac{1}{3}+\frac{3}{2}\right) \div \left(-\frac{1}{2}\right)^3$.

习题 1.7

A 组

1. 计算：

(1) $-56\div(-28)+(-2)\times5$；

(2) $(-4)\times(-3)^2-5\times(-7)$；

(3) $-\frac{5}{3}\times\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(-\frac{5}{6}\right)$；

(4) $-\frac{3}{2}\times\left[-3^2\times\left(-\frac{2}{3}\right)-2\right]$.

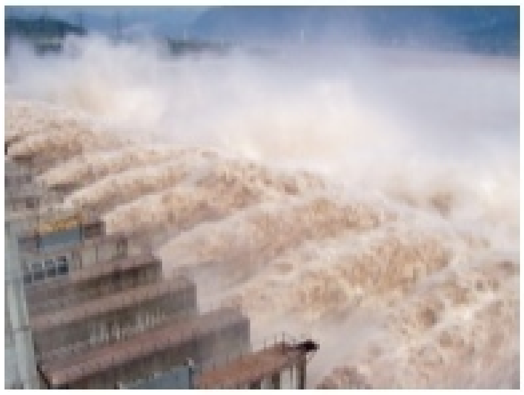
2. 计算：

(1) $-7\times8+2^4\times\left(-\frac{1}{4}\right)$；

(2) $-2^4-\frac{1}{7}\times[2-(-3)^2]$；

(3) $(-3)^2\times(-2)-[(-2)\times(-1)]^2$；

(4) $(-4)^3\div(-2)^3+1\div\left(-\frac{1}{2}\right)^3$.



3. 汛期的某一天，某水库上午 8 时的水位是 45 m，随后水位以每小时 0.6 m 的速度上涨，中午 12 时开始开闸泄洪，之后水位以每小时 0.3 m 的速度下降. 问：当天下午 6 时，该水库的水位是多少米？

B 组

4. 按下列程序计算，并把答案写在表格内.

输入 n → $+(-3)^2$ → $\div(-2)$ → $\times(-5)$ → 输出答案

输入 n	0.5	-2	-3	…
输出答案				…

5. 将有理数 3，4，-6，10 进行加、减、乘、除四则运算(每个数必须用且只能用一次)，使其结果等于 24(只要求写出一个算式).

小结与复习

回顾

1. 有理数可以如何分类？

2. 怎样画一条数轴？怎样用数轴上的点来表示一个有理数？

3. 如何求一个数的相反数？如何求一个数的绝对值？

4. 怎样比较有理数的大小？

5. 怎样进行有理数的加、减、乘、除、乘方运算？

6. 有理数的运算满足哪些运算律？

本章知识结构

注意

1. 0既不是正数也不是负数，在考虑数的范围时要防止遗漏0. 如，绝对值等于本身的数有正数和0；绝对值等于相反数的数有负数和0.

2. 数轴是一条直线，由原点、正方向、单位长度三要素确定，三者缺一不可.

3. 把一个绝对值大于10的数用科学记数法表示成 $a\times10^n$ 的形式时，一定要注意 $1\leqslant|a|<10$.

4. 有理数的减法可以转化为加法，有理数的除法可以转化为乘法，有理数的乘方实质是求几个相同因数的乘积.

复习题 1

A 组

1. 将有理数 1，-3，-0.1，$\frac{1}{2}$，$\frac{7}{3}$，$-\frac{1}{5}$，0，8，-12 分别填入下面的方框内：

正数	既不是正数也不是负数的数	负数

2. 画一条数轴，并标出表示下列各数的点：

$$2，-3，-\frac{1}{2}，\frac{3}{2}，0，-0.8.$$

3. 填空：

原　数	0.2	1	-1						
原数的相反数				-0.5	2	3			
原数的倒数							$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{4}$	
原数的绝对值									0

4. 填空：

（1）绝对值最小的正整数是______，绝对值最小的负整数是________；

（2）互为相反数的两数之和为______，互为倒数的两数之积为______；

（3）相反数与它本身相等的数是____，倒数与它本身相等的数是____.

5. 比较下列各组数的大小：

（1）-3 与 -5；　　　　（2）$-\frac{7}{2}$ 与 $-\left(-\frac{1}{2}\right)$；

(3) -0.1 与 -0.01；　　(4) $-\left(+\frac{2}{3}\right)$ 与 $+\left(-\frac{3}{5}\right)$.

6. 在数轴上分别标出表示有理数 2.5，0，-2，4 的点 A，B，C，D，并分别求：

(1) A，B 两点间的距离；　　(2) B，C 两点间的距离；

(3) C，D 两点间的距离.

7. 计算：

(1) $-5+12$；　　(2) $-6-(-9)$；

(3) $\frac{3}{4}-\frac{5}{6}$；　　(4) $-\frac{3}{8}-\left(-\frac{7}{12}\right)$；

(5) $(-7)\times(-9)$；　　(6) $\left(-\frac{5}{9}\right)\times\frac{3}{10}$；

(7) $-24\div(-0.6)$；　　(8) $-6\div\left(-\frac{3}{7}\right)$；

(9) $(-1)^2\times(-2)^3$；　　(10) $-2^3-(-3)^2$.

8. 计算：

(1) $(-2)\times(-3)\div(-6)$；　　(2) $(-7)\times\left(-\frac{1}{4}\right)\div\left(-\frac{1}{4}\right)$；

(3) $(-3.5)\div\frac{1}{2}\times\frac{10}{7}$；　　(4) $(-4)\div\left(-\frac{1}{2}\right)^2\div\left(-\frac{1}{8}\right)$.

9. 用科学记数法表示下列各数：

(1) 702 000 000 000；　　(2) $-85\ 000\ 000$.

10. 计算：

(1) $-2\div2+(-2)\div\left(-\frac{1}{2}\right)$；　　(2) $(-3^4)\div\frac{9}{4}\times\frac{4}{9}+(-16)$；

(3) $(-2)^5\times\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}-\frac{3}{8}\right)$.

11. 小华家买了一辆轿车，他连续 10 天记录了他家轿车每天行驶的路程，以 30 km 为标准，超过或不足部分分别用正数、负数表示，得到的数据分别如下(单位：km)：

$$+3，+1，-2，+9，-8，+2.5，-4，+5，-3，+2.$$

(1) 请你运用所学知识估计小华家一个月(按 30 天算)轿车行驶的路程；

(2) 若已知该轿车每行驶 100 km 耗用汽油 7 L，且汽油的价格为每升 7.26

元，试根据第(1)题估计小华家一年(按 12 个月算)的汽油费用.

B 组

12. 在数轴上标出表示大于 -4 并且小于 3 的所有整数的点.

13. (1) 写出大于 1 并且小于 2 的 5 个有理数；

(2) 写出大于 -2 并且小于 0 的 5 个有理数.

14. 计算：

(1) $\left[\frac{5}{4}-\left(-\frac{7}{8}\right)\right]\times(-7)\div(-2)$；

(2) $\left[\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{2}\right)\div\frac{1}{30}\right]\times\left(-\frac{1}{5}\right)$；

(3) $\left[-\frac{1}{3}\times\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{1}{9}\right)\div\frac{2}{3}\right]\div(-2)^3$.

C 组

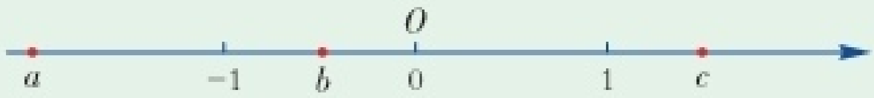
15. 如果 $|a|=a$，那么 a 是什么数？如果 $|a|=-a$，那么 a 是什么数？

16. 回答下列问题：

(1) a，b 都是有理数，$a\times b$ 一定是正数吗？

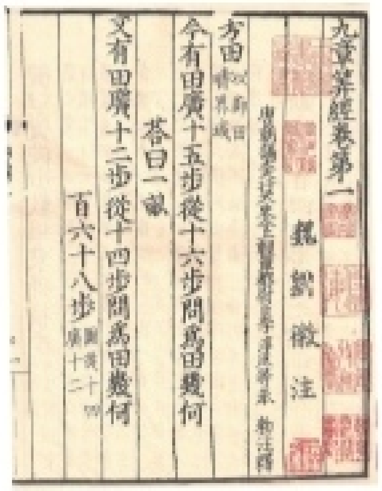
(2) 对任何有理数 a，都有 $a^2=(-a)^2$ 吗？都有 $a^3=(-a)^3$ 吗？

17. 已知有理数 a，b，c 在数轴上对应的点的位置如图所示，则 $\frac{a}{|a|}+\frac{b}{|b|}-\frac{c}{|c|}$ 的值为多少？



(第 17 题图)

我国是最早使用负数的国家

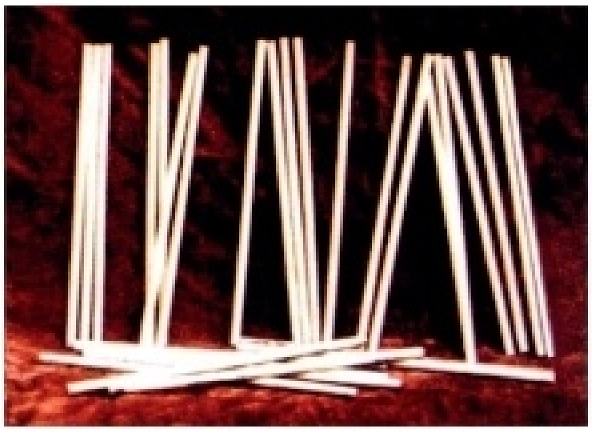

九章筭經卷第一
魏 劉 徽 注
方田
今有田廣十五步從十六步問爲田幾何
荅曰一畝
又有田廣十二步從十四步問爲田幾何
荅曰一百六十八步

宋刻《九章算术》书影

《九章算术》是我国古代一部综合性数学经典著作，全书包括 246 个数学问题，按问题的特点分为九章．其中的“方程术”中明确引进了“负数”，并且明确规定了正负数加减运算法则．加法法则是：其异名相除(减)，同名相益(加)；正无入正之，负无入负之．减法法则是：同名相除，异名相益；正无入负之，负无入正之．这和我们今天所学的正负数加减运算法则是一样的．这部著作说明我国是世界上最早使用负数的国家．

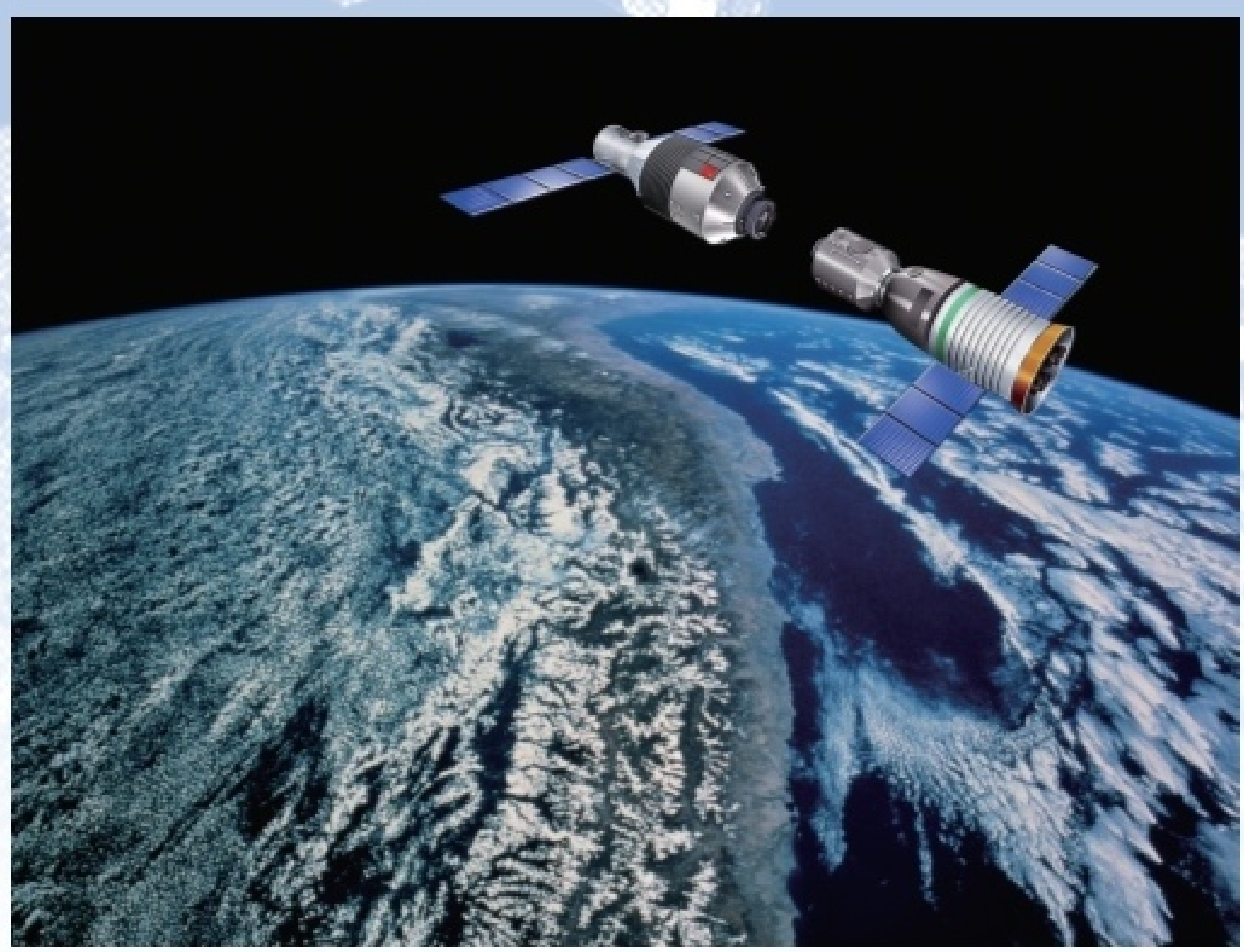
公元 3 世纪，我国数学家刘徽对《九章算术》进行了创造性的注释，进一步指出，对具有相反意义的两个量，用正、负数加以表示，并在运算中用红色的算筹(用于算数的小棒)表示正数，用黑色的算筹表示负数；如果使用同色的算筹，就用正放的算筹表示正数，在正放的算筹上斜放一根表示负数．


刘 徽


陕西旬阳出土的西汉象牙算筹

在国外，最早提到负数的是生活在公元 7 世纪的印度数学家，但当时各个国家都还不承认方程有“负数”的解．欧洲第一部论及负数的著作是意大利数学家卡尔达诺(Gerolamo Cardano)于公元 1545 年著的《大术》，而直到 19 世纪，负数才在欧洲被普遍承认．

负数的引入使数的家族得到了扩张，在历史上，它对数学的发展起了推动作用，为人们进一步认识世界提供了有力的工具．



第2章

代数式

用字母表示数，可以更一般、更简明地表示许多实际问题中的数量，从而为描述问题中的数量关系带来方便.

用字母表示数，字母可以像数一样进行运算吗？

单项式和多项式也可以和数一样进行加减运算吗？如果可以，又是怎样进行运算的？

本章将学习这些知识.

2.1 用字母表示数

动脑筋

据中国新闻网 2011 年 9 月 19 日报道：中国工程院院士袁隆平指导的“Y 两优 2 号”百亩[1]超级杂交稻试验田平均亩产 926.6 kg，创中国大面积水稻亩产的最高纪录.

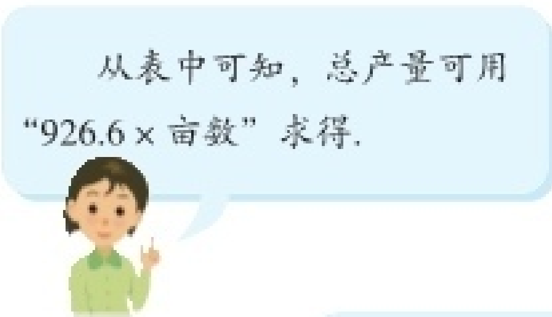
杂交水稻之父——袁隆平

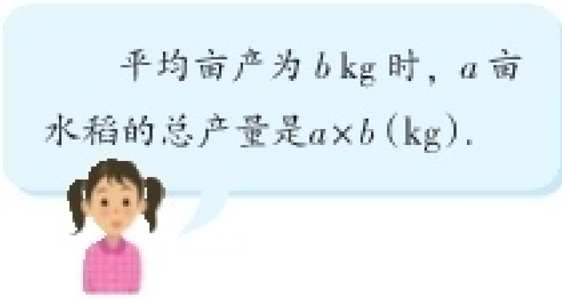
(1) 根据上面数据完成下表：

亩数	1	1.5	2	2.5	3	…
总产量(kg)	926.6×1	926.6×1.5				…

(2) 如果用字母 a 表示亩数，那么 a 亩水稻的总产量是多少?

(3) 如果平均亩产为 b kg，那么 a 亩水稻的总产量是多少?





① 亩，我国的一种面积单位. 1 亩 ≈ 666.67 m².

动脑筋

2011 年 9 月 29 日 21 时 16 分，我国成功发射了“天宫一号”飞行器，它是目前中国最大、最重的在轨飞行航天器. 已知“天宫一号”大约每小时绕地球飞行 2.844 万千米，则它飞行 2 h，2.5 h 分别飞行了多少万千米？如果时间为 t h，那么它飞行了多少万千米？

“天宫一号”飞行 2 h，2.5 h 分别飞行了 (2.844×2) 万千米，(2.844×2.5) 万千米.

t h 飞行了 $2.844t$ 万千米.

例 1 填空：

（1）比 a 的 0.6 倍大 c 的数是 __________；

（2）a 与 b 的 2 倍的积为 __________.

解 （1）$0.6a+c$；

（2）$2ab$.

例 2 小莉以 5 km/h 的速度，走了 20 km 的路程，那么她走了多长时间？如用字母 v 表示速度，用字母 s 表示路程，那么她走的时间又如何表示呢？

解 小莉走 20 km 所花的时间为 $20\div 5=4$ (h).

若用字母 v 表示速度，用字母 s 表示路程，则时间 $t=s\div v=\dfrac{s}{v}$.

从上述例子看到，用字母表示数，可以统一、简明地表示实际问题中的数量关系.

在含字母的式子里，字母与字母相乘时，“×”号通常省略不写或写成“·”，例如 $a\times b$ 可以写成 $a\cdot b$ 或 ab；字母与数字相乘时，例如 $926.6\times a$ 可以写成 $926.6a$；数字与数字相乘时，一般仍用“×”号，也可用“·”号，但要注意与小数点区分开；字母与字母相除时，例如 $s\div v$ 记做 $\dfrac{s}{v}$.

在字母和数字的乘积中，数字通常写在字母的左边. 例如 $a\times 2b=2ab$.

练习

填空：

（1）小明上学骑自行车的速度是其步行速度的3倍，若小明的步行速度为 a m/s，则小明骑自行车的速度是 ＿＿＿＿＿＿；

（2）学校有各种球共 x 个，其中篮球占 35%，则篮球的个数是 ＿＿＿＿；

（3）比 314 的 a 倍多 10 的数是 ＿＿＿＿＿＿；

（4）比 15b 的一半少 3 的数是 ＿＿＿＿＿＿.

习题 2.1

A 组

1. 用字母表示下列各数：

（1）比 x 的 75%大 6 的数；

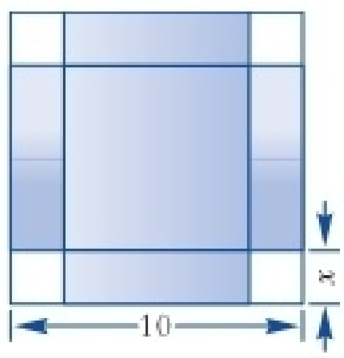
（2）比 x 的$\frac{1}{5}$大 3y 的数；

（3）比 a 的倒数小 n 的数；

（4）三个连续偶数，中间一个是 2n，分别写出另外两个偶数.

2. 某商店购进每双 a 元的旅游鞋 100 双，每双 b 元的皮鞋 50 双，那么该商店一共需支付多少元？

3. 如图，小斌将边长为 10 cm 的正方形纸片的 4 个角各剪去一个边长为 x cm 的小正方形，求剩余部分的面积.



（第 3 题图）

B 组

4. 填空：

（1）一个两位数，它的十位数字是 a，个位数字是 b，则这个两位数是__________；

（2）利用乘法对加法的分配律可以得到 $3\times5+6\times5=(3+6)\times5$，如用 a 表示任意一个数，那么利用分配律可得 $3a+6a=$______________.

5. 已知 x 与 y 之间的关系如下表所示：

x	1	2	3	4	…
y	$4+0.6$	$8+1.2$	$12+1.8$	$16+2.4$	…

下面用 x 表示 y 的式子中，正确的是（　　）

（A）$y=4x+0.6$　　（B）$y=(4+0.6)x$

（C）$y=4+0.6x$　　（D）$y=4+0.6+x$

6. 某工厂的产量每年增长 15%，如果第一年的产量是 m，那么第二年、第三年的产量分别是多少？

2.2 列代数式

探究

观察图 2-1，并完成下表：

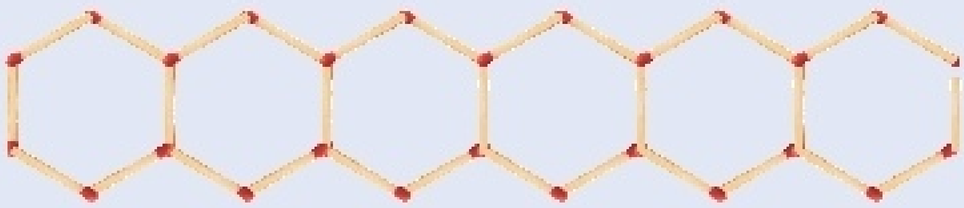
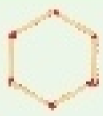
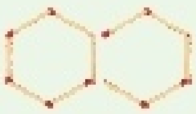
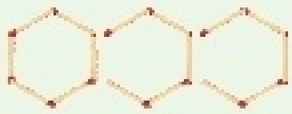
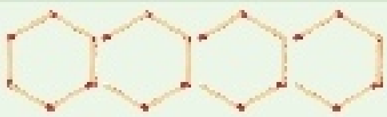
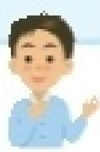


图 2-1

六边形的个数	图案	所需火柴棍（根）
1		6
2		$6+5$
3		$6+5\times2$
4		$6+5\times\boxed{}$
…	…	…
m（m 为正整数）	…	$6+5\times\boxed{}$

围 4 个六边形需火柴棍 $6+5\times(4-1)=21$（根）.



每增加一个六边形就增加 5 根火柴棍，因此围 m 个六边形，需火柴棍 $[6+5(m-1)]$ 根.

前面我们列出了一些式子，如 $926.6a$，ab，$2ab$，$0.6a+c$，$\frac{s}{v}$，$6+5(m-1)$，像这样，把数与表示数的字母用运算符号连接而成的式子叫做**代数式**（algebraic expression）.

单独一个字母或者一个数也是代数式．例如-5，$\frac{2}{3}$，$-m$，n 都是代数式.

例 1 用代数式表示：

（1）a 的 7 倍与 $2b$ 的差；

（2）x，y 两数的平方和减去两数积的 2 倍；

（3）a 的倒数与 b 的和.

解 （1）$7a-2b$；

（2）x^2+y^2-2xy；

（3）$\frac{1}{a}+b$.

例 2 列代数式：

（1）已知铅笔每支 x 元，练习本每本 y 元．小明买铅笔 5 支，练习本 6 本，需多少元?

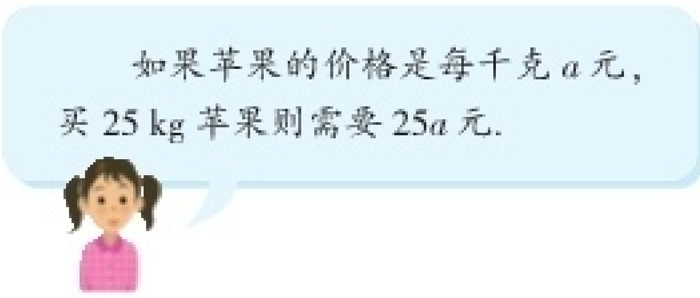
（2）小兰家距学校 5 km．她步行的速度是 v km/h，而骑自行车比步行快 10 km/h．她骑自行车的速度是多少？她骑自行车从家到学校需多长时间?

解 （1）需$(5x+6y)$元；

（2）小兰骑自行车的速度是$(v+10)$ km/h，从家到学校需$\frac{5}{v+10}$ h.

说一说

举出实例，说说代数式 $25a$ 可以表示什么.



如果用 a m/s 表示小强跑步的速度，则他跑 25 s 所跑的路程为 $25a$ m.

练习

1. 用代数式填空：

（1）某阶梯教室第一排有 8 个座位，第二排有 10 个座位，以后每排都比它前一排多 2 个座位，那么第 n 排有 ________ 个座位；

（2）一批货物共 x t，第一天售出$\frac{1}{3}$，第二天售出剩下的一半，还剩下货物 ________t.

2. 列代数式：

（1）a 与 b 的和的平方；

（2）一件进价为 x 元的商品，卖出后利润率为 25%，那么这件商品的利润是多少元？（利润＝进价×利润率）

（3）某储户存入一年期定期储蓄 10 000 元，一年期定期储蓄的年利率为 a%，则一年到期后，该储户可得本息和(本金与利息的和)多少元？（利息＝本金×年利率×年数）

3. 请你举出实例，说说代数式$\frac{a}{2}$可以表示什么.

习题 2.2

A 组

1. 设字母 x 表示一个数，根据题意，列出代数式：

（1）这个数的$\frac{1}{3}$与 10 的和；

（2）这个数与 10 的和的 2 倍；

（3）这个数的倒数与 2 的和的一半；

（4）这个数的相反数的5倍与-3的和；

（5）这个数的平方减去这个数的$\frac{1}{3}$的差.

2. 设甲数为x，乙数为y，根据题意，列出代数式：

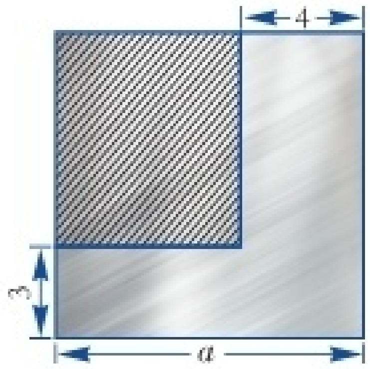
（1）甲数的立方与乙数的平方的和；

（2）甲数的$\frac{1}{5}$与乙数的倒数的差；

（3）甲数的相反数与乙数的和.

3. 某校七年级师生参加献爱心捐款活动，其中有a名教师，b名学生. 若平均每名教师捐x元，每名学生捐y元，则他们共捐款多少元？

4. 如图，一块正方形铁皮的边长为a cm，如果一边截去4 cm，另一边截去3 cm，那么剩下部分(即图中阴影部分)的面积是多少？(用代数式表示)



(第4题图)

5. 请举出3个实例，说说代数式$x+6$可以表示什么.

B 组

6. 一个三位数，它的百位数字是a，十位数字是b，个位数字是c，请用代数式表示这个三位数.

7. 测得一根弹簧的长度l与所挂物体质量m的关系如下表所示：(重物不超过20 kg时，去掉重物后，弹簧能恢复原状.)

物体质量 m (kg)	0	1	2	3	…	a ($0\leqslant a\leqslant 20$)
弹簧长度 l (cm)	6	$6+0.5$	$6+1$	$6+1.5$	…	

请完成上表.

2.3 代数式的值

动脑筋

今年植树节时，某校有305 名同学参加了植树活动，其中有$\frac{2}{5}$的同学每人植树 a 棵，其余同学每人植树 2 棵.

你能用代数式表示他们植树的总棵数吗？

当 $a=3$ 时，他们共植树多少棵？

当 $a=4$ 时，他们共植树多少棵？

他们共植树

$$\frac{2}{5}\times 305\times a+\left(1-\frac{2}{5}\right)\times 305\times 2$$

$=122a+366$（棵）.

当 $a=3$ 时，他们共植树 ______ 棵.

当 $a=4$ 时，他们共植树 ______ 棵.

如果把代数式里的字母用数代入，那么计算后得出的结果叫做**代数式的值**(value of algebraic expression).

代数式里的字母可以取各种不同的数值，但所取的数值必须使代数式和它表示的实际数量有意义，如上例 $122a+366$ 中的字母 a 不能取负数，又如$\frac{s}{v}$中的 v 不能取零.

例 1 （1）当 $x=-3$ 时，求 x^2-3x+5 的值；

（2）当 $a=0.5$，$b=-2$ 时，求 $\dfrac{a^2-b^3}{ab}$ 的值.

解 （1）当 $x=-3$ 时，$x^2-3x+5=(-3)^2-3\times(-3)+5=23$；

（2）当 $a=0.5$，$b=-2$ 时，

$$\frac{a^2-b^3}{ab}=\frac{0.5^2-(-2)^3}{0.5\times(-2)}=\frac{0.25+8}{-1}=-8.25.$$

例 2 我们在计算不规则图形的面积时，有时采用“方格法”来计算. 计算方法如下：假定每个小方格的边长为 1 个单位长，S 为图形的面积，L 是边界上的格点数，N 是内部格点数，则有 $S=\dfrac{L}{2}+N-1$. 请根据此方法计算图 2-2 中四边形 $ABCD$ 的面积.

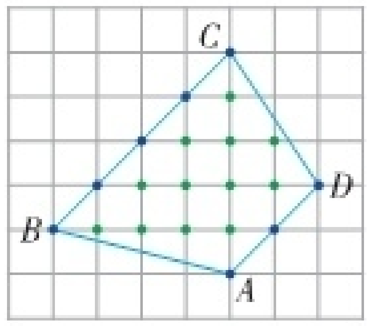


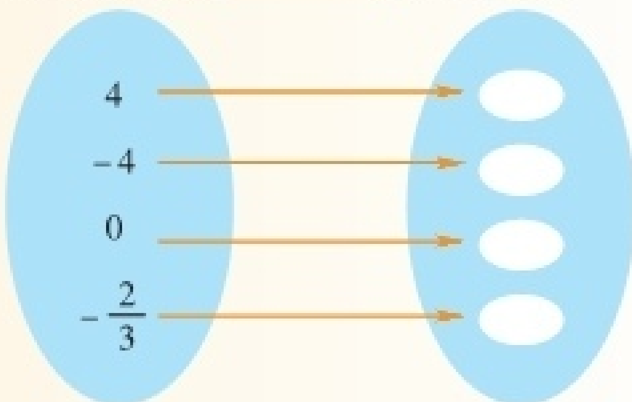
图 2-2

解 由图 2-2 可知，边界上的格点数 $L=8$，内部格点数 $N=12$，所以四边形 $ABCD$ 的面积为：

$$S=\frac{L}{2}+N-1=\frac{8}{2}+12-1=15.$$

练习

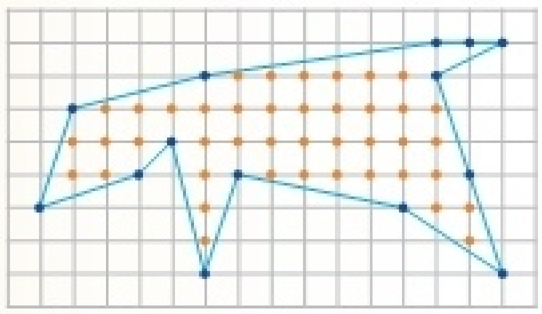
1. 填空： 输入 a 的值 $\xrightarrow{-2a+1}$ 输出结果



2. 当 $x=0.5$，$y=0.79$ 时，求代数式 $4x^2+2y$ 的值.

3. 请用例 2 的方法求右图中图形的面积.

4. 请你查阅有关资料找出两个公式，再取适当的数值代入公式，求出结果.


（第 3 题图）

习题 2.3

A 组

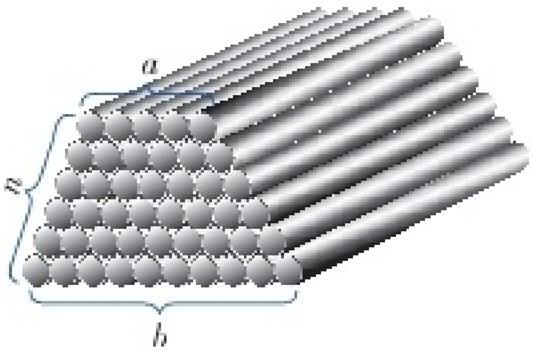
1. 填表：

a	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	0	0.5	$\frac{3}{2}$	3	4
$3a-1$								
$(3a-1)^2$								

2. 当 $a=-1$，$b=-2$，$c=3$时，求下列代数式的值：

（1）b^2-4ac；　　（2）$\frac{c}{a+b}$；　　（3）$a^2-c^2-2bc-b^2$.

3. 我们常用公式$\frac{n(a+b)}{2}$来计算堆成如图所示形状的钢管的根数，其中 a 是顶层的根数，b是底层的根数，n是层数．当$n=6$，$a=5$，$b=10$ 时，求这堆钢管的根数．



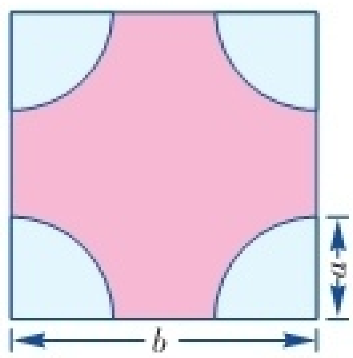
(第 3 题图)

4. 根据一项科学研究，一个 10 岁至 50 岁的人每天所需的睡眠时间 t（h）可用公式 $t=11-\frac{n}{10}$ 计算出来，其中 n 代表这个人的岁数．根据这个公式，一个 15 岁的未成年人每天所需的睡眠时间是多少？

B 组

5. 已知 $a^2+2a=1$，求 $3(a^2+2a)+2$ 的值．

6. 如图，在一个边长为 b cm 的正方形的四角各剪去一个半径为 a cm$\left(a\leqslant\frac{b}{2}\right)$的$\frac{1}{4}$圆．请用代数式表示红色部分的面积，并求当 $a=2$，$b=6$ 时红色部分的面积(结果保留π)．



(第 6 题图)

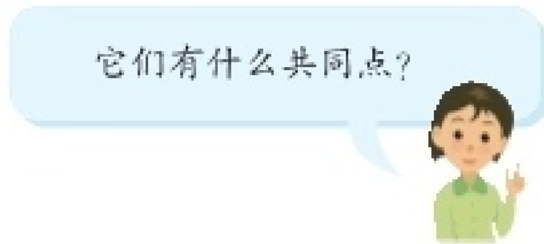
2.4 整　式

动脑筋

(1) 长为 x，宽为 $0.8x$ 的长方形的面积是多少？

(2) 半径为 r 的圆的面积是多少？

(3) 长方体的底面是边长为 x 的正方形，高为 y，这个长方体的体积是多少？



像 $0.8x^2$，πr^2，x^2y 这样，由数与字母的积组成的代数式叫做**单项式**(monomial). 单独一个字母或者一个数也是单项式. 例如 x，$\frac{5}{7}$是单项式.

单项式中，与字母相乘的数叫做单项式的**系数**(coefficient).

例如，$0.8x^2$ 的系数是 0.8；πr^2 的系数是π(注意：π是圆周率，是一个数)；x^2y 的系数是1；$-x$ 的系数为-1.

一个单项式中，所有字母的指数的和叫做这个单项式的**次数**(degree).

例如，$0.8x^2$ 的次数是 2；πr^2 的次数是 2；x^2y 的次数是 3；$-x$ 的次数是 1.

如果单项式只是一个数，并且这个数不是 0，那么它的次数是 0.

例如，单项式$\frac{5}{7}$的次数是 0.

做一做

填表(其中 π 是圆周率)：

单项式	$1.5x^4$	$-y$	$5xy^2$	πr^2h	$2\pi r$
系数	1.5				
次数	4				

说一说

图 2-3 是某拱形门的示意图，它是由上、下两部分组成的. 已知上部分的面积为$\frac{1}{8}\pi x^2$，下部分的面积为 xy，则这个图形的面积是多少(结果保留 π)?

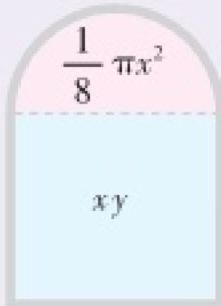


图 2-3

我们发现，$\frac{1}{8}\pi x^2+xy$ 可以看做是单项式$\frac{1}{8}\pi x^2$与 xy 的和.

$2x^3-5x^2y+3xy-1$ 可以看做是单项式 $2x^3$，$-5x^2y$，$3xy$ 与-1 的和.

像$\frac{1}{8}\pi x^2+xy$，$2x^3-5x^2y+3xy-1$这样，由几个单项式的和组成的代数式叫做**多项式**[①](polynomial). 组成多项式的每个单项式叫做多项式的**项**(term)，其中不含字母的项叫**常数项**(constant term).

例如，在多项式 $2x^3-5x^2y+3xy-1$ 中，$2x^3$，$-5x^2y$，$3xy$ 与-1 都是它的项，其中-1 是常数项.

多项式中次数最高的项的次数，叫做这个多项式的**次数**. 例如，多项式 $2x^3-7x^2+9$ 的次数是 3.

习惯上把单项式和多项式统称为**整式**(integral expression).

① 在现代数学文献中，也把单项式看成是只有一项的多项式.

例 说出下列多项式的次数和常数项：

（1）$2x-3$；　　（2）$-x^3+7x-4$；

（3）$3x^2-5xy+y^2-4x+6y-9$.

解　（1）$2x-3$ 的次数是 1，常数项是 -3；

（2）$-x^3+7x-4$ 的次数是 3，常数项是 -4；

（3）$3x^2-5xy+y^2-4x+6y-9$ 的次数是 2，常数项是 -9.

练习

1. 说出下列单项式的系数和次数：

（1）$2x^3$；　　（2）$\frac{4}{3}\pi r^3$；　　（3）$-x$；

（4）$\frac{2}{5}xy^3$；　　（5）$\frac{\pi r}{180}$.

2. 说出下列多项式的次数和常数项：

（1）$-3x+11$；　　（2）$5x^2-2x+7$；

（3）$x^2-2xy+y^2-3x+5y-1$；　　（4）y^2-x^3+x-2.

3. 下列代数式哪些是多项式？哪些不是多项式？

（1）x^4-5x^3+7x-3；　　（2）$\frac{x^2+1}{x+1}$；

（3）$\frac{1}{x}$；　　（4）x^2+x+1.

习题 2.4

A 组

1. 下列代数式哪些是单项式？哪些不是单项式？

（1）$-3x^2$；　　（2）$4\pi r^2+3$；　　（3）$\frac{1}{2}$；

（4）$\frac{x}{y}$；　　（5）$\frac{x}{5}$；　　（6）$\frac{\pi d^2}{4}$.

2. 填表(其中 π 为圆周率)：

单项式	$0.3x^4$	$-y^2w$	$\frac{1}{3}\pi r^2h$	$-\frac{2}{3}x$	$64xy^5$
系数					
次数					

3. 列代数式. 如果是单项式，请分别指出其系数和次数.

(1) 若长方形的长为 x cm，宽为 y cm，则它的面积是多少？

(2) 若三角形的一边长为 z cm，这条边上的高是这条边长的 $\frac{3}{4}$，则它的面积是多少？

4. 说出下列多项式的次数和常数项：

(1) $2x-1$；

(2) $x^5+x^4+x^3+x^2+x+1$；

(3) $4x^2-3xy+5y^2-2x+6y-1$.

5. 写出同时含有字母 x，y，z，且系数为 1 的 7 次单项式(至少写出4个).

B 组

6. 有一组单项式依次为 $-x^2$，$\frac{x^3}{2}$，$-\frac{x^4}{3}$，$\frac{x^5}{4}$，$-\frac{x^6}{5}$，…，根据它们的规律，请写出第 20 个单项式.

7. 把一个多项式的各项按其中某个字母的指数由大到小排列，叫做把这个多项式按该字母降幂排列. 例如：

$$3x+6x^2-2x^3+5 \xrightarrow{\text{按 } x \text{ 降幂排列}} -2x^3+6x^2+3x+5$$

请把下列多项式按字母 x 进行降幂排列：

(1) $7-5x+3x^2-4x^3$；

(2) $3xy+6x^2+2y+4x^4-7x^3$；

(3) $\frac{2}{5}x-7x^2y+6x^4y-0.5x^3+4$.

2.5 整式的加法和减法

动脑筋

如图 2-4，在一块长为 x，宽为 y 的草地中间，挖了一个面积为 $\frac{1}{3}xy$ 的水池后，剩余草地的面积是多少？

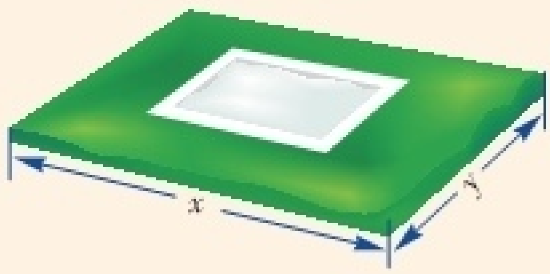


图 2-4

原来草地面积为 xy，水池的面积为 $\frac{1}{3}xy$，因此剩余草地的面积为 $xy-\frac{1}{3}xy$.

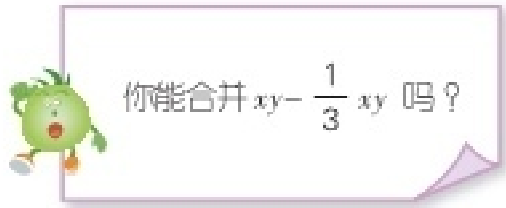
像多项式 $xy-\frac{1}{3}xy$ 中的项 xy，$-\frac{1}{3}xy$，它们含有的字母相同，并且相同字母的指数也分别相同，称它们为**同类项**(like term).

例如在多项式 $x^2y+3x+1-4x-5x^2y-5$ 中，同类项有 x^2y 与 $-5x^2y$，$3x$ 与 $-4x$，1 与 -5.

议一议

多项式 $x^2y+3x+1-4x-5x^2y-5$ 中的同类项可以合并吗？

$$
\begin{aligned}
&x^2y+3x+1-4x-5x^2y-5\\
=&x^2y-5x^2y+3x-4x+1-5\text{（交换律）}\\
=&(x^2y-5x^2y)+(3x-4x)+(1-5)\text{（结合律）}\\
=&(1-5)x^2y+(3-4)x+(-4)\text{（分配律）}\\
=&-4x^2y-x-4.
\end{aligned}
$$



把多项式中的同类项合并成一项，叫做合并同类项(unite like terms).

例 1 合并同类项：

（1）$-4x^4-5x^4+x^4$；　　（2）$3x^2y+\frac{3}{4}x^2y-x^2y$.

解　（1）$-4x^4-5x^4+x^4=(-4-5+1)x^4=-8x^4$；

（2）
$$
\begin{aligned}
&3x^2y+\frac{3}{4}x^2y-x^2y\\
=&\left(3+\frac{3}{4}-1\right)x^2y\\
=&\frac{11}{4}x^2y.
\end{aligned}
$$

合并同类项时，只要把它们的系数相加，字母和字母的指数不变.

例 2 合并同类项：

（1）$-3x^2-14x-5x^2+4x^2$；　　（2）$xy^3+x^3y-2xy^3+5x^3y+9$.

解　（1）
$$
\begin{aligned}
&-3x^2-14x-5x^2+4x^2\\
=&-3x^2-5x^2+4x^2-14x\\
=&(-3-5+4)x^2-14x\\
=&-4x^2-14x；
\end{aligned}
$$

（2）
$$
\begin{aligned}
&xy^3+x^3y-2xy^3+5x^3y+9\\
=&xy^3-2xy^3+x^3y+5x^3y+9\\
=&(1-2)xy^3+(1+5)x^3y+9\\
=&-xy^3+6x^3y+9.
\end{aligned}
$$

像例 2 这样，先把同类项在底下画线标出(对于不同的同类项，分别用不同的线)，然后运用加法交换律和结合律，把同类项放在一起，最后合并同类项. 熟练以后，可以不必把同类项调到一起而直接合并同类项.

说一说

多项式 $x^3-4x^2+7x^2-2x-5$ 与多项式 $x^3+3x^2-6x+4x-5$ 相等吗？

两个式子合并同类项后都等于 x^3+3x^2-2x-5.

两个多项式分别经过合并同类项后，如果它们的对应项系数都相等，那么称这两个多项式**相等**.

练习

1. 请将下面的同类项用线连接起来：

$2x^3$	$-7xy^2$
xy^2	$3x$
$-5x$	$\dfrac{1}{2}$
$\dfrac{1}{4}$	$-4x^3$

2. 合并同类项：

（1）$6x^5-x^5+9x^5$；　　（2）$-xy-4xy-7xy$；

（3）$8x^4y-6x^4y+15xy+9-2x^4y$.

3. 下列两个多项式是否相等？

$$x^3-5x^2+3x^2-7x+2,\quad x^3-2x^2+5x-12x+2.$$

动脑筋

根据加法结合律，去掉下面式子中的括号，填空：

$a+(b+c)=$ ________；　　$a+(b-c)=$ ________.

由上面的式子你发现了什么？

一般地，有下列去括号法则：

括号前是“+”号，运用加法结合律把括号去掉，原括号里各项的符号都不变.

议一议

$a+b$ 与 $a-b$ 的相反数分别是多少？

根据加法结合律和交换律得 $(a+b)+(-a-b)=0$，因此，$a+b$ 与 $-a-b$ 互为相反数.

同样地，我们有 $a-b$ 与 $-a+b$ 也互为相反数.

动脑筋

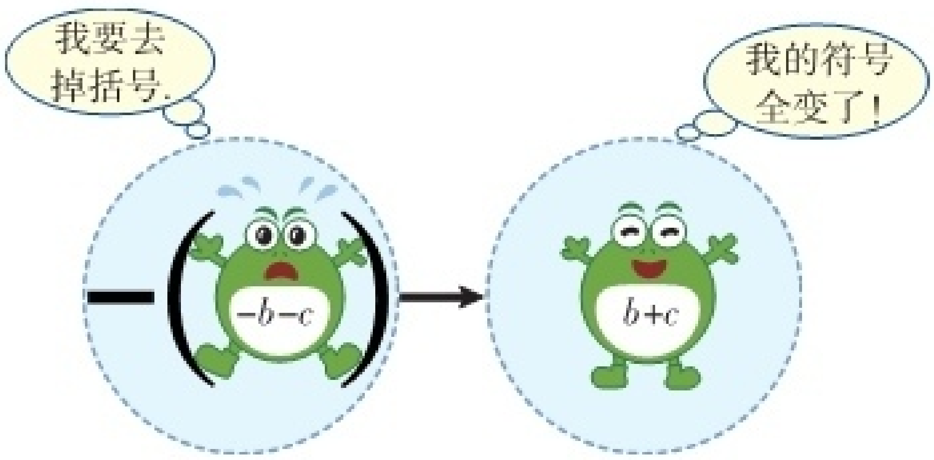
$a-(b-c)=a+(-b+c)=$____________；

$a-(-b-c)=a+(b+c)=$____________.

上面的式子有什么变化规律？

一般地，有下列去括号法则：

括号前是“-”号，把括号和它前面的“-”号去掉，原括号里各项的符号都要改变.



我们可以利用合并同类项和去括号法则进行整式的加减运算.

例 3 计算：

(1) $(5x-1)+(x-1)$；　　　　(2) $(2x+1)-(4-2x)$.

解　(1) $(5x-1)+(x-1)$

$=5x-1+x-1$

$=6x-2$；

(2) $(2x+1)-(4-2x)$

$=2x+1-4+2x$

$=4x-3$.

练习

1. 判断(正确的画“√”，错误的画“×”)：

(1) $2x-(3y-z)=2x-3y-z$；　　(　　)

(2) $-(5x-3y)-(2x-y)=-5x+3y-2x+y$.　　(　　)

2. 计算：

(1) $u^2-v^2+(v^2-w^2)$；　　(2) $(4x-2y)-(2x-y)$；

(3) $-(x-3)-(3x-5)$.

动脑筋

有两个大小不一样的长方体纸盒，如图 2-5 所示，已知大纸盒的体积是小纸盒体积的 24 倍.

(1) 这两个纸盒的体积和为多少？

(2) 大纸盒与小纸盒的体积差为多少？

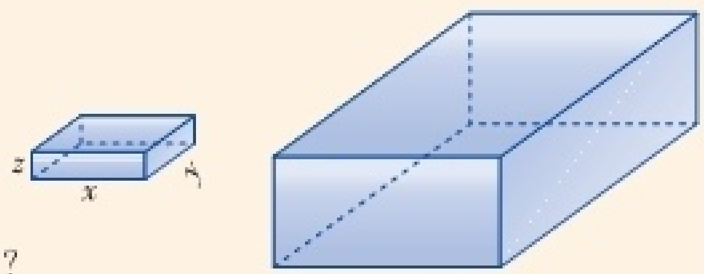


图 2-5

小纸盒和大纸盒的体积分别为 xyz 和 $24xyz$，故两纸盒的体积和为 $xyz+24xyz=25xyz$.

大纸盒的体积与小纸盒的体积差为 $24xyz-xyz=23xyz$.

例 4 求多项式 $3x^2+5x$ 与多项式 $-6x^2+2x-3$ 的和与差.

解 根据题意，得

$$\begin{aligned}&3x^2+5x+(-6x^2+2x-3)\\=&3x^2+5x-6x^2+2x-3\\=&-3x^2+7x-3;\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&3x^2+5x-(-6x^2+2x-3)\\=&3x^2+5x+6x^2-2x+3\\=&9x^2+3x+3.\end{aligned}$$

例 5 先化简，再求值.

$5xy-(4x^2+2xy)-2(2.5xy+10)$，其中 $x=1$，$y=-2$.

解 $5xy-(4x^2+2xy)-2(2.5xy+10)$

$$\begin{aligned}&=5xy-4x^2-2xy-(5xy+20)\\&=5xy-4x^2-2xy-5xy-20\\&=-4x^2-2xy-20.\end{aligned}$$

当 $x=1$，$y=-2$ 时，

$$-4x^2-2xy-20=-4\times1^2-2\times1\times(-2)-20=-20.$$

例 6 如图 2-6，正方形的边长为 x，用整式表示图中阴影部分的面积，并计算当 $x=4$ m 时阴影部分的面积(π 取 3.14).

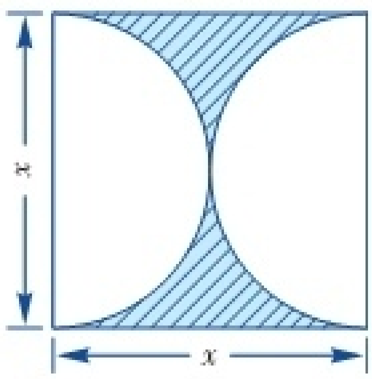


图 2-6

解 阴影部分的面积为

$$x^2-\pi\left(\frac{x}{2}\right)^2=x^2-\frac{\pi}{4}x^2=\left(1-\frac{\pi}{4}\right)x^2.$$

当 $x=4$ m 时，阴影部分的面积为

$$\left(1-\frac{\pi}{4}\right)x^2=\left(1-\frac{3.14}{4}\right)\times4^2=3.44(\text{m}^2).$$

练习

1. 当 $x=-3$ 时，求 $7x^2-3x^2+(5x^2-2)$ 的值.

2. 当 $x=-\dfrac{1}{4}$ 时，求 $10x+(x-1)-(3x+2)$ 的值.

3. 先化简，再求值.

$3xy^2-4x^2-2(2xy^2-3x^2)-x^2$，其中 $x=0.5$，$y=-0.5$.

习题 2.5

A 组

1. 合并同类项：

(1) $6x^2y+xy^2-x^2y-2x^2y$；　　(2) $y^4-5y^4+7y-6y^4$；

(3) $-4x-\left(-\frac{1}{3}x\right)+\left(-\frac{1}{4}x\right)$；　　(4) $8x^3-(-5x^3)+5-3x^3$.

2. 计算：

(1) $(7-3x)+(5x-6)$；　　(2) $-(x^2-3)-(7-5x^2)$；

(3) $xy-(3x-2xy)+(3xy-2x)$.

3. 如果多项式 $4x^2-7x^2+6x-5x+3$ 与多项式 ax^2+bx+c（其中 a，b，c 是常数）相等，则 a=_____，b=_________，c=_________.

4. 先化简，再求值：

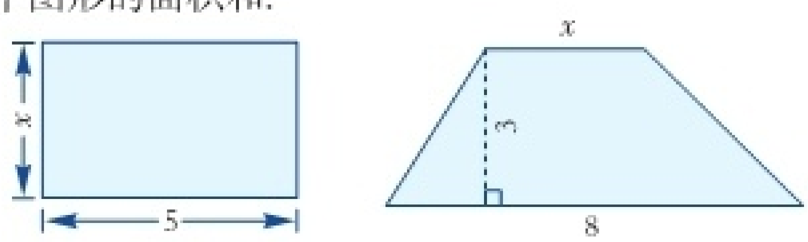
(1) $(15x-7x)-(0.5x+5)-5$，其中 $x=-2$；

(2) $(-12x^2-4xy)-2(5xy-8x^2)$，其中 $x=-1$，$y=0.4$；

(3) $\frac{1}{4}x-\left(2x-\frac{3}{2}y^2\right)+\left(\frac{1}{3}y^2-2x\right)$，其中 $x=-4$，$y=-3$.

5. 已知一个两位数，它的十位数字是 x，个位数字是 y. 将这个两位数的十位数字与个位数字交换位置后得到一个新的数，求所得数与原数的和（用含 x，y 的代数式表示）.

6. 求下面两个图形的面积和.



（第 6 题图）

7. 某人买 A，B，C 三种商品所用金额的比是 $2:3:5$，若购买 B 种商品的金额为 $3x$ 元，试求他购买这三种商品的总金额为多少.

B 组

8. 把 $(x+y)$ 和 $(x-y)^2$ 各看成一项，合并 $-3(x-y)^2-7(x+y)+5(x-y)^2+9(x+y)$ 中的同类项.

9. 已知 $x+y=-1$，$xy=-2$，求代数式 $-5(x+y)+(x-y)+2(xy+y)$ 的值.

小结与复习

回顾

1. 请举出用字母表示数的实例.

2. 什么叫代数式？列代数式时，一般怎么规范书写？如何求代数式的值？

3. 什么叫单项式、多项式？单独一个数或字母是单项式吗？单项式的次数、多项式的次数分别是如何确定的？

4. 什么叫同类项？怎样合并同类项？

5. 举例说明如何进行整式的加减运算.

本章知识结构

注意

1. 单独一个数或字母是单项式，分母中含有字母的代数式不是整式.

2. 单项式的次数是所有字母的指数的和，多项式的次数是多项式中次数最高的项的次数.

3. 确定单项式的系数时要注意前面的正负号，如$-x^2y$ 的系数是 -1；确定多项式中每一项的系数时也要注意它前面的符号.

4. 整式的加减运算关键是正确地去括号、合并同类项. 去括号时，特别要注意括号前面如果是“-”号，则去掉括号后，括号里各项都要改变符号.

复习题 2

A 组

1. 用字母表示下列各问题的结果：

（1）若圆的周长为 $2\pi r$ cm，则圆的面积为多少？

（2）某洗衣机厂原来库存洗衣机 m 台，现每天又生产 n 台存入库内，x 天后该厂库存洗衣机多少台？

（3）如果 b kg 面粉售价 n 元，那么 3 kg 面粉售价多少元？

（4）教室的后墙上贴满了长方形的壁纸．若后墙的面积为 S m²，每张壁纸长 a m，宽 b m，那么所贴壁纸的张数 n 最少是多少(假定壁纸可以剪裁拼补)？

（5）一辆汽车行驶 a km 后，又以 v km/h 的速度行驶了 t h，那么这辆汽车所行驶的全部路程 s 是多少？

2. 列代数式：

（1）x 的 4 倍与 y 的立方的差；

（2）x 的相反数与 y 的倒数的和；

（3）a 减去 b 的差的平方，再加上 a 与 b 的和的平方．

3. 写出下列代数式表示的实际意义：

（1）一个等边三角形的边长为 a，一个正方形的边长为 b，则$3a+4b$ 表示________________________________；

（2）若苹果每千克 p 元，橘子每千克 q 元，则代数式 $50-(6p+4q)$表示________________________________．

4. 设 $y=2x^2-x-3$，填写下表：

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

5. 当$x=5$，$y=3$时，求代数式$\dfrac{2x-3y}{3x+2y}$的值．

6. 某种濒危动物的数量每年以 10％的速度减少，n 年后该动物数量 p 与现有数量 m 之间的关系式是 $p=m(1-10\%)^n$．如果该动物现有数量为8 000 只，那么3 年后该动物还有多少只？

7. 说出下列单项式的系数和次数：

$$\frac{2}{3}xy^2,\quad \frac{1}{3}\pi r^2h,\quad 5x.$$

8. 说出下列多项式的次数和常数项：

$$\frac{3}{4}x-y,\quad 2x^2-3y^2-1,\quad 2x^2-y+3xy^3+4y^4-1.$$

9. 写出 3 个多项式，要求每个多项式的次数不小于 3，项数不少于 4 项，其中至少有 2 项是同类项.

10. 计算：

（1）$5x-\left(2+\frac{1}{2}x\right)+1$；（2）$1-2x+\left(-\frac{3}{2}x\right)-\left(1-\frac{x}{4}\right)$；

（3）$x^2y-(2xy^2-5x^2y)+3xy^2-y^3$.

11. 已知 $A=x^2+3y^2-5xy$，$B=2xy+2x^2-y^2$，求：

（1）$3A-B$；（2）$A-3B$.

12. 先化简，再求值：

（1）$7x-(-2x+1)-(8x-1)$，其中 $x=-2$；

（2）$(3x-5y)+(-3x+y)$，其中 $x=5$，$y=3$；

（3）$(4x^2-2xy+y^2)-3(x^2-xy+5y^2)$，其中 $x=-1$，$y=-\frac{1}{2}$.

B 组

13. 先化简，再求值：

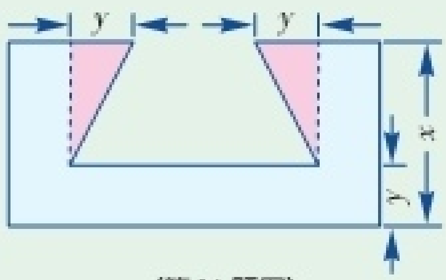
（1）$4(2x^2y-xy^2)-5(xy^2+2x^2y)$，其中 $x=-\frac{1}{2}$，$y=\frac{1}{3}$；

（2）$(3x^2z+2yz^2-xyz)+2xyz-3yz^2+x^2z$，其中 $x=2$，$y=-1$，$z=1$.

14. 燕尾槽的截面如图所示.

（1）用代数式表示图中红色部分的面积；

（2）若 $x=6$，$y=2$，求红色部分的面积.



（第 14 题图）

15. 从 176.4 m 高处有一石头由静止开始自由下落，石头下落的高度 h 与时间 $t(0\leqslant t\leqslant 6)$有下面的关系：

时间 t(s)	1	2	3	4	5	6
高度 h(m)	4.9×1	4.9×4	4.9×9	4.9×16	4.9×25	4.9×36

（1）写出用时间 t 表示下落的高度 h 的公式；

（2）当 $t=3.5$ s 时，求石头下落的高度.

C 组

16. 如果 $-0.5m^xn^3$ 与 $5m^4n^y$ 是同类项，求$(-5x^2y-4y^3-2xy^2+3x^3)-(2x^3-5xy^2-3y^3-2x^2y)$的值.

17. 据有关资料统计，两个城市之间每天的电话通话次数 T 与这两个城市的人口数 a，b（单位：万人）以及两城市间的距离 d（单位：km)之间有下列关系式：

$$T=\frac{kab}{d^2}\ (k\text{为常数}).$$

已知 A，B，C 三个城市的人口数及它们之间的距离如图所示. 如果 A，B 两个城市间每天的电话通话次数为t，求 B，C 两个城市间每天的电话通话次数(用含 t 的代数式表示).

(第 17 题图)

数学与文化

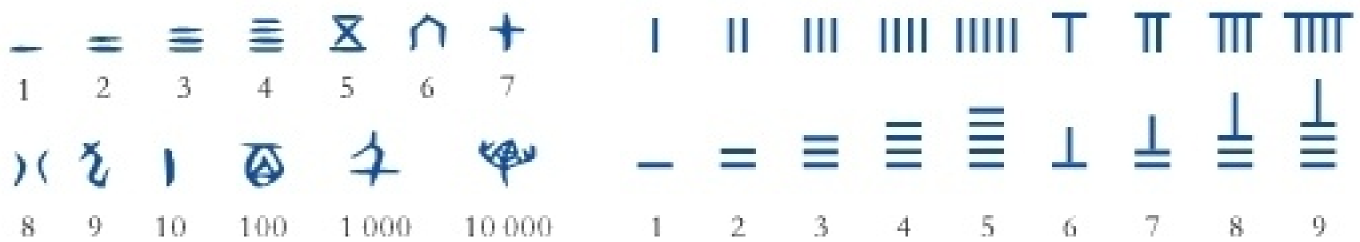
数学符号

我们常用符号作为某种事物的代号，如公路上用表示禁止进入，中国邮政用表示全球邮政特快专递.

数学中有许多符号，如 +，-，%，⩾，≠，∩，等等. 有人说数学的世界是符号化的世界，这是因为数学研究的是客观世界的数量关系和空间形式，不仅仅是某一个具体的对象. 例如数字 1 是现实生活中 1 个人，1 本书，1 张桌子……的抽象符号.

数学符号的设计是一项创造性的劳动. 合适的符号对于推动数学的发展和传播起着十分重要的作用，而一个符号要为人们所接受并广泛流传，需要经历一段较长的时间.

下面分别是甲骨文和算筹中表示一些数的示意图.



16 世纪前代数问题的求解几乎都是用词语和缩写词写成的，解一道题要写上一大段文字. 有了数学符号，就能大大缩短语言表述的长度，使数学的表达简洁明确，而且大大减少了理解上的困难.

数学符号从其作用上分为以下四类：

一、元素符号，即表示数或图形的符号. 如数字 0，2，9，表示数的字母 a，x，y，表示圆周率的字母 π，表示角的符号∠，表示三角形的符号△等.

二、关系符号，即表示数学式、图形之间的关系的符号. 如 >，=，∽(相似于)，≌(全等于)等.

三、运算符号，如 ·，÷，∶，a^n 等.

四、辅助符号，如 [ ]，( ) 等.

数学符号能帮助我们思维. 如果说数学是思维的体操，那么数学符号的组合就谱成了“体操进行曲”.

第3章

一元一次方程

方程是人们探索世界的有力数学工具. 在解决许多日常生活问题时，常常需要根据其中的等量关系建立方程并解方程.

怎样列方程？怎样解方程？解方程的原理是什么？

这些问题都是本章要学习的主要内容.

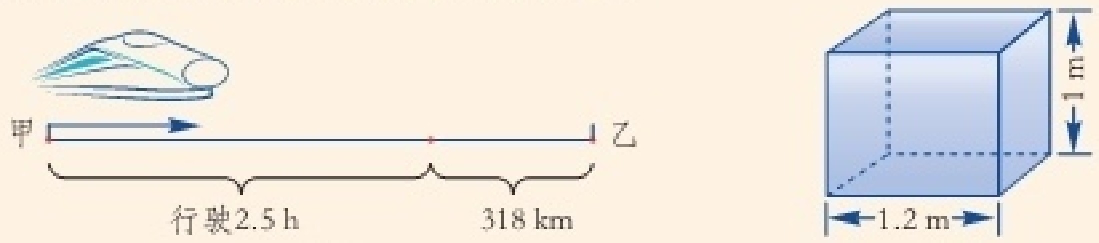
3.1 建立一元一次方程模型

动脑筋

请你表示出下面两个问题中的等量关系.

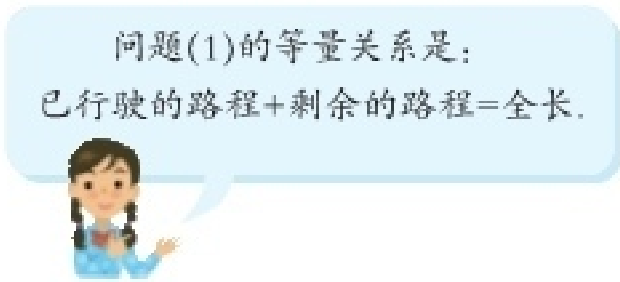
(1) 如图 3-1(a),甲、乙两站之间的高速铁路长 1 068 km，“和谐号”高速列车从甲站开出 2.5 h 后，离乙站还有 318 km. 该高速列车的平均速度是多少？

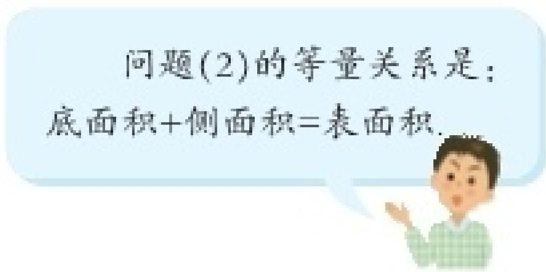
(2) 图 3-1(b)是一个长方体形的包装盒，长为 1.2 m，高为 1 m，表面积为6.8 m^2. 这个包装盒的底面宽是多少？



(a)　　(b)

图 3-1





对于(1)，如果设高速列车的平均速度为 x km/h，那么我们可以用含 x 的式子表示上述等量关系，即

$$2.5x + 318 = 1\ 068. \qquad ①$$

对于(2)，若设包装盒的底面宽是 y m，则等量关系可表示为

$$1.2 \times y \times 2 + y \times 1 \times 2 + 1.2 \times 1 \times 2 = 6.8,$$

即

$$2.4y + 2y + 2.4 = 6.8. \qquad ②$$

在等式 $2.5x + 318 = 1\ 068$ 中，2.5，318，1 068 叫做已知数，字母 x 表示的数，在解决这个问题之前还不知道，把它叫做未知数. 我们把含有未知数的等式叫做**方程**(equation).

如 $2.5x+318=1\ 068$，$2.4y+2y+2.4=6.8$，$x-2y=6$，$\frac{t}{2}-\frac{2t+1}{3}=120$ 中，x，y，t 都是未知数，这些等式都是方程.

像上面这样，把所要求的量用字母 x(或 y, …)表示，根据问题中的等量关系列出方程，这一过程叫做**建立方程**.

说一说

方程①、②中，每个方程含有几个未知数？每个未知数的次数是多少？

像方程 $2.5x+318=1\ 068$，$2.4y+2y+2.4=6.8$ 这样，只含有一个未知数，并且未知数的次数是 1，我们把这样的方程叫做**一元一次方程**(linear equation with one unknown).

在方程 $x+5=8$ 中，当 $x=3$ 时，方程两边的值相等，我们就说 $x=3$ 是方程 $x+5=8$ 的解.

能使方程左、右两边相等的未知数的值叫做**方程的解**(solution of equation).

例 检验下列 x 的值是否是方程 $2.5x+318=1\ 068$ 的解.

（1）$x=300$；　　（2）$x=330$.

解　（1）把 $x=300$ 代入原方程得，

左边$=2.5\times300+318=1\ 068$，

左边=右边，

所以 $x=300$ 是方程 $2.5x+318=1\ 068$ 的解.

（2）把 $x=330$ 代入原方程得，

左边$=2.5\times330+318=1\ 143$，

左边$\neq$右边，

所以 $x=330$ 不是方程 $2.5x+318=1\ 068$ 的解.

练习

1. 下面哪些方程是一元一次方程？

（1）$3x+4=5x-1$；　　（2）$2x^2-x-1=0$；

(3) $x-2y=4$； (4) $3(2x-7)=4(x-5)$.

2. 检验下列 x 的值是否是方程 $2x-6=7x+4$ 的解.

(1) $x=2$； (2) $x=-2$.

3. 建立下列各问题中的方程模型：

(1) 2011 年 6 月底，我国网民达 4.85 亿，比 2008 年 6 月底的 1.9 倍还多 430 万人，则 2008 年 6 月底网民数是多少？

(2) 排球场长比宽多 9 m，周长是 54 m，排球场宽为多少？

习题 3.1

A 组

1. 下面左边 x 的值分别是右边哪个方程的解？请用线连接起来.

$x=2$	$x+3=5$
$x=\frac{1}{2}$	$4x+5=1$
$x=-1$	$2(x+1)=3$
$x=2.5$	$4(x-1)=6$

2. 检验下列各小题括号内字母的值是否是相应方程的解.

(1) $2x=x+3$； $(x=3,\ x=2)$

(2) $4y=8-2y$. $\left(y=4,\ y=\frac{4}{3}\right)$

3. 建立下列各问题中的方程模型：

(1) 某种篮球打八折后每个篮球售价为 80 元，问该篮球原价为多少？

(2) 某厂今年平均每月生产某型号机器 170 台，比去年月平均产量的 1.5 倍少 10 台，求去年的月平均产量.

B 组

4. 请写出一个解为 $x=-3$ 的一元一次方程.

5. 建立下列各问题中的方程模型：

（1）小青的年龄比她妈妈小 27 岁，今年她妈妈的年龄正好是小青的 4 倍，小青今年几岁？

（2）甲、乙两水池共储水 60 t. 若甲池注进水 5 t，乙池用去水 9 t 后，两池水的质量相等，则甲、乙两水池原来各有多少吨水？

6. 根据图中的信息建立合适的方程模型(单位：cm. π 取 3.14).

(第 6 题图)

3.2 等式的性质

动脑筋

（1）如果

七年级(1)班的学生人数=七年级(2)班的学生人数，

现在每班增加 2 名学生,那么七年级(1)班与七年级(2)班的学生人数相等吗?如果每班减少 3 名学生，那么这两个班的学生人数还相等吗?

（2）如果

甲筐米的质量=乙筐米的质量，

现在将甲、乙两筐米分别倒出一半，那么甲、乙两筐剩下的米的质量相等吗?

一般地，等式具有下述性质：

等式性质 1　等式两边都加上(或减去)同一个数(或式)，所得结果仍是等式.

等式性质 2　等式两边都乘(或除以)同一个数(或式)(除数或除式不能为0)，所得结果仍是等式.

即，如果 $a=b$，那么

$$a \pm c = b \pm c,$$

$$ac = bc,\quad \frac{a}{d} = \frac{b}{d}\ (d \neq 0).$$

例 1 填空，并说明理由.

（1）如果 $a+2=b+7$，那么 $a=$______；

（2）如果 $3x=9y$，那么 $x=$________；

（3）如果 $\frac{1}{2}a=\frac{1}{3}b$，那么 $3a=$________.

解 （1）因为 $a+2=b+7$，由等式性质 1 可知，等式两边都减去 2，得

$$a+2-2=b+7-2,$$

即
$$a=b+5.$$

（2）因为$3x=9y$，由等式性质 2 可知，等式两边都除以 3，得

$$\frac{3x}{3}=\frac{9y}{3},$$

即
$$x=3y.$$

（3）因为$\frac{1}{2}a=\frac{1}{3}b$，由等式性质 2 可知，等式两边都乘 6，得

$$\frac{1}{2}a\times6=\frac{1}{3}b\times6,$$

即
$$3a=2b.$$

例 2 判断下列等式变形是否正确，并说明理由.

（1）如果 $a-3=2b-5$，那么 $a=2b-8$；

（2）如果 $\frac{2x-1}{4}=\frac{4x-2}{5}$，那么 $10x-5=16x-8$.

解 （1）错误. 由等式性质 1 可知，等式两边都加上 3，得

$$a-3+3=2b-5+3,$$

即
$$a=2b-2.$$

（2）正确. 由等式性质 2 可知，等式两边都乘 20，得

$$\frac{2x-1}{4}\times20=\frac{4x-2}{5}\times20,$$

即
$$5(2x-1)=4(4x-2),$$

去括号，得
$$10x-5=16x-8.$$

练习

1. 请在括号中写出下列等式变形的理由.

（1）如果 $a-3=b+4$，那么 $a=b+7$；（　　　　　　　　）

（2）如果 $3x=2y$，那么 $x=\frac{2}{3}y$；（　　　　　　　　）

（3）如果 $-\frac{1}{4}x=-\frac{1}{2}y$，那么 $x=2y$；（　　　　　　　　）

（4）如果 $2a+3=3b-1$，那么 $2a-6=3b-10$.（　　　　　　　　）

2. 判断下列等式变形是否正确，并说明理由.

（1）若 $\frac{1}{3}a+3=b-1$，则 $a+3=3b-3$；

（2）若 $2x-6=4y-2$，则 $x-3=2y-2$.

习题 3.2

A 组

1. 请在括号中写出下列等式变形的理由.

（1）如果 $2a+5=b+6$，那么 $2a=b+1$；（　　　　　　　　）

（2）如果 $\frac{1}{3}x=\frac{1}{4}y$，那么 $x=\frac{3}{4}y$；（　　　　　　　　）

（3）如果 $x^2-5=y^2+1$，那么 $x^2-y^2=6$.（　　　　　　　　）

2. 判断下列等式变形是否正确，并说明理由.

（1）若 $a=-b+2$，则 $a+b=2$；　　　　（2）若 $\frac{x-1}{3}=\frac{y-1}{2}$，则 $2x=3y$.

B 组

3. 已知 $2a-b=4$，请利用等式性质求下列各式的值.

（1）$2a-b+2$；　　　　（2）$4a-2b$.

4. 已知 $2a-b=4$，$m+n=1$，请利用等式性质求 $a-\frac{1}{2}b-2m-2n$ 的值.

3.3 一元一次方程的解法

动脑筋

某探险家在 2002 年乘热气球在 24 h 内连续飞行 5 129 km. 已知热气球在前 12 h 飞行了 2 345 km, 求热气球在后 12 h 飞行的平均速度.

本问题涉及的等量关系有:

前 12 h 飞行的路程 + 后 12 h 飞行的路程 = 总路程.

因此, 设后 12 h 飞行的平均速度为 x km/h, 则根据等量关系可得

$$2\ 345+12x=5\ 129. \quad ①$$

利用等式的性质, 在方程①两边都减去 2 345, 得

$$2\ 345+12x-2\ 345=5\ 129-2\ 345,$$

即 $$12x=2\ 784. \quad ②$$

方程②两边都除以 12, 得 $x=232$.

因此, 热气球在后 12 h 飞行的平均速度为 232 km/h.

我们把求方程的解的过程叫做**解方程**(to solve equation).

在上面的问题中, 我们根据等式性质 1, 在方程①两边都减去 2 345, 相当于作了如下变形:

$$\boxed{2\ 345}+12x=5\ 129$$

$$12x=5\ 129\ \boxed{-2\ 345}$$

从变形前后的两个方程可以看出, 这种变形, 就是把方程中的某一项改变符号后, 从方程的一边移到另一边. 我们把这种变形叫做**移项**(transposition of term). 必须牢记: **移项要变号**.

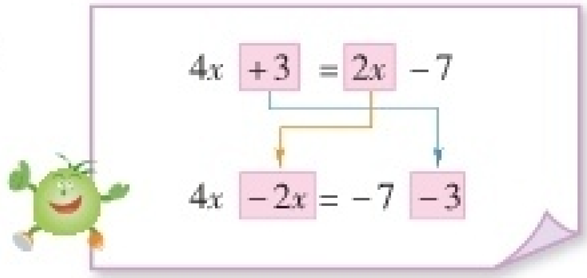
在解方程时，我们通过移项，把方程中含未知数的项移到等号的一边，把不含未知数的项移到等号的另一边.

例 1 解下列方程：

（1）$4x+3=2x-7$；　　　　（2）$-x-1=3-\frac{1}{2}x$.

解 （1）移项，得

$$4x-2x=-7-3,$$



合并同类项，得

$$2x=-10,$$

两边都除以 2，得

$$x=-5.$$

检验：把 $x=-5$ 分别代入原方程的左、右两边，左边 $=4\times(-5)+3=-17$，右边$=2\times(-5)-7=-17$，左边 = 右边. 因此，$x=-5$ 是原方程的解.

（2）移项，得　　$-x+\frac{1}{2}x=3+1$，

合并同类项，得　　$-\frac{1}{2}x=4$，

两边都乘 −2，得　　$x=-8$.

检验：把 $x=-8$ 分别代入原方程的左、右两边，左边$=-(-8)-1=7$，右边$=3-\frac{1}{2}\times(-8)=7$，左边 = 右边. 因此，$x=-8$ 是原方程的解.

一般地，从方程解得未知数的值以后，要代入原方程进行检验，看这个值是否是原方程的解，但这个检验过程除特别要求外，一般不写出来.

练习

1. 下面的移项对吗？如不对，请改正.

（1）若 $x-4=8$，则 $x=8-4$；

（2）若 $3s=2s+5$，则 $-3s-2s=5$；

（3）若 $5w-2=4w+1$，则 $5w-4w=1+2$.

2. 解下列方程，并检验.

(1) $x+4=5$；　　(2) $-5+2x=-4$；

(3) $13y+8=12y$；　　(4) $7u-3=6u-4$.

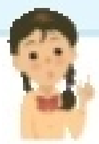
3. 解下列方程：

(1) $2.5x+318=1\ 068$；　　(2) $2.4y+2y+2.4=6.8$.

动脑筋

一艘轮船在 A，B 两个码头之间航行，顺水航行需 4 h，逆水航行需 5 h. 已知水流速度为 2 km/h，求轮船在静水中的航行速度.

轮船顺水的航行速度=轮船在静水中的速度+水流速度.



轮船逆水的航行速度=轮船在静水中的速度-水流速度.

本问题涉及的等量关系有：

顺水航行的路程 = 逆水航行的路程.

因此，设轮船在静水中的航行速度为 x km/h，则根据等量关系可得

$$4(x+2)=5(x-2).$$

去括号，得　$4x+8=5x-10.$

移项，得　$4x-5x=-8-10.$

合并同类项，得　$-x=-18.$

两边都除以-1，得　$x=18.$

因此，轮船在静水中的航行速度为 18 km/h.

说一说

上面解方程 $4(x+2)=5(x-2)$ 的过程中，包含哪些步骤？

例 2 解方程：$3(2x-1)=3x+1$.

解 去括号，得 $6x-3=3x+1$，

移项，得 $6x-3x=1+3$，

合并同类项，得 $3x=4$，

两边都除以 3，得 $x=\frac{4}{3}$.

因此，原方程的解是 $x=\frac{4}{3}$.

练习

1. 下面方程的求解是否正确？如不正确，请改正.

解方程：$2(2x+3)=2+x$.

> **解** 去括号，得 $4x+3=2+x$.
> 移项，得 $4x+x=2-3$.
> 化简，得 $5x=-1$.
> 方程两边都除以 5，得 $x=-\frac{1}{5}$.

2. 解下列方程：

(1) $(4y+8)+2(3y-7)=0$；

(2) $2(2x-1)-2(4x+3)=7$；

(3) $3(x-4)=4x-1$.

动脑筋

刺绣一件作品，甲单独绣需要 15 天完成，乙单独绣需要 12 天完成．现在甲先单独绣 1 天，接着乙又单独绣 4 天，剩下的工作由甲、乙两人合绣．问再合绣多少天可以完成这件作品？

本问题涉及的等量关系有：

甲完成的工作量＋乙完成的工作量＝总工作量.

因此，设工作总量为 1，则甲每天完成工作总量的$\frac{1}{15}$，乙每天完成工作总量的$\frac{1}{12}$.

如果剩下的工作两人合绣 x 天就可完成，那么甲共绣了$(x+1)$天，完成的工作量为$\frac{1}{15}(x+1)$；乙共绣了$(x+4)$天，完成的工作量为$\frac{1}{12}(x+4)$.

根据等量关系，得

$$\frac{1}{15}(x+1)+\frac{1}{12}(x+4)=1.$$

方程两边都乘 60，得

$$\left[\frac{1}{15}(x+1)+\frac{1}{12}(x+4)\right]\times 60=1\times 60.$$

即

$$4(x+1)+5(x+4)=60.$$

去括号,得

$$4x+4+5x+20=60.$$

移项，合并同类项得 $9x=36.$

方程两边都除以 9，得 $x=4.$

因此，两人再合绣 4 天，就可完成这件作品.

例 3 解方程：$\frac{3x-1}{2}-\frac{2-x}{5}=x$.

解 去分母，得 $5(3x-1)-2(2-x)=10x$，

去括号，得 $15x-5-4+2x=10x$，

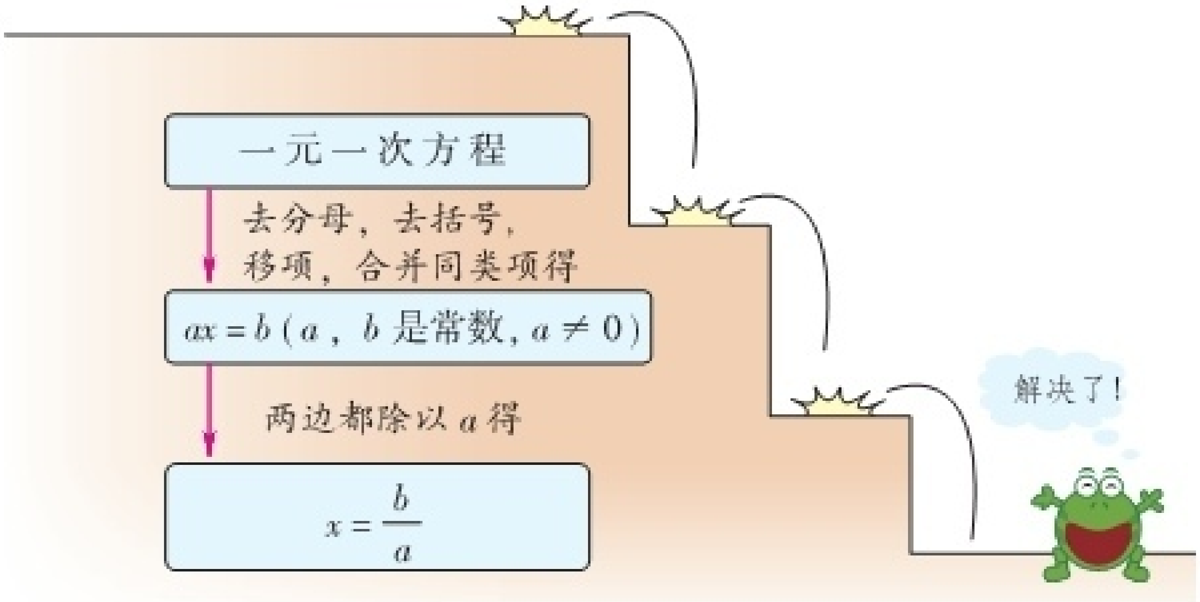
移项，合并同类项，得 $7x=9$，

方程两边都除以 7，得 $x=\frac{9}{7}$.

因此，原方程的解是 $x=\frac{9}{7}$.

说一说

解一元一次方程有哪些基本步骤？



练习

1. 下列各题中的去分母对吗？如不对，请改正.

（1）$\frac{5x}{3}-\frac{2x-3}{5}=2$，去分母，得 $5x-2x+3=2$；

（2）$\frac{3x+1}{5}+\frac{5x}{4}=4$，去分母，得 $4(3x+1)+25x=80$.

2. 解下列方程：

（1）$\frac{y-1}{2}=\frac{1-2y}{4}$；

（2）$\frac{5+3x}{2}=\frac{3+5x}{3}$；

（3）$\frac{2x-1}{6}-\frac{5x+1}{8}=1$；

（4）$50\%(3x-1)-20\%(2-x)=x$.

习题 3.3

A 组

1. 解下列方程，并检验.

(1) $7x=6x-4$；

(2) $-5x=8-4x$；

(3) $9y+2=6y-4$；

(4) $0.5x=0.3x-2$.

2. 解下列方程：

(1) $2(3x-4)+7(4-x)=4x$；

(2) $5(y+8)-5=6(2y-7)$；

(3) $5(t-1)+4(2t-5)=1$；

(4) $2(m+1)-6(m-2)=-2$.

3. 解下列方程：

(1) $\frac{5-3x}{2}=\frac{3+5x}{3}$；

(2) $\frac{x+2}{4}-\frac{2x-3}{6}=1$；

(3) $\frac{x}{12}-1=\frac{2x}{15}$；

(4) $\frac{y+17}{5}-\frac{3y-7}{4}=-2$.

4. 解下列方程：

(1) $\frac{1}{5}(5y+2)=\frac{4}{5}(3y-1)$；

(2) $25\%(x+50)=15\%x+5\%\times 60$.

5. 根据题意列出方程，并求出未知数 x 的值.

(1) $2x$与 25 的和等于 20;

(2) x 的 2 倍减去 10 等于 25.

6. 已知 $y_1=2x-3$， $y_2=\frac{1}{3}x+4$，分别求下列条件下 x 的值.

(1) $y_1=y_2$；　　　　(2) $y_1=2y_2$.

7. (1) x 等于什么数时，代数式$\frac{x-10}{3}$与代数式$\frac{1}{4}x-\frac{2}{3}$的值相等？

(2) x 等于什么数时，代数式 $4x+8$ 与代数式 $3x-7$ 的值互为相反数？

8. 用两种不同的方法解方程

$$\frac{6t-2}{3}-\frac{4t+1}{2}=\frac{10t+1}{5}.$$

你认为哪种方法更简便？

B 组

9. 根据公式 $v=v_0+at$，填写下表中的空格：

v	v_0	a	t
	0	2	8
48		3	14
15	5		4
76	13	7	

10. 请你构造一个一元一次方程，使方程的解是负数(要求方程左右两边含有分数和未知数).

11. 已知 $x=2$ 是方程 $2(x-m)=\frac{3}{2}x+m$ 的解，求 m 的值.

12. 当 $x=-2$ 时，代数式 $x^2+(t-1)x-3t$ 的值是 -1，求当 $x=2$ 时，该代数式的值.

3.4 一元一次方程模型的应用

动脑筋

某湿地公园举行观鸟节活动，其门票价格如下：

全价票	20 元/人
半价票	10 元/人

该公园共售出 1 200 张门票，得总票款 20 000 元，问全价票和半价票各售出多少张？

本问题中涉及的等量关系有：

全价票款 + 半价票款 = 总票款.

因此，设售出全价票 x 张，则售出半价票$(1\ 200-x)$张，根据等量关系，建立一元一次方程，得

$$x\cdot 20+(1\ 200-x)\cdot 10=20\ 000.$$

去括号，得 $20x+12\ 000-10x=20\ 000.$

移项，合并同类项，得 $10x=8\ 000.$

即 $x=800.$

半价票为 $1\ 200-800=400$(张).

因此，全价票售出 800 张，半价票售出 400 张.

例 1 某房间里有四条腿的椅子和三条腿的凳子共 16 个，如果椅子腿数与凳子腿数的和为 60 条，有几张椅子和几条凳子？

分析 本问题中涉及的等量关系有：

椅子数 + 凳子数 = 16，

椅子腿数 + 凳子腿数 = 60.

解 设有 x 张椅子，则有$(16-x)$条凳子.

根据题意，得 $4x+3(16-x)=60.$

去括号，得 $4x+48-3x=60$.

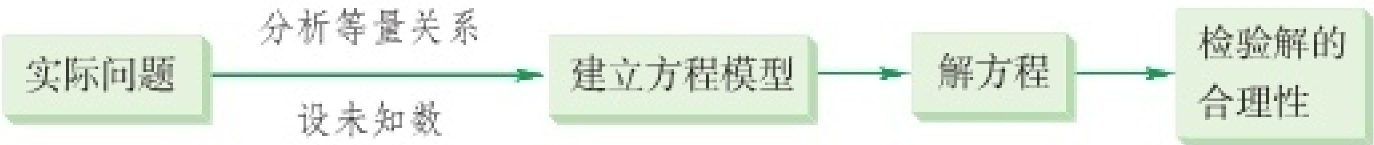
移项，合并同类项，得 $x=12$.

凳子数为 $16-12=4$（条）.

答：有 12 张椅子，4 条凳子.

议一议

运用一元一次方程模型解决实际问题的步骤有哪些？



练习

1.（1）一个长方形的周长是 60 cm，且长比宽多 5 cm，求长方形的长；

（2）一个长方形的周长是 60 cm，且长与宽的比是3∶2，求长方形的宽.

2. 足球比赛的记分规则是：胜一场得 3 分，平一场得 1 分，负一场得 0 分. 某队在某次比赛中共踢了 14 场球，其中负 5 场，共得 19 分. 问这个队共胜了多少场.

动脑筋

某商店若将某型号彩电按标价的八折出售，则此时每台彩电的利润率是 5%. 已知该型号彩电的进价为每台 4 000 元，求该型号彩电的标价.

本问题中涉及的等量关系有：

$$\text{售价}-\text{进价}=\text{利润}.$$

如果设每台彩电标价为 x 元，那么彩电的售价、利润就可以分别表示出来，如图 3-2 所示.

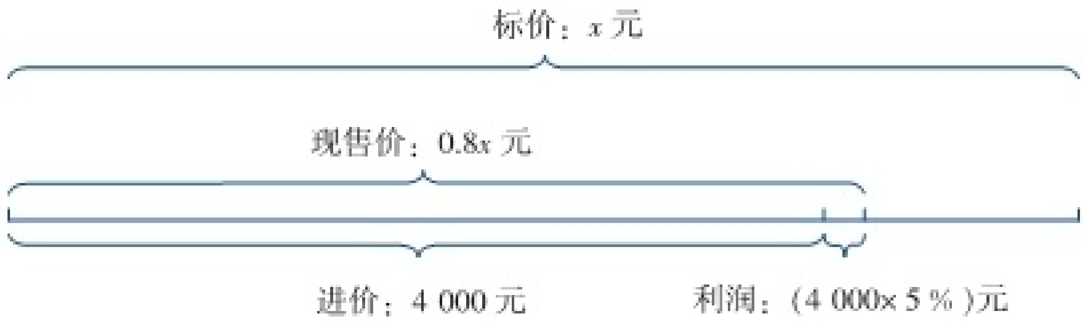


图 3-2

因此，设彩电标价为每台 x 元，根据等量关系，得

$$0.8x-4\ 000=4\ 000\times 5\%.$$

解得 $x=$_______.

因此，彩电标价为每台 _______ 元.

例 2 2011 年 10 月 1 日，杨明将一笔钱存入某银行，定期 3 年，年利率是 5%. 若到期后取出，他可得本息和 23 000 元，求杨明存入的本金是多少元.

分析 顾客存入银行的钱叫本金，银行付给顾客的酬金叫利息. 利息 = 本金 × 年利率 × 年数. 本问题中涉及的等量关系有：

本金 + 利息 = 本息和.

解 设杨明存入的本金是 x 元，根据等量关系，得

$$x+3\times 5\%x=23\ 000,$$

化简，得 $$1.15x=23\ 000.$$

解得 $$x=20\ 000.$$

答：杨明存入的本金是 20 000 元.

练习

1. 某市发行足球彩票，计划将发行总额的 49% 作为奖金. 若奖金总额为 93 100 元，彩票每张 2 元，问应卖出多少张彩票才能兑现这笔奖金？

2. 2011 年 11 月 9 日，李华在某银行存入一笔一年期定期存款，年利率是 3.5%，一年到期后取出时，他可得本息和 3 105 元，求李华存入的本金是多少元.

动脑筋

星期天早晨，小斌和小强分别骑自行车从家里同时出发去参观雷锋纪念馆. 已知他俩的家到雷锋纪念馆的路程相等，小斌每小时骑 10 km，他在上午 10 时到达；小强每小时骑 15 km，他在上午 9 时 30 分到达. 求他们的家到雷锋纪念馆的路程.

我们知道，速度 × 时间 = 路程.

由于小斌的速度较慢，因此他花的时间比小强花的时间多.

本问题中涉及的等量关系有：

$$\frac{\text{路程}}{\text{小斌的速度}}-\frac{\text{路程}}{\text{小强的速度}}=\text{他们到达的时间差}.$$

因此，设他俩的家到雷锋纪念馆的路程均为 s km，根据等量关系，得

$$\frac{s}{10}-\frac{s}{15}=0.5.$$

30 min = 0.5 h. 等式两边单位要统一.

解得 $s=$_____.

因此，小斌和小强的家到雷锋纪念馆的路程为 _____ km.

例 3 小明与小红的家相距 20 km，小明从家里出发骑自行车去小红家，两人商定小红到时候从家里出发骑自行车去接小明. 已知小明骑车的速度为 13 km/h，小红骑车的速度是 12 km/h.

（1）如果两人同时出发，那么他们经过多少小时相遇？

（2）如果小明先走 30 min，那么小红骑车要走多少小时才能与小明相遇？

分析 由于小明与小红都从家里出发，相向而行，所以相遇时，他们走的路程的和等于两家之间的距离. 不管两人是同时出发，还是有一人先走，都有

小明走的路程+小红走的路程=两家之间的距离(20 km).

（1）如果两人同时出发，则如图 3-3 所示：

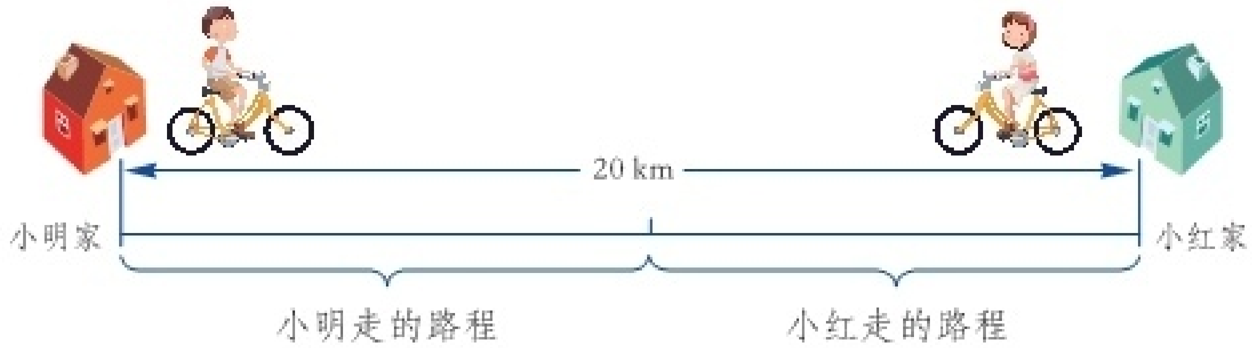


图 3-3

（2）如果小明先走 30 min，则如图 3-4 所示：

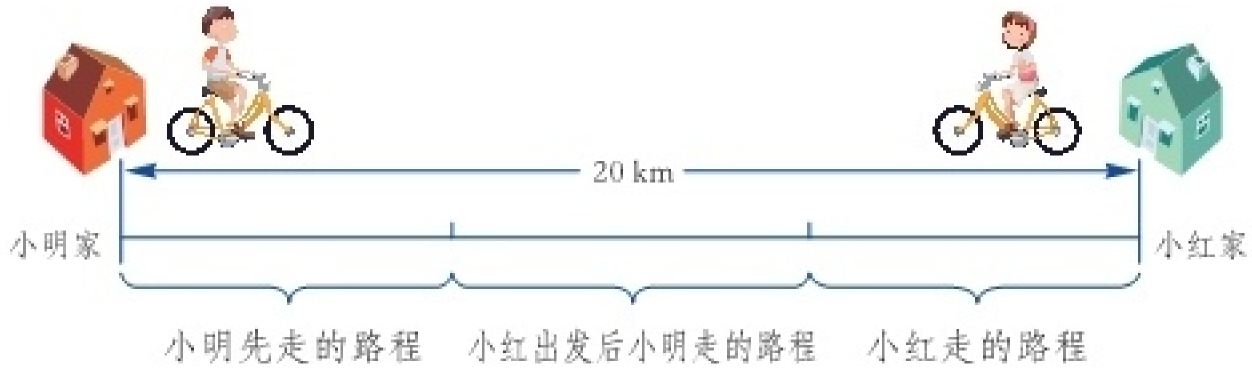


图 3-4

解 （1）设小明与小红骑车走了 x h 后相遇，则根据等量关系，得

$$13x+12x=20.$$

解得 $$x=0.8.$$

（2）设小红骑车走了 t h 后与小明相遇，则根据等量关系，得

$$13(0.5+t)+12t=20.$$

解得 $$t=0.54.$$

答：（1）经过 0.8 h 他们两人相遇；（2）小红骑车走 0.54 h 后与小明相遇.

练习

1. 甲、乙两车分别从 A，B 两地同时出发，相向而行. 已知 A，B 两地的距离为 480 km，且甲车以 65 km/h 的速度行驶. 若两车 4 h 后相遇，则乙车的行驶速度是多少？

2. 一队学生步行去郊外春游，每小时走 4 km. 学生甲因故推迟出发 30 min，为赶上队伍，甲以 6 km/h 的速度追赶，问甲用多少时间就可追上队伍？

动脑筋

为鼓励居民节约用水，某市出台了新的家庭用水收费标准，规定：所交水费分为标准内水费与超标部分水费两部分，其中标准内水费为 1.96 元/t，超标部分水费为 2.94 元/t. 某家庭 6 月份用水 12 t，需交水费 27.44 元. 求该市规定的家庭月标准用水量.

本问题首先要分析所交水费 27.44 元中是否含有超标部分，由于 $1.96\times 12=23.52$(元)，小于 27.44 元，因此所交水费中含有超标部分的水费，即

月标准内水费 + 超标部分的水费 = 该月所交水费.

设家庭月标准用水量为 x t，根据等量关系，得

$$1.96x+(12-x)\times 2.94=27.44.$$

解得 $$x=8.$$

因此，该市家庭月标准用水量为 8 t.

例 4 现有树苗若干棵，计划栽在一段公路的一侧，要求路的两端各栽 1 棵，并且每 2 棵树的间隔相等. 方案一：如果每隔 5 m 栽 1 棵，则树苗缺 21 棵；方案二：如果每隔 5.5 m 栽 1 棵，则树苗正好用完. 根据以上方案，请算出原有树苗的棵数和这段路的长度.

分析 观察下面植树示意图(图 3-5)，想一想：

图 3-5

(1) 相邻两树的间隔长与应植树的棵数有什么关系？

(2) 相邻两树的间隔长、应植树棵数与路长有怎样的数量关系？

设原有树苗 x 棵，由题意可得下表：

方案	间隔长	应植树数	路长
一	5	$x+21$	$5(x+21-1)$
二	5.5	x	$5.5(x-1)$

本题中涉及的等量关系有：

方案一的路长＝方案二的路长.

解 设原有树苗 x 棵，根据等量关系，得

$$5(x+21-1)=5.5(x-1),$$

即

$$5(x+20)=5.5(x-1).$$

化简，得

$$-0.5x=-105.5.$$

解得

$$x=211.$$

因此，这段路长为 $5\times(211+20)=1\ 155$(m).

答：原有树苗 211 棵，这段路的长度为 1 155 m.

练习

1. 为鼓励节约用电，某地用电收费标准规定：如果每户每月用电不超过 150 kW·h，那么 1 kW·h 电按 0.5 元缴纳；超过部分则按 1 kW·h 电 0.8 元缴纳. 如果小张家某月缴纳的电费为 147.8 元，那么小张家该月用电多少？

2. 某道路一侧原有路灯 106 盏(两端都有)，相邻两盏灯的距离为 36 m，现计划全部更换为新型的节能灯，且相邻两盏灯的距离变为 70 m，则需安装新型节能灯多少盏？

习题 3.4

A 组

1. 张欣和李丽相约到图书城去买书. 请你根据下图中他们的对话内容，求出李丽上次所买书籍的定价之和.

(第 1 题图)

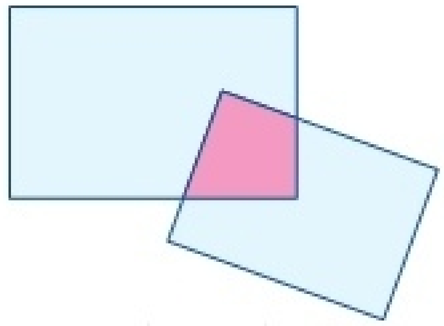
2. 孙先生于 2011 年 11 月 1 日在银行存入一笔两年期定期存款，年利率 4.4%. 若到期后取出，他可得本息和 21 760 元，则孙先生存入的本金是多少元?

3. 电力部门将每天 8:00 至21:00称为“峰时”(用电高峰期)，将21:00至次日8:00称为“谷时”(用电低谷期). 某市电力部门拟给用户统一免费换装“峰谷分时”电表，且按“峰谷分时电价”标准(如下表)收取电费.

时间	峰时	谷时
电价（元/(kW·h)）	0.55	0.30

换表后，小明家某月使用了 95 kW·h 的电能，交了电费 43.5 元，问小明家在“峰时”和“谷时”分别用电多少?

4. 如图所示，两个长方形重叠部分的面积相当于大长方形面积的$\frac{1}{6}$，相当于小长方形面积的$\frac{1}{4}$，若重叠以外的其他部分的面积为 224 cm^2，求重叠部分的面积.



(第 4 题图)

5. 甲、乙两人骑自行车同时从相距 65 km 的两地相向而行，经过 2 h 相遇. 已知甲比乙每小时快 2.5 km，求乙的速度.

6. 一架飞机在两个城市之间飞行，当顺风飞行时需 2.9 h，当逆风飞行时则需 3.1 h. 已知风速为 20 km/h，求无风时飞机的航速和这两个城市之间的距离.

7.（古代数学问题）今有共买物，人出八，盈三；人出七，不足四. 问人数、物价各几何？意思是：几个人一起去购买某物品，如果每人出 8 钱[①]，则多了 3 钱；如果每人出 7 钱，则少了 4 钱. 问有多少人，物品的价格是多少？

8. 检修一台机器，甲、乙小组单独做分别需 7.5 h，5 h 就可完成. 两小组合做 1 h 后，再由乙小组单独做，还需几小时才能完成这台机器的检修任务？

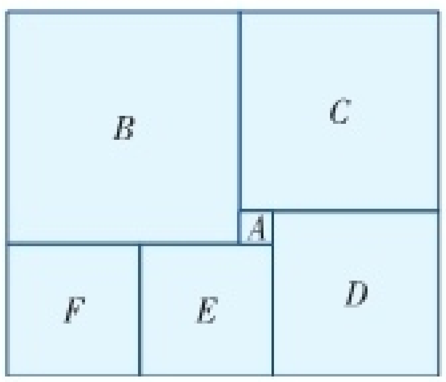
B 组

9. 一个两位数的两个数字之和为 6，如果将个位数字和十位数字对调后再加上 18，仍得原数，求这个两位数.

10.（古代数学问题）用绳子量井深，把绳子 3 折来量，井外余绳子 4 尺；把绳子 4 折来量，井外余绳子 1 尺. 于是量井人说："我知道这口井有多深了."你能算出这口井的深度吗？

(第 10 题图)

11. 一个如图所示的长方形，恰好被分成 6 个正方形. 已知最小的正方形 A 的面积是 1，求正方形 F 的边长.



(第 11 题图)

① 钱，古代一种货币单位.

小结与复习

回顾

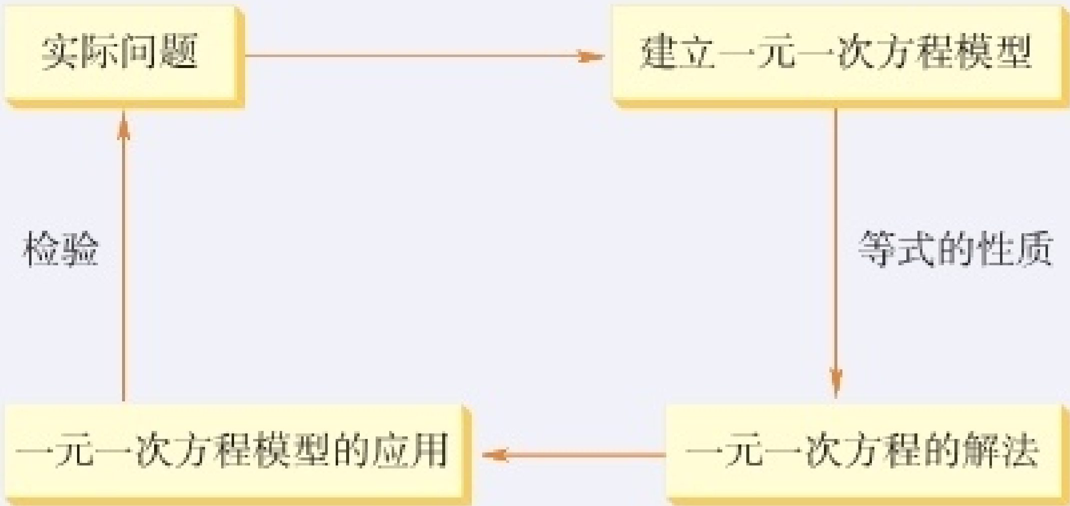
1. 什么样的方程是一元一次方程？

2. 等式有哪些性质？

3. 解一元一次方程的基本步骤有哪些？

4. 应用一元一次方程模型解决实际问题的步骤有哪些？

本章知识结构



注意

1. 在运用等式的性质时，等式两边不能同除以 0.

2. 求解一元一次方程时应根据方程的特点，选用适当的方法.

3. 移项时要变号.

4. 列方程解实际问题时，一般设要求的量为未知数，有时也可采用间接设未知数的方法.

复习题 3

A 组

1. 判断(正确的画“√”，错误的画“×”)：

(1) 若 $a=b$，则 $a+2c=b+2c$； (　　)

(2) 若 $a=b$，则 $\frac{a}{m}=\frac{b}{m}$； (　　)

(3) 若 $ac=bc$，则 $a=b$； (　　)

(4) 若 $a=b$，则 $a^2=b^2$. (　　)

2. 解下列方程：

(1) $5x-3=-x+3$；　　(2) $4y-7=6y-9$；

(3) $5(x-1)=3(x+1)$；　　(4) $\frac{2x-1}{3}-\frac{3x-4}{4}=1$.

3. 列方程求解：

(1) 当 t 取何值时，代数式 $4(1-2t)$ 与代数式 $t+1$ 的值相等？

(2) 当 y 取何值时，$2(3y-1)$ 的值比 $3(2-y)$ 的值少 5？

4. 一种小麦磨成面粉后，质量减少 15%，为了得到 7 650 kg 面粉，需要多少千克小麦？

5. 到 2011 年底，我国风力发电装机容量为 4 500 万千瓦，比 2005 年底的 43 倍还多 6.5 万千瓦. 求 2005 年底我国风力发电装机容量是多少.

6. 甲、乙、丙 3 家单位为希望工程共捐款 176 万元，所捐款数的比为$2:4:5$，问 3 家单位各捐了多少万元？

7. 一个拖拉机队耕一片地，第一天耕了这片地的$\frac{1}{3}$，第二天耕了剩下地的$\frac{1}{2}$，这时还剩下 38 亩地没有耕，问这片地一共有多少亩？

8. 一百馒头一百僧，　大僧三个更无争，

小僧三人分一个，　大小和尚得几丁.

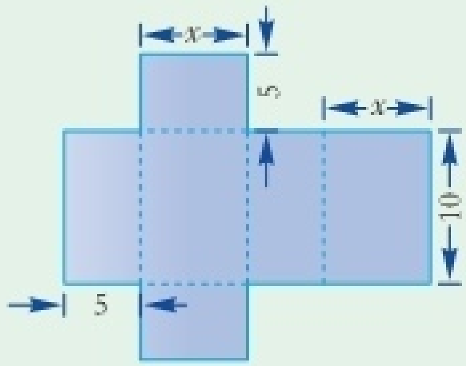
——程大位《直指算法统宗》

意思是：有 100 个和尚分 100 个馒头，如果大和尚 1 人分 3 个，小和尚 3

人分 1 个，正好分完. 试问大、小和尚各多少人？

9. 某人骑自行车到工厂上班，若每小时骑 15 km，则可早到 10 min；若每小时骑 12 km，则迟到 5 min. 求他家到工厂的路程.

10. 如图，已知某长方体的展开图面积为 310 cm^2，求 x.



（第 10 题图）

11. 小丽每天要在 7:50 之前赶到距家 1 000 m 的学校上学. 一天，小丽以 0.8 m/s 的速度出发，5 min 后，小丽的爸爸发现她忘了带数学书. 于是，爸爸立即以 1.2 m/s 的速度去追小丽，并且在途中追上了她.

（1）爸爸追上小丽用了多长时间？

（2）追上小丽时，距离学校还有多远？

B 组

12. 已知 $y=-x^2+(a-1)x+2a-3$，当 $x=-1$ 时，$y=0$.

（1）求 a 的值；

（2）当 $x=1$ 时，求 y 的值.

13. 解下列方程：

（1）$\dfrac{65}{100}(x-1)=\dfrac{37}{100}(x+1)+0.1$；

（2）$-\dfrac{2}{5}(3y+2)=\dfrac{1}{10}-\dfrac{3}{2}(y-1)$；

（3）$\dfrac{t-3}{2}+\dfrac{6-t}{3}=1+\dfrac{1+2t}{4}$.

14. 已知 $x=2$ 是方程 $4(x-m)=x+2m$ 的解，求 m 的值.

15. 方程 $2(1-x)=x-1$ 的解与方程 $\dfrac{x-m}{3}=2x+m$ 的解相同，求 m 的值.

16. 要配制含盐 6%的盐水 700 g，已有含盐 5%的盐水 200 g，还需要加入含盐 8%的盐水及水各多少克？（浓度$=\dfrac{\text{溶质}}{\text{溶质}+\text{溶剂}}\times 100\%$）

17. 两个长方形的长与宽的比都是 2:1，大长方形的宽比小长方形的宽多 3 cm，大长方形的周长是小长方形的周长的 2 倍，求这两个长方形的面积.

18. 要建一个长方形花圃，为了节约材料，花圃的一边靠着已建好的墙，其他三边用总长为 70 m 的栅栏围成. 现在甲、乙两人各设计了一个方案：甲的方案是长比宽多 10 m；乙的方案是长比宽多 4 m. 已知墙长 28 m，问谁的方案比较符合实际？为什么？

C 组

19. 足球的表面由白块和黑块组成. 已知黑块是五边形，白块是六边形，且每一白块的 6 条边中，有三边与黑块相接，另三边与白块相接，每一黑块的五边全与白块的边相接. 已知黑块总数是 12，求白块数.

20. 5 名老师带领若干名学生旅游（旅游费统一支付），他们联系了标价相同的两家旅行社，经洽谈，A 旅行社给的优惠条件是教师全额付费，学生按七折付费；B 旅行社给的优惠条件是全体师生按八折付费.

（1）学生有多少人时，两家旅行社收费相等？

（2）现有学生 20 人，那么他们选哪一家旅行社旅游费用少些呢？

第4章

图形的认识

绚丽多彩的现实世界中包含着丰富的几何图形，例如从不同角度欣赏上图中的斜拉索桥，就会发现许多不同的立体图形、平面图形.

如何从数学的角度来认识几何图形呢？线段和角怎么度量呢？

本章将帮助我们解决这些问题.

4.1 几何图形

现实世界充满了多姿多彩的图形. 我们怎样从数学的角度来认识图形呢?

小学阶段，我们已经初步认识了长方体、正方体、圆柱、球、点、线段、三角形、四边形等，它们都是从各式各样的物体外形中抽象出来的图形，我们把这种图形统称为**几何图形**(geometric figure).

有些几何图形的各部分不都在同一平面内，它们是**立体图形**(solid figure)，例如，长方体、圆柱、圆锥、球等.

观察

观察图 4–1 中的图形，它们分别与图 4–2 中哪种立体图形对应?

图 4–1

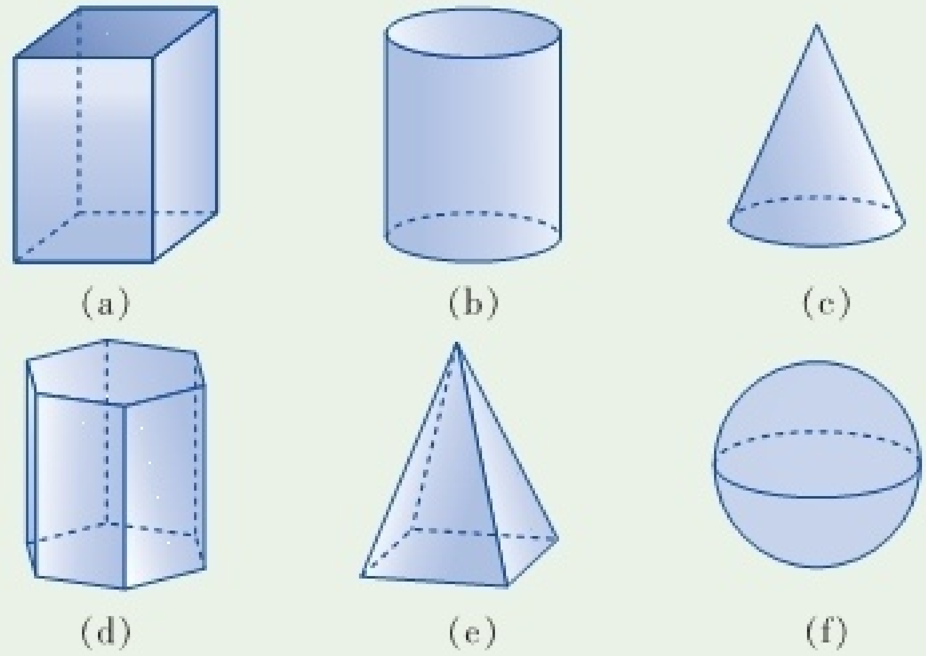


图 4-2

像图4-2(a)(d)这样的立体图形叫棱柱，图 4-2(e)这样的立体图形叫棱锥.

将实物抽象成几何图形，我们仅关注实物的形状、大小和位置关系，不考虑实物的颜色、材料、质量等因素.

图 4-1 中的(1),(2),(3)分别与图 4-2 中的(a),(d),(e)对应；
图 4-1 中的(4),(5),(6)分别与图 4-2 中的(b),(c),(f)对应.

有些几何图形的各部分都在同一个平面内，它们是**平面图形**(plane figure)，例如，点、线段、直线、三角形、长方形、圆等.

说一说

图 4-3 所示的各交通标志中，分别包含有哪些平面图形？

图 4-3

虽然立体图形与平面图形是两类不同的几何图形，但它们是相互联系的，立体图形中某些部分是平面图形，如正方体的每个侧面都是正方形.

从不同方向看立体图形，往往会得到不同形状的平面图形. 如图 4–4，整体上看，我们看到的是长方体；看不同侧面，看到的是长方形或正方形；从长方形或正方形中，我们还可以看到点、线段.

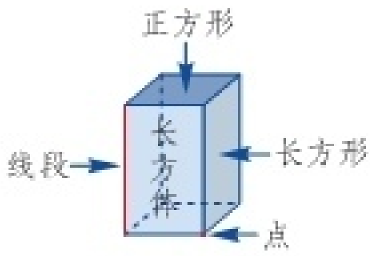


图 4–4

有些立体图形是由一些平面图形围成的，将它们的表面适当剪开，可以展开成平面图形(如图 4–5 所示).

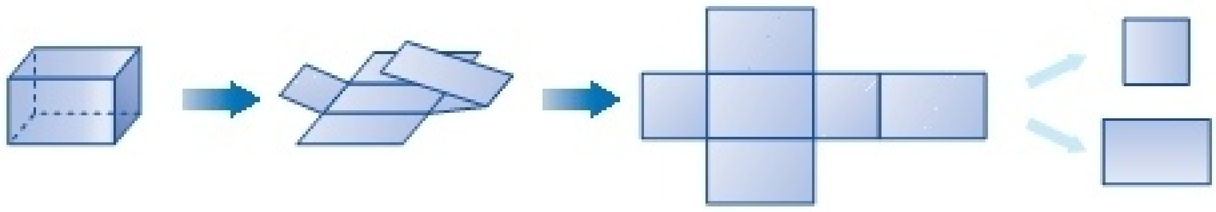


图 4–5

练习

1. 请你分别说出从下列实物中能抽象出的立体图形.


(第 1 题图)

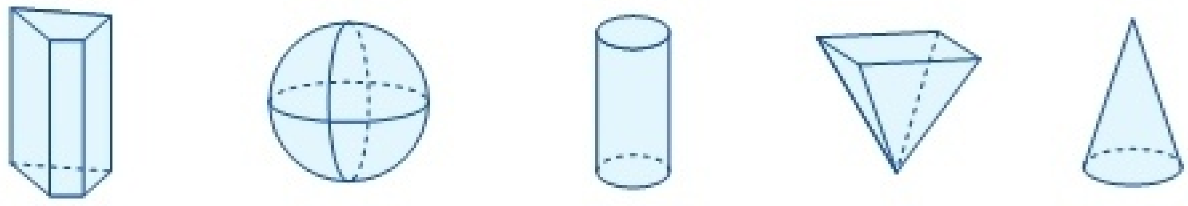
2. 下图中的图案分别由哪些平面图形构成？请用不同的颜色描出来.


(第 2 题图)

习题 4.1

A 组

1. 把下图中的立体图形与它们相应的名称连接起来.



圆柱　　　圆锥　　　棱柱　　　棱锥　　　球

(第 1 题图)

2. 下面是一栋建筑的正面图，请你画出一些能从图中抽象出来的平面图形.

(第 2 题图)

3. 下面的图案由哪些平面图形构成？请把该图案按某种规律接着画下去.

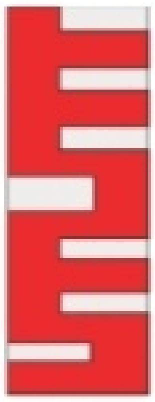
(第 3 题图)

B 组

4. 从下面的图形中，你能抽象出哪些立体图形和平面图形？

(第 4 题图)

5. 将一张长方形的红纸对折一次，按同样的方式再对折一次，在对折后的纸上画上一些长方形(图中白色部分)，最后将所画的长方形剪掉. 展开后会得到什么？试一试.



(第 5 题图)

(第 6 题图)

6. 如图所示的图案是怎样形成的？试着画出这个图案.

4.2 线段、射线、直线

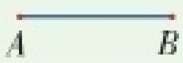
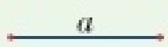
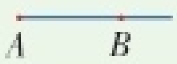
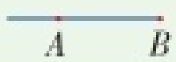
观察

图 4-6 中可以近似地看做线段、射线、直线的分别有哪些？

图 4-6

绷紧的钢拉索、笔直的路灯杆等实物都给我们以**线段**(line segment)的形象，线段有两个端点．线段向一端无限延长形成了**射线**(ray)，射线有一个端点．线段向两端无限延长形成了**直线**(straight line)，直线没有端点．

我们可以用以下方式表示线段、射线、直线．

名称	图形	表示方法
线段		线段 AB（或 BA）
		线段 a
射线		射线 AB
		射线 BA
直线		直线 AB（或 BA）
		直线 l

一条线段向两端无限延长就得到一条直线，这说明一条直线有两个方向，它们是互为相反的方向，取定一个方向，就确定了另一个方向．如图 4-7 中的直线 AB，一个是从 A 到 B 的方向，一个是从 B 到 A 的方向．例如，把一条笔直的自行车专用道看成一条直线，那么自行车专用道就有两个互为相反的方向(如图4-8)．

图 4-7

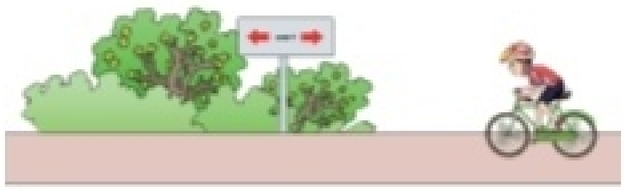


图 4-8

做一做

动手画一画，点与直线有哪几种位置关系？

点与直线有两种位置关系：点在直线上或点在直线外，也可以说直线经过这个点或直线不经过这个点．如图 4-9，点 P 在直线 l 上(直线 l 经过点 P)，点 Q在直线 l 外(直线 l 不经过点 Q)．

图 4-9

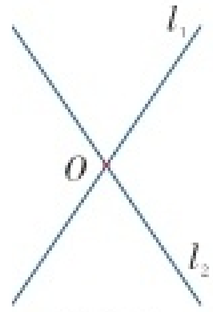


图 4-10

当两条不同的直线只有一个公共点时，我们称这两条直线**相交**(intersection)，这个公共点叫做它们的**交点**(point of intersection)．如图 4-10，直线 l_1 与 l_2 相交于点 O．

动脑筋

(1) 将一根小木条固定在墙面上，至少需要几颗钉子？

(2) 如图 4-11，过一个点可以画多少条直线？过两点呢？

图 4-11

从生活经验中我们可以总结出以下**基本事实**：

过两点有且只有一条直线.

基本事实是人们在长期实践中总结出来的公认的事实.

简单说成：**两点确定一条直线.**

练习

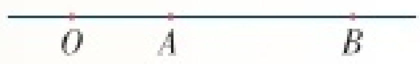
1. 如图，判断下列语句是否正确.

(1) 点 O 在直线 AB 上；

(2) 点 B 是直线 AB 的一个端点；

(3) 点 O 在射线 AB 上；

(4) 射线 AO 和射线 OA 是同一条射线.



(第1题图)

2. 按下列语句分别画出图形：

(1) 点 P 在直线 l 外；

(2) 以 O 为端点的三条射线 OA，OB，OC；

(3) 点 C 在线段 AB 上.

做一做

怎样比较图 4-12 中的线段 AB，CD 的长短呢？

图 4-12

我用刻度尺测量的办法.

把其中一条线段移到另一条上作比较，如图 4-13.

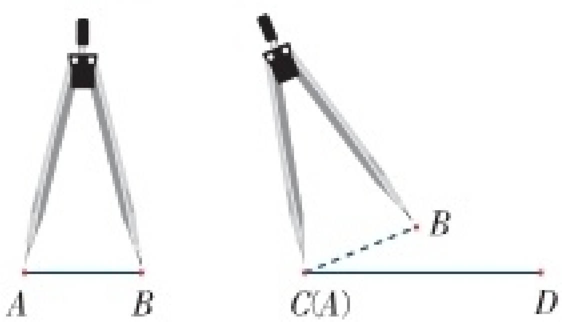
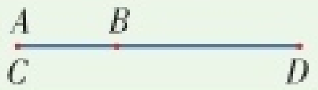


图 4-13

为了便于表示，我们把线段 AB 的长度记做 AB.

像图 4–13 这样，将线段 AB 移到 CD 上，使点 A 与点 C 重合，点 B 与点 D 都在点 C 的同侧，这时可能出现的情形如下表：

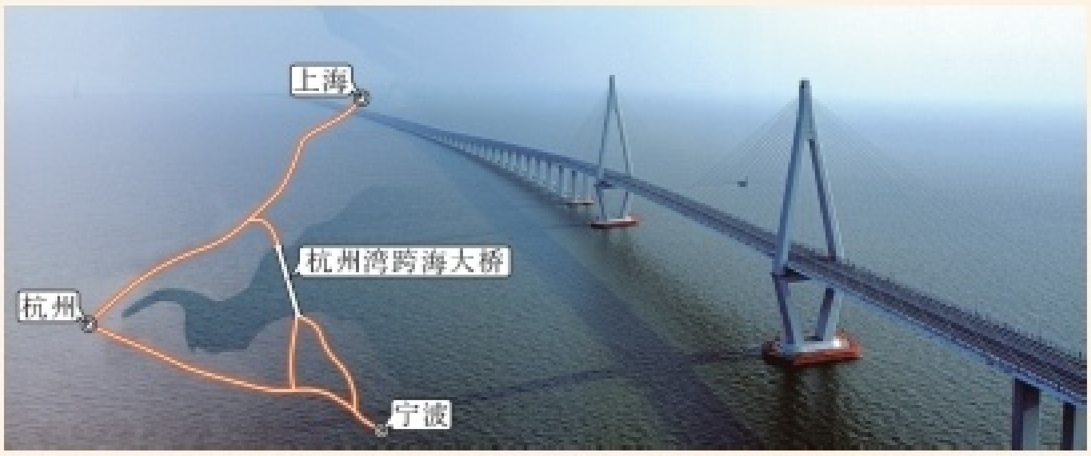
图形	线段 AB 与 CD 的关系	记做
	AB 小于 CD	$AB<CD$
	AB 等于 CD	$AB=CD$
	AB 大于 CD	$AB>CD$

如图 4–14，点 C 落在线段 AB 的延长线(即以 A 为端点，方向为 A 到 B 的射线)上，设 $AB=a$，$AC=b$，$BC=c$，则线段 AC 就是 a 与 c 的和，记做 $b=a+c$；线段 BC 就是 b 与 a 的差，记做 $c=b-a$.

图 4–14

动脑筋

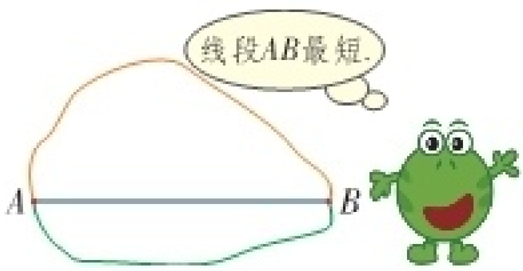
杭州湾跨海大桥是跨越杭州湾的便捷通道. 大桥北起嘉兴市，跨越宽阔的杭州湾海域后止于宁波市，全长 36 km. 大桥建成后宁波至上海间的陆路距离缩短了约 120 km. 你知道这是根据什么原理吗？



人们根据长期实践经验得到以下**基本事实**：

两点之间的所有连线中，线段最短.

简单说成：**两点之间线段最短.**



连接两点的线段的长度，叫做这两点间的**距离**(distance).

例 1 如图 4–15，已知线段 a，借助圆规和直尺作一条线段使它等于 $2a$.

图 4–15

作法：

(1) 作射线 AD；

(2) 在 AD 上顺次截取 $AB=BC=a$.

则 AC 就是所要求作的线段(如图 4–16).

图 4–16

像这样仅用圆规和没有刻度的直尺作图的方法叫**尺规作图**.

若点 B 在线段 AC 上，且把线段 AC 分成相等的两条线段 AB 与 BC，这时点 B 叫做线段 AC 的**中点**(midpoint). 如图 4–16，点 B 是线段 AC 的中点，则 $AB=BC=\dfrac{1}{2}AC$. 类似地，还有线段的三等分点、四等分点等.

例 2 如图 4–17，已知线段 a, $b(a>b)$，作一条线段使它等于 $a-b$.

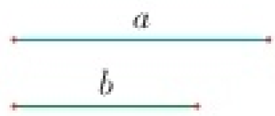


图 4–17

作法：

(1) 作射线 AF；

(2) 在射线 AF 上截取 $AC=a$；

(3) 在线段 AC 上截取 $AB=b$.

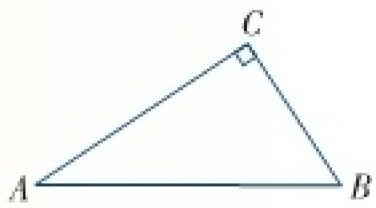
则线段 BC 就是所要求作的线段(如图 4–18).

图 4–18

练习

1. 用圆规截取的方法比较图中下列两组线段的大小：

(1) AC 和 AB；　　　　(2) BC 和 AB.



(第 1 题图)

2. 如图，线段 $AB=6$ cm，点 C 是 AB 的中点，点 D 是 AC 的中点，求线段 AC，AD 的长.

(第 2 题图)

(第 3 题图)

3. 如图，已知线段 a，b，作一条线段，使它等于 $a+b$.

习题 4.2

A 组

1. 按下列语句分别画出图形：

(1) 过一点 P 画直线 AB；

(2) 线段 AB 与线段 CD 相交于点 O；

(3) 直线 m，n，l 相交于点 P；

(4) A，B，C 是直线 l 上三点，且点 C 在点 A 与点 B 之间.

2. 平面上有 A，B，C 三点，经过任意两点画一条直线，最多能画几条直线？最少能画几条直线？

3. 如图，线段 $AB=1.8$ cm，延长 AB 至点 C，使得 $BC=3AB$，D 为 BC 的中点，则 B，D 两点间的距离是多少？

（第 3 题图）

4. 如图，已知线段 a，b，作一条线段使它等于 $a+2b$（只要求作出图形，不要求写作法）.

（第 4 题图）

（第 5 题图）

5. 如图，线段 $AD=6$ cm，点 B，C 是 AD 的三等分点，求线段 AB，CD 的长.

B 组

6. 如图，点 B，C 在线段 AD 上，下列说法是否正确，为什么？

（第 6 题图）

(1) 若 $AB=CD$，则 $AC=BD$；

(2) 若 $AC=BD$，则 $AB=CD$.

7. (1) 平面上有 4 个点，其中任意 3 个点都不在同一条直线上，经过每两点画一条直线，一共可以画多少条直线？

(2) 平面上有 5 个点，其中任意 3 个点都不在同一条直线上，经过每两点画一条直线，一共可以画多少条直线？

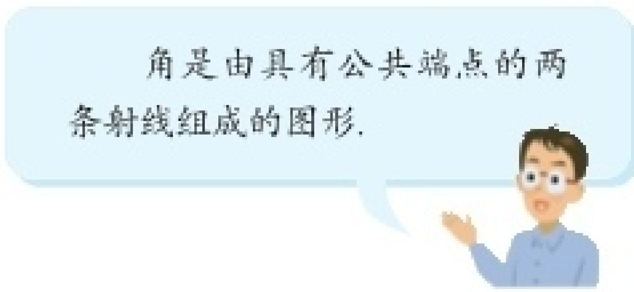
4.3 角

4.3.1 角与角的大小比较

观察

如图 4-19，钟面上的时针与分针、圆规的两只脚之间、折扇的扇骨与扇骨之间都给我们以什么样的形象？

图 4-19



如图 4-20，将射线 OA 绕点 O 旋转到 OB 位置时，就出现了角的形象. 因此，我们把一条射线绕着它的端点从一个位置旋转到另一位置时所成的图形叫做角(angle).

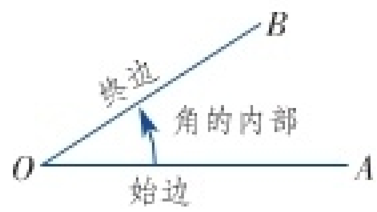


图 4-20

其中，射线的端点 O 叫做角的顶点(vertex). 射线原来所在的位置 OA 叫做角的始边，旋转后的位置 OB 叫做角的终边，角的始边和终边统称为角的边(side). 从始边旋转到终边所扫过的区域，叫做角的内部.

角的大小由角的始边绕顶点旋转至终边时旋转的量的大小决定.

当射线绕着端点旋转到与原来的位置在同一直线上但方向相反时，所成的角叫做**平角**(straight angle)，如图 4-21. 当射线绕着端点旋转一周，又重新回到原来的位置时，所成的角叫做**周角**(round angle)，如图 4-22.

图 4-21

图 4-22

> 角的始边可以绕顶点沿顺时针或逆时针方向旋转，本书只研究角的大小，不计方向.
>
> 如果没有特别说明，本书中所讲的角只限于不大于平角的角.

角通常可用如图 4-23 所示的方法来表示.

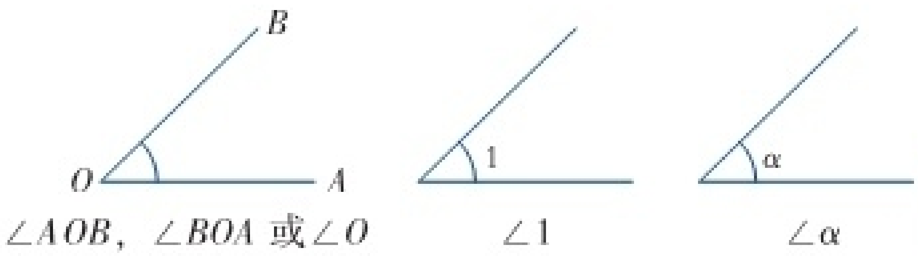
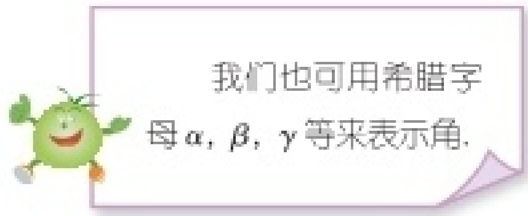


图 4-23



探究

怎样比较图 4-24 中的 $\angle ABC$ 和 $\angle DEF$ 的大小？

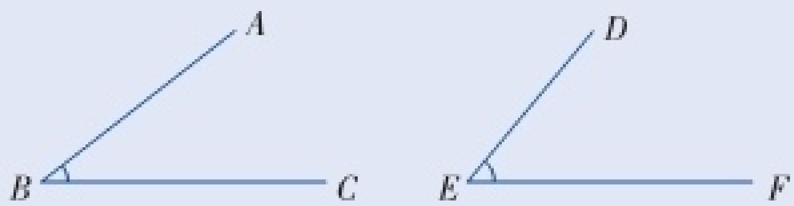
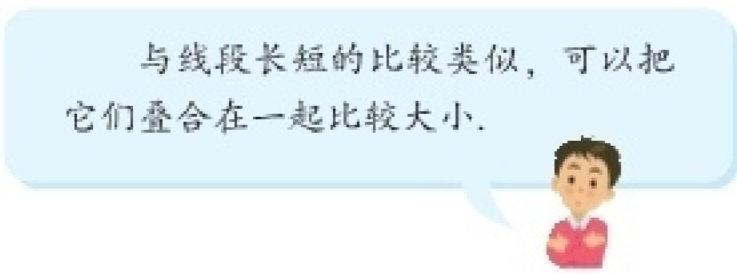
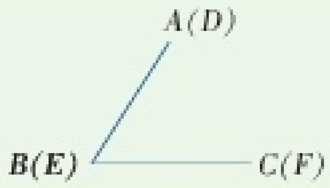
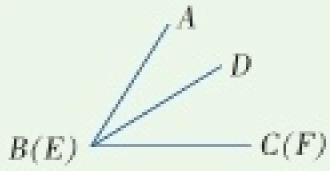
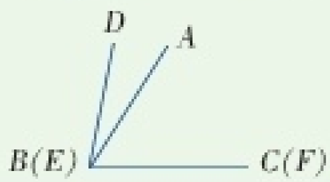


图 4-24



先将 $\angle DEF$ 移动，使它的顶点 E 与 $\angle ABC$ 的顶点 B 重合，并且使 $\angle DEF$ 的一条边 EF 与 $\angle ABC$ 的一条边 BC 重合，边 ED，BA 都在 BC 的同侧，这时可能出现的情形如下表：

情形	图形	$\angle ABC$ 与 $\angle DEF$ 的关系
ED 与 BA 重合		$\angle ABC=\angle DEF$
ED 落在 $\angle ABC$ 内部		$\angle ABC>\angle DEF$
ED 落在 $\angle ABC$ 外部		$\angle ABC<\angle DEF$

以一个角的顶点为端点的一条射线，如果把这个角分成两个相等的角，那么这条射线叫做这个**角的平分线**(angular bisector). 如图 4–25，若 OC 是 $\angle AOB$ 的平分线，则 $\angle AOC=\angle BOC=\frac{1}{2}\angle AOB$.

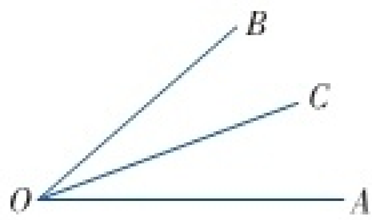
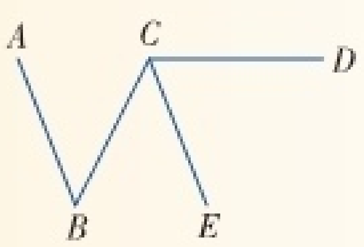


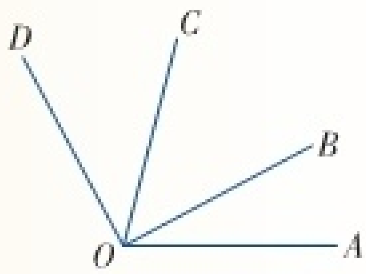
图 4–25

练习

1. 图中有哪几个角？用适当的方式将这些角表示出来.



(第 1 题图)



(第 2 题图)

2. 对于如图所示的各个角，用 “>”、“<” 或 “=” 填空：

(1) $\angle AOB$______ $\angle AOC$；　　(2) $\angle DOB$______ $\angle BOC$；

(3) $\angle BOC$______ $\angle AOD$；　　(4) $\angle AOD$______ $\angle BOD$.

3. 在一张纸片上画一个角，通过折纸折出这个角的平分线.

4.3.2 角的度量与计算

我们用角的始边绕顶点旋转到终边位置的旋转量来度量角的大小，旋转量用“度”来表示.

把一个周角(即它的旋转量)分为 360 等份，每一等份叫做 1 度，记做 1°，如图 4-26.

因此，一个周角等于 360°，一个平角等于 180°.

平角的一半(即90°的角)叫做**直角**. 小于直角(即小于90°)的角叫做**锐角**. 大于直角但小于平角(即大于90°但小于180°)的角叫做**钝角**.

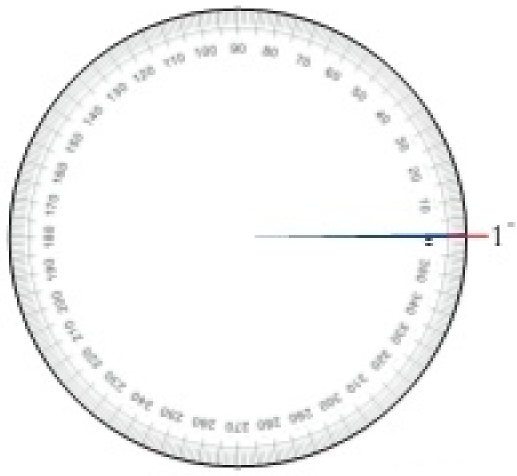


图 4-26

我们可以用量角器来测量一个角的大小，但有时一个角的度数并不一定是整数，这时与长度单位一样，需要考虑用更小的单位来度量.

把 1°的角分成 60 等份，每一等份叫做 1 分，记做 1′；再把 1′的角分成 60 等份，每一等份叫做 1 秒，记做 1″，即

$$1^\circ=60', \quad 1'=60'', \quad 1'=\left(\frac{1}{60}\right)^\circ, \quad 1''=\left(\frac{1}{60}\right)'.$$

度、分、秒是角的基本度量单位. 度、分、秒之间的换算是 60 进制，这与时间的时、分、秒之间的换算是一样的.

例 1 用度、分、秒表示 54.26°.

解 $54.26^\circ=54^\circ+0.26^\circ$.

又 $0.26^\circ=0.26\times60'=15.6'=15'+0.6'$,

而 $0.6'=0.6\times60''=36''$,

因此，$54.26^\circ=54^\circ15'36''$.

例 2 用度表示 48°25′48″.

解 $48''=48\times\left(\frac{1}{60}\right)'=0.8'$， $25.8'=25.8\times\left(\frac{1}{60}\right)^\circ=0.43^\circ$，

因此，$48^\circ25'48''=48.43^\circ$.

例 3 计算：

（1）$37°28'+24°35'$；　　　　（2）$83°20'-45°38'20''$.

解　（1）$37°28'+24°35'=61°63'=62°3'$；

（2）$83°20'-45°38'20''=82°79'60''-45°38'20''=37°41'40''$.

练习

1. 填空：

（1）$0.65°=$__________$'$；　　（2）$32.43°=$_____$°$_____$'$_____$''$；

（3）$120°36'54''=$________$°$；　　（4）$108°42'36''=$________$°$.

2. 计算：

（1）$72°12'+50°40'30''$；　　（2）$113°50'40''-57°48'42''$.

3. 10 时整，钟表的时针与分针之间所成的角的度数是多少？15 时整呢？

（第 3 题图）

做一做

如图 4-27，量一量，算一算，$\angle 1+\angle 2$，$\angle 3+\angle 4$ 的度数分别是多少？

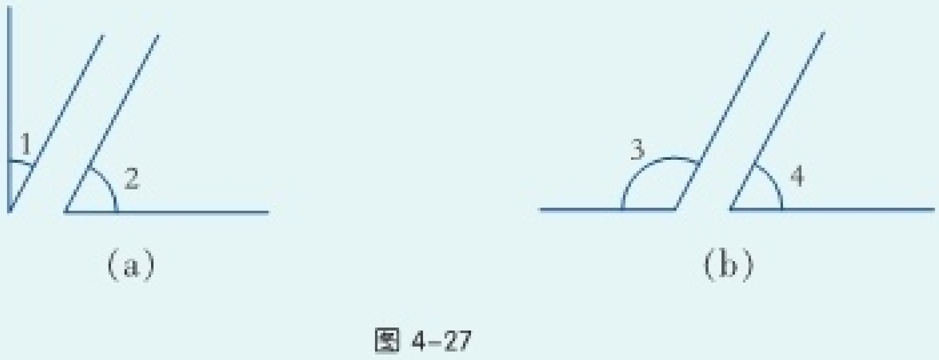


图 4-27

如果两个角的和等于一个直角，那么说这两个角**互为余角**（简称**互余**），也说其中一个角是另一个角的**余角**(complementary angle).

如果两个角的和等于一个平角，那么说这两个角**互为补角**（简称**互补**），也说其中一个角是另一个角的**补角**(supplementary angle).

例如，34°的角与56°的角互为余角，图4-27(a)中∠1与∠2互为余角；48°的角与132°的角互为补角，图4-27(b)中∠3与∠4互为补角.

动脑筋

（1）如图4-28(a)，∠1与∠2互补，∠1与∠3互补，那么∠2与∠3的大小有什么关系？

（2）如图4-28(b)，∠4与∠5互余，∠4与∠6互余，那么∠5与∠6的大小有什么关系？

(a)　　(b)

图 4-28

由于　$\angle 1+\angle 2=180°$，$\angle 1+\angle 3=180°$，

所以　$\angle 2=180°-\angle 1$，$\angle 3=180°-\angle 1$.

因此　$\angle 2=\angle 3$(等量代换).

于是，我们得出：

等量代换是指“如果 $a=b$ 且 $c=b$，那么 $a=c$”.

同角(或等角)的补角相等.

类似地，我们可以得到$\angle 5=\angle 6$，于是有：

同角(或等角)的余角相等.

例 4 如图4-29，$\angle AOB$ 与 $\angle BOD$ 互为余角，OC 是 $\angle BOD$ 的平分线，$\angle AOB=29.66°$，求 $\angle COD$ 的度数.

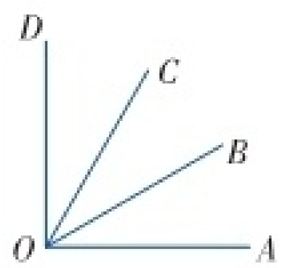


图 4-29

解 因为$\angle AOB$与$\angle BOD$互为余角，

所以$\angle BOD = 90° - \angle AOB = 90° - 29.66° = 60.34°$.

又因为 OC 是$\angle BOD$ 的平分线，

所以$\angle COD = \frac{1}{2}\angle BOD = \frac{1}{2} \times 60.34° = 30.17°$.

因此，$\angle COD$ 的度数为 30.17°.

例 5 已知一个角的余角是这个角的补角的$\frac{1}{3}$，求这个角的度数.

解 设这个角为 $x°$，则这个角的余角为$(90 - x)°$，补角为$(180 - x)°$.

根据题意，得 $$90 - x = \frac{1}{3}(180 - x),$$

解得 $$x = 45.$$

因此，这个角的度数为 45°.

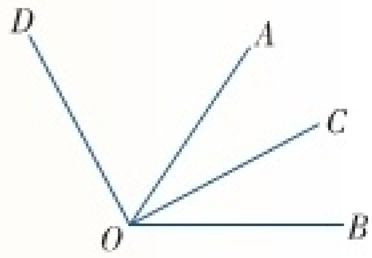
练习

1. 填空：

（1）105°26′ 的补角等于____________；

（2）28°25′32″ 的余角等于____________.

2. 如图，$\angle BOD = 118°$，$\angle COD$ 是直角，OC 平分$\angle AOB$，求$\angle AOB$ 的度数.

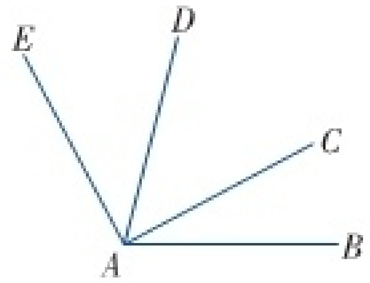


(第 2 题图)

习题 4.3

A 组

1. 如图，以 AB 为一条边的角有哪些？分别将这些角按从大到小的顺序用“>”号连接起来.



(第 1 题图)

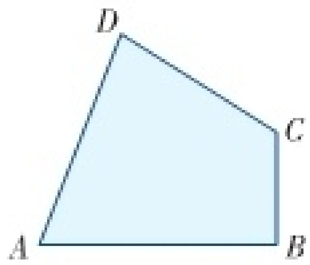
2. 如图，已知$\angle AOB$.

（1）在$\angle AOB$的内部画射线OC；

（2）画$\angle BOD$，使OB在$\angle AOD$的内部；

（3）所画图形中有哪些角？

（第 2 题图）



（第 3 题图）

3. 用量角器分别量出图中$\angle A$，$\angle B$，$\angle C$，$\angle D$的大小，并用“<”号把它们连接起来.

4. 用“>”、“<”或“=”填空：

（1）$3.15°$______$3°15'$；（2）$42°24'$______$42.34°$；

（3）$35°32'24''$______$35.54°$.

5. 计算：

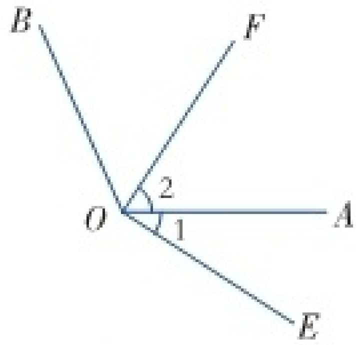
（1）$32°45'48''+20°25'$；

（2）$179°48'-103°52'54''$.

6. $74°38'$的余角等于多少？$80°20'49''$的补角呢？

7. 已知一个角的补角是它的余角的 4 倍，求这个角的度数.

8. 如图，$\angle AOB=114°$，OF是$\angle AOB$的平分线，$\angle 1$和$\angle 2$互余，求$\angle 1$的度数.

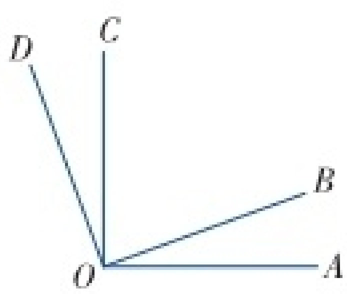


（第 8 题图）

B 组

9. 用一副三角尺可以拼出哪些度数的角？

10. 如图，$\angle AOC$和$\angle BOD$都是直角，$\angle AOB:\angle AOD=2:11$，求$\angle AOB$和$\angle BOC$的度数.



（第 10 题图）

用计算机画中点和角平分线

计算机的迅速普及，使得许多数学问题可借助计算机软件来帮助解决.

打开几何画板，如图 1，左侧是工具栏，工具栏中主要有：【移动箭头工具】(用来选择和拖动对象)、【点工具】(用来构造点)、【圆工具】(用来构造圆)、【线段直尺工具】(用来构造线段、射线、直线)、【多边形工具】(用来构造多边形)、【文本工具】(用来添加说明性的文字和给对象加标签)、【标记工具】(用来标注线段、角度以及手写手画)等.

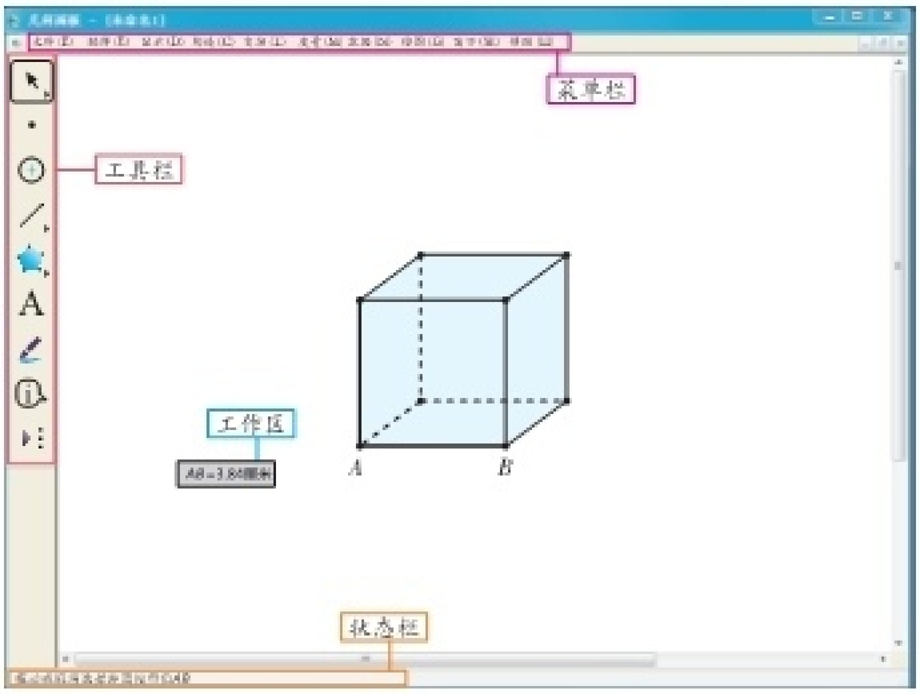


图 1

一、画线段的中点

具体操作步骤如下：

(1) 打开工具栏，使用【线段直尺工具】，在工作区点击拖动即可作线段 AB；使用【点工具】，在线段 AB 上点击可作出线段 AB 上的点 C；

(2) 用【线段直尺工具】连接 AC，BC，选中线段 AC，BC，选择【构造】菜单中的“中点”，可作出 AC 的中点 D，CB 的中点 E；

(3) 连接 DE，选中线段 DE，AB，选择【度量】菜单中的“长度”，可测量出 DE，AB 的长度(如图2)；

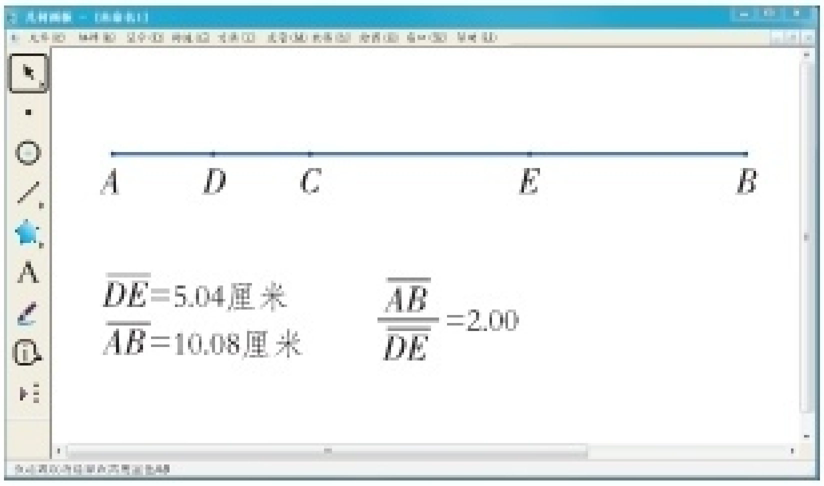


图 2

(4) 在右键菜单中选择【计算】，依次点击“$AB=10.08$ 厘米”，“÷”，“$DE=5.04$ 厘米”，确定后得到结果为2(如图3).

图 3

二、画角平分线

具体操作步骤如下：

(1) 打开几何画板，作线段 AB，BC，BD；依次选择 A，B，D 三点，选择【构造】菜单中的“角平分线”，在角平分线上作点 E；同理作 $\angle CBD$ 的平分线 BF；

(2) 依次选择 E，B，F 三点，选择【度量】菜单中的“角度”，测量出 $\angle EBF$；同样测出 $\angle ABC$；计算 $\angle ABC$ 与 $\angle EBF$ 之比，结果为 2 (如图 4).

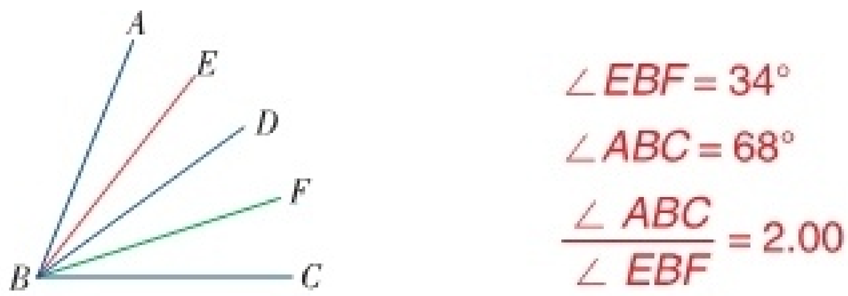


图 4

小结与复习

回顾

1. 直线、射线、线段有什么区别与联系？怎样比较线段的长短？

2. 什么样的图形是角？

3. 角的大小用什么单位表示？怎样比较两个角的大小？

4. 同角或等角的余角有什么关系？同角或等角的补角有什么关系？

本章知识结构

- 几何图形
  - 立体图形
  - 平面图形
    - 直线 — 两点确定一条直线
    - 射线
    - 线段
      - 长短比较
      - 两点之间线段最短
    - 角
      - 度量与计算
      - 大小比较 — 角平分线
      - 余角与补角 — 同角(或等角)的余角相等；同角(或等角)的补角相等

注意

1. 为了区分有公共顶点的几个角，一般用三个大写字母表示角.

2. 角的大小由始边绕顶点旋转到终边位置的旋转量确定，与所画角的边的长短无关(角的边是两条射线).

3. 角的度、分、秒之间的换算是 60 进制.

4. 如果没有特别说明，本书中所讲的角只限于不大于平角的角.

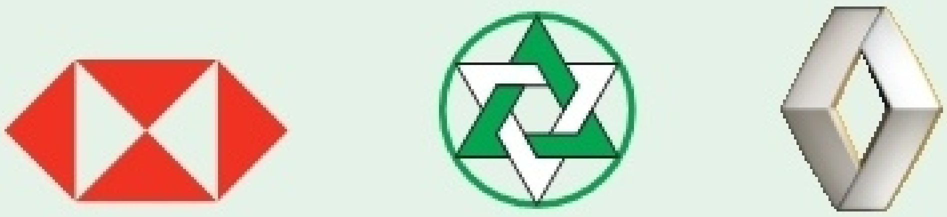
复习题 4

A 组

1. 从下面图形中，你能抽象出哪些立体图形？

(第 1 题图)

2. 下面的图案中分别含有哪些平面图形？



(第 2 题图)

3. 填空：

(1) 直线__________端点；

(2) 线段有__________个端点，射线有__________个端点.

4. 按下列语句分别画出图形：

(1) 直线 l 经过 A，B，C 三点，点 D 在线段 BC 上；

(2) 直线 a，b，c 两两相交，分别交于 A，B，C 三点；

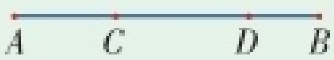
(3) 点 M 是直线 l 外一点，过点 M 有一条直线 m 与直线 l 相交于点 N.

5. 如图，A，B，C，D 四点在一条直线上，则：

(1) $BD+CD=$__________；

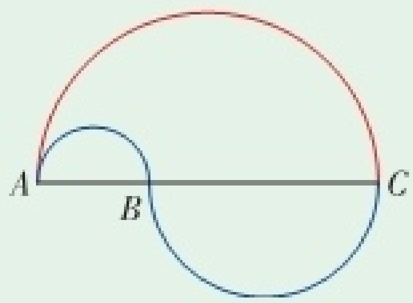
(2) $AB-AC=$__________；

(3) $AB-AC-BD=$__________.



(第 5 题图)

6. 如图，小强要从 A 点走到 C 点，有三条路可到达目的地. 请你帮他选择一条最近的路径(只要求在图中标出来).

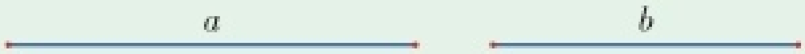


(第 6 题图)

7. 如图，线段 $AB=6$ cm，点 C 是 AB 的中点，点 D 是 BC 的中点，E 是 AD 的中点，求线段 AE 的长.

(第 7 题图)

8. 如图，已知线段 a，b，画一条线段 c，使它等于 $2a-b$.



(第 8 题图)

9. 填空：

(1) $35°15'36''=$ ________ °；

(2) $25.4°=$ ________ ° ________ ' ________ "；

(3) $85°28'+14°46'=$ ________ ° ________ '；

(4) $65.5°-34°40'32''=$ ________ ° ________ ' ________ ".

10. 判断(正确的画"√"，错误的画"×")：

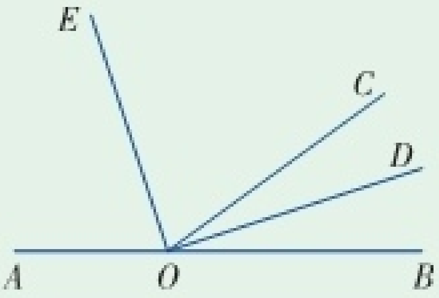
(1) 钝角的补角一定是锐角； ( )

(2) 锐角和钝角一定互补； ( )

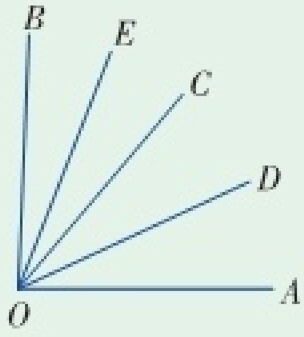
(3) 一个角的补角一定大于这个角； ( )

(4) 如果两个角是同一个角的余角，那么这两个角的补角相等. ( )

11. 如图，AB 为直线，OC 为射线，且 OD 平分 $\angle BOC$，OE 平分 $\angle AOC$，求 $\angle DOE$ 的度数.



(第 11 题图)



(第 12 题图)

12. 如图，OD，OE 分别是 $\angle AOC$ 和 $\angle BOC$ 的平分线，$\angle AOD=24.9°$，$\angle BOC=37.8°$，求 $\angle AOE$ 的度数(结果用度、分、秒表示).

13. 已知 $\angle 2$ 是 $\angle 1$ 的余角，$\angle 3$ 是 $\angle 2$ 的补角，且 $\angle 1=40°$，分别求 $\angle 2$，$\angle 3$ 的度数.

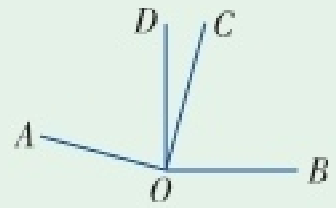
14. （1）一个角的余角比这个角的补角的一半少 42°，求这个角的度数；

（2）已知一个角的补角比这个角的余角的 3 倍大 10°，求这个角的度数.

B 组

15. 如图，点 C 在线段 AB 上，且 $AC:BC=2:3$，点 D 在线段 AB 的延长线上，$BD=AC$，E 为 AD 的中点. 若 $AB=40$ cm，求线段 CE 的长.

（第 15 题图）

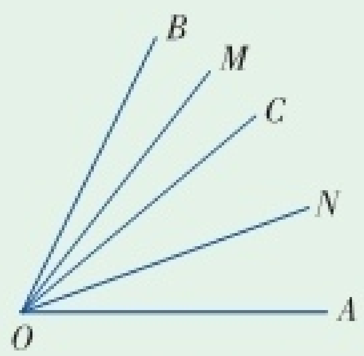


（第 16 题图）

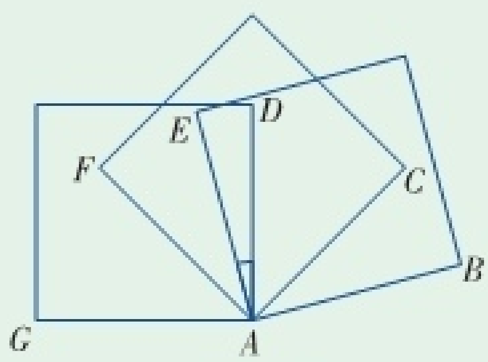
16. 如图，$\angle AOB=164°59'58''$，$\angle AOC=\angle BOD=90°$，求 $\angle COD$ 的度数（结果用度、分、秒表示）.

C 组

17. 如图，OM，ON 分别是 $\angle BOC$ 和 $\angle AOC$ 的平分线. 如果 $\angle AOB$ 的大小不变，当 OC 在 $\angle AOB$ 内绕着点 O 转动时，$\angle MON$ 的大小是否会改变？为什么？



（第 17 题图）



（第 18 题图）

18. 如图，将三个形状、大小完全一样的正方形的一个顶点重合放置，$\angle FAG=45°$，$\angle BAC=30°$，求 $\angle DAE$ 的度数.

神奇的七巧板

七巧板是我国民间广为流传的一种益智玩具．关于它的起源历史上众说纷纭，有说是源于勾股法，有说是由宋明以后的生活用具燕几、蝶几演化而来．中国权威的七巧板专家傅起凤在她出版的专著《七巧世界》中指出，七巧板应该来源于 4 000 多年前中国古老的测量工具——矩．

做一做

1. 把正方形厚纸板按如图 1 所示分成七部分（由五块大小不同的等腰直角三角形、一块正方形、一块平行四边形组成），然后将它割开，制作七巧板．

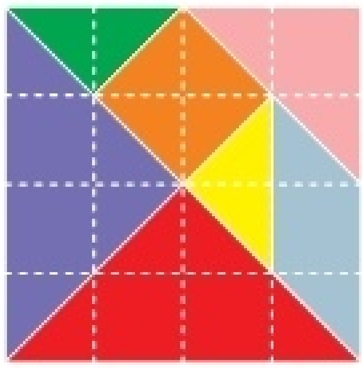


图 1

2. 用自制的七巧板拼出如图 2 所示的图案，想想看，这些图案分别像什么？

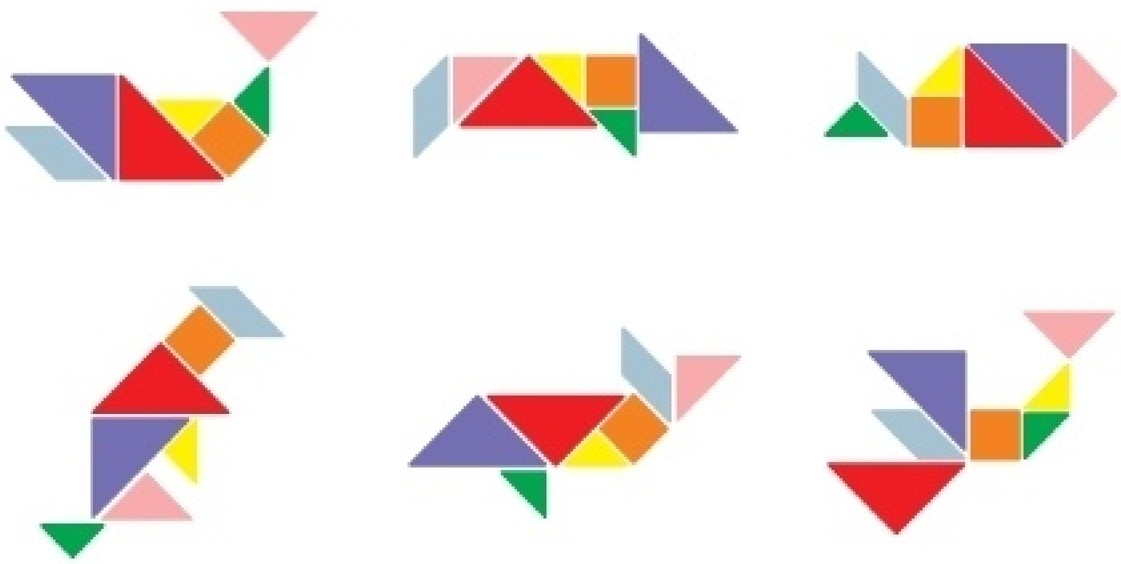
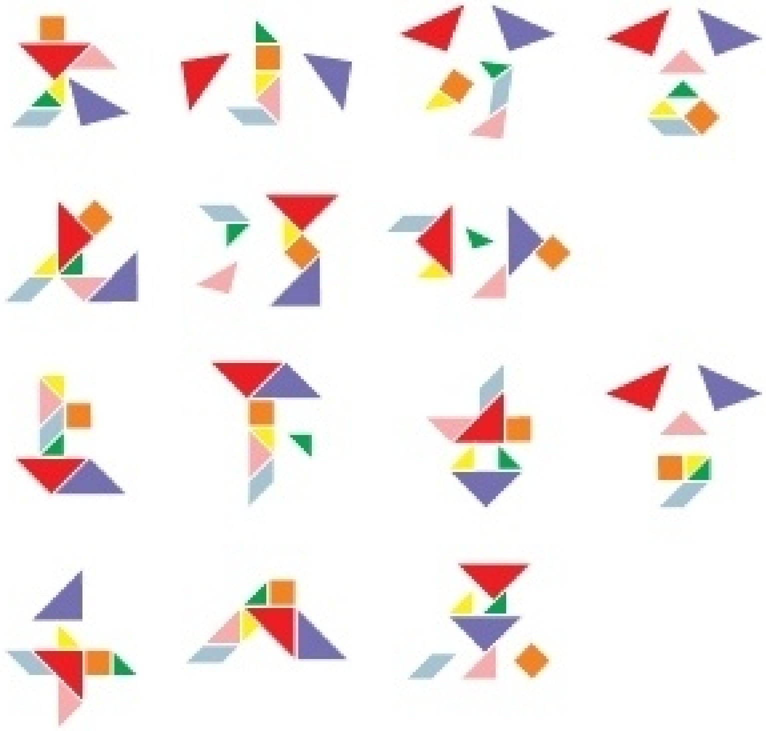


图 2

3. 有人用七巧板拼出了如下一首诗，试试看，你能拼出来吗？



大小分合

七巧妙

上下古今

千人乐

4. 发挥你的想象力，用七巧板拼出你喜欢的图案.

拓展

国内有研究者为了拓展七巧板的功能，设计了现代“智力七巧板”. 它由七块不规则块构成(如图3)：

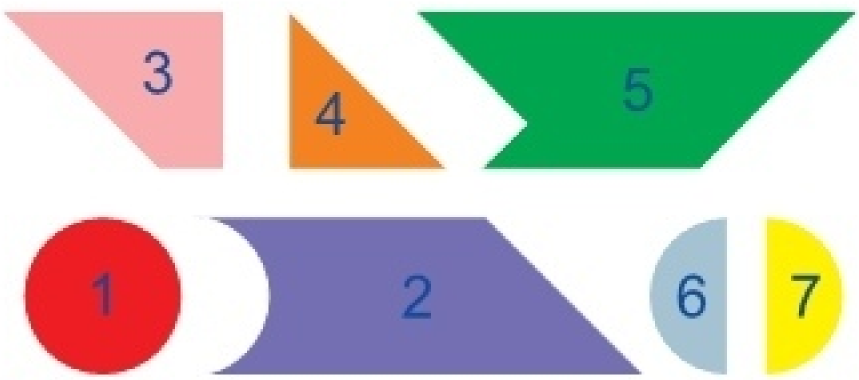
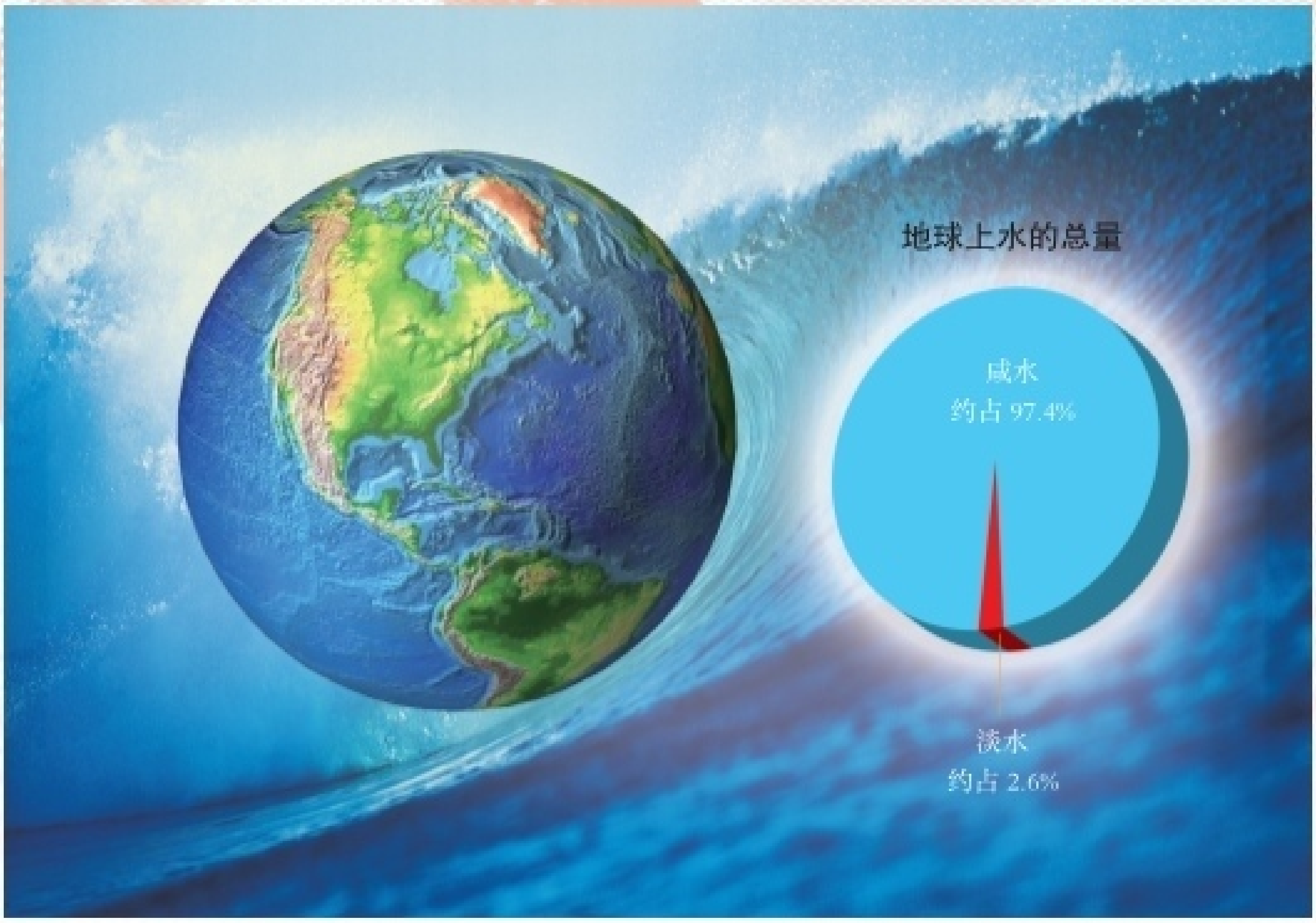


图3

现代“智力七巧板”的外观看似简单，实则与传统的七巧板大不相同. 因为增加了“弧线”，所以拼装起来奥妙无穷，创造的天地更加广阔.

1. 请自制一套如图 3 所示的“智力七巧板”，发挥你的想象力，拼出你喜欢的图案.

2. 查阅有关资料，进一步了解七巧板发展的历史，体会七巧板的奥妙.



第5章

数据的收集与统计图

我们的生活中随处可见统计数据和统计图表，例如地球上的淡水约占整个水资源的 2.6%，我国的人均淡水资源占有量约为全球平均水平的$\frac{1}{4}$．我国 2009 年淡水资源总量比上一年约减少 11.9%，人均淡水资源占有量比上一年约减少 12.3%．

这些数据是怎样得来的呢？如何用图表描述这些数据呢？

学习本章将帮助我们了解以上问题的解决方法．

5.1 数据的收集与抽样

在日常生产、生活和科学研究中，人们经常和许多数据打交道，同时也需要有目的地收集数据，从中掌握相关信息，以便作出决策和判断.

探究

睡眠是人类生活中一项不可缺少的生理需要，也是评价健康水平的一项基本指标. 充足的睡眠是青少年健康成长的必要条件之一. 若请你了解本班同学的睡眠时间情况，你会怎么做？

为解决这个问题，我们需要做统计调查.

首先设计如下调查问卷：

姓名	睡眠时间			
	A. 8 h 以下	B. 8~8.5 h	C. 8.5~9 h	D. 9 h 以上

利用调查问卷就可以收集本班全体同学的睡眠时间. 假设某同学收回所有调查问卷后，得到了如下 50 个调查数据：

B C B A A C C D B B

A C C B C C D B A D

D C B C C A A C C D

B A C C D B C C A C

C B C B C A C B C C

我们整理以上数据，得到下表：

睡眠时间	画记	人数	占全班人数的百分比（%）
A. 8 h 以下	正 𠃊	9	18
B. 8~8.5 h			
C. 8.5~9 h			
D. 9 h 以上			

画记一般用“正”字表示，且“正”字的每一笔画代表一个数据.

这个表清楚地反映了该班同学睡眠时间的情况，如睡眠 8 h 以下有 9 人，占全班人数的 18%.

可见，我们要了解某方面的情况，就要根据实际需要收集这方面恰当数量的数据.

我们把与所研究问题有关的全体对象称为**总体**(population)，把组成总体的每个对象称为**个体**(individual). 在调查全班同学的睡眠时间时，该班全体同学的睡眠时间就是这个问题的总体，每个同学的睡眠时间就是一个个体.

在上面的调查中，我们对总体中每个个体都进行了调查，像这种调查方式叫做**全面调查**(又称普查). 例如，自 1953 年以来，我国大约每 10 年进行一次的人口普查就是一次全面调查.

请自己查阅第六次全国人口普查的有关资料，了解我国的人口情况.

做一做

为了了解本班同学从七年级入学到现在的身高变化情况，王强同学设计了如下调查问卷：

姓名	入学时身高(cm)	现在身高(cm)	增长的高度x(cm)

请你对全班同学进行调查后，将收集的数据整理成下表：

增长的高度x(cm)	画记　　　人数	占全班人数的百分比（%）
$x<1$		
$1\leqslant x<2$		
$2\leqslant x<3$ $3\leqslant x<4$ $4\leqslant x<5$		
$x\geqslant 5$		

回答：（1）本班同学身高增长的高度在哪个范围内的人数最多？

（2）在调查中，总体和个体分别是什么？

练习

1. 请你设计一个调查问卷，了解你所在组的同学每天参加运动所花的时间，将收集到的数据整理后，与同学交流你的结果.

2. 在上面的调查中，总体和个体分别是什么？这种调查是全面调查吗？

3. 阅读下面的英语短文，填空并回答问题.

I often go to movies with my friend, Mike. My favorite actor is Paul Jackson. He has a new movie, *My father's Birthday*. It's a very funny comedy. Mike likes the actor Rick Smith. He really likes his movie, *Black September*. It's a very successful thriller, but I think it's boring. One interesting thing: Mike is English, but he likes Beijing Opera! He often goes to see Beijing Opera on weekends. Mike's father likes it, too!

（1）分组合作进行统计，并将结果填入下表：

字母	在短文中出现的次数	占字母出现总数的百分比(%)	字母	在短文中出现的次数	占字母出现总数的百分比(%)
a			n		
b			o		
c			p		
d			q		
e			r		
f			s		
g			t		
h			u		
i			v		
j			w		
k			x		
l			y		
m			z		

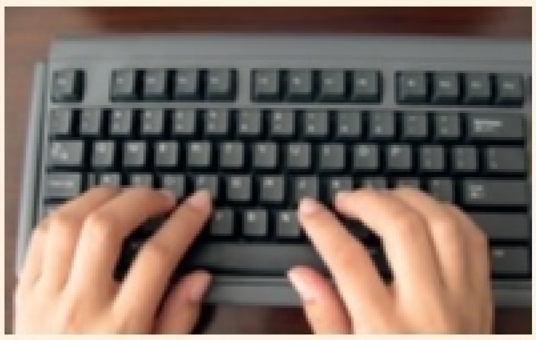
(2) 根据统计结果，回答下面的问题：

① 这篇短文中出现次数最多的字母为________________；

② 这篇短文中出现次数超过 4%的字母有______________.

动脑筋

人们每天都在使用计算机，你是否考虑过：各字母怎样排列在键盘上，才能使操作键盘时更加方便？



键盘上使用次数多的字母应安排在手指便于控制的位置上，操作起来才方便.

要确定哪些字母用的次数较多，哪些较少，就要统计出各字母出现次数所占百分比的数据.

议一议

如果只对一篇英文文章中各字母出现次数所占百分比进行统计，其所得百分比能否代表所有英文文章中 26 个字母出现次数所占百分比？为什么？

不同的英文文章，其 26 个字母出现次数所占百分比不会都相同，因此仅凭对一篇英文文章的统计是不够的.

对不同的英文文章进行统计，得到的各字母出现次数所占百分比不都相同的现象在统计上称为“随机性”.

我们也不可能对所有英文文章进行统计.

由于无法对所有英文文章进行调查统计，因此要调查所有英文文章中 26 个字母出现次数所占百分比是不可能的，因而像这种情况不可能采用全面调查的方式.

动脑筋

为了了解下列情况，可以采用全面调查吗？

（1）调查全校同学睡眠时间的情况；

（2）调查一批灯泡的使用寿命；

（3）为增强市民的环保意识，调查某城镇 10 000 户人家一年时间内丢弃的塑料袋个数.

对于(1)，可以进行全面调查，但比较费时、费力.

对于(2)，若进行全面调查，则每一个灯泡都会被破坏掉，因此不能采用全面调查.

对于(3)，可以进行全面调查，但费时、费力，也不必要. 可以选取 100 户人家，调查他们一星期或一个月丢弃的塑料袋总数，再由此估算出 10 000 户人家一年丢弃的塑料袋的数量.

当不必要或不可能对某一总体进行全面调查时，我们只要从总体中抽取一部分个体进行调查，然后根据调查数据来推断总体的情况. 我们把这种调查方式称为**抽样调查**(sampling survey).

说一说

请举出一些只能采用抽样调查而不能采用全面调查的实例.

对空气污染程度的调查……

从总体中抽取的一部分个体就组成了一个**样本**(sample)，样本中个体的个数叫做**样本容量**(sample size).

例如，某灯泡厂 6 月份生产的所有灯泡的使用寿命组成一个总体，每一个灯泡的使用寿命为个体，抽出来检查的 200 个灯泡的使用寿命组成一个样本，样本容量为 200.

练习

1. 要调查以下问题，你认为应该做全面调查还是做抽样调查？为什么？

（1）调查市场上某种食品添加剂的含量是否超标；

（2）了解某大洋的海水污染质量情况；

（3）了解某班同学的跳远成绩；

（4）了解一批花炮的燃放质量.

2. 分别指出下列调查中的总体、个体、样本和样本容量.

（1）为调查电风扇的使用寿命，从一批电风扇中抽取 20 台进行测试；

（2）为调查某校七年级学生每周用于做课外作业的时间，从该校七年级中抽取 50 名学生进行调查.

动脑筋

1949 年，美国某杂志报道：1924 年从耶鲁大学毕业的学生目前的年收入一般为 25 111 美元（这个数字相当于当时六七个人年薪的总和）. 这一数据是耶鲁大学对与母校保持联系的校友的一次问卷调查后的统计结果，问这个结果能较准确地反映 1924 年从耶鲁大学毕业的学生的年收入吗？为什么？

不能. 因为这一结果来自 1924 年从耶鲁大学毕业的，能够联系上的，且回复了调查表的毕业生的年收入，还有一些毕业生收到调查表后没有回答，更有许多毕业生无法联系，所以这个样本不能够代表总体.

抽样调查只调查了对象的一部分，必须要求所抽取的样本能够代表总体，才能根据样本对总体作出推断，否则抽样调查的结果就会偏离总体情况.

如果在抽样调查时能保证每个个体都有同等的机会被选入样本，那么我们把这种抽样方法称为**简单随机抽样**(simple random sampling)，所得到的样本称为**简单随机样本**(simple random sample).

说一说

请举出一些日常生活中用到简单随机抽样的例子.

通常情况下要使样本具有代表性，必须要选取合适的样本容量. 样本容量太小，就不能很好地代表总体；样本容量太大，虽然样本具有代表性，但达不到省时、省力的目的.

例如，为了了解某市 20 000 名七年级学生的睡眠时间情况，我们可以使用计算机的随机数发生器从这 20 000 名学生的注册学号(每个人的学号不同)中随机抽取 200 个学号. 由于这种抽取方式可以保证每个学生都有同等的机会被抽取，因此这样的抽样方法是简单随机抽样. 这样抽取的 200 个学号对应的学生的睡眠时间即组成了一个简单随机样本.

当总体中的个体数不多时，我们还可以采用抽签的方法来抽取样本.

动脑筋

某地教育部门为了解本地区 30 000 名中小学学生(高中生 9 000 人，初中生 10 000 人，小学生 11 000 人)的近视情况，计划进行抽样调查.

(1) 能不能只调查高中生？

(2) 若从该地区的中小学学生中抽取 300 名学生作为代表进行调查，你认为应当怎样抽取？

(1) 不能只调查高中生. 因为小学生、初中生、高中生的近视情况有很大不同，所以不能用某阶段学生的近视情况来代表整个地区中小学学生的近视情况.

(2) 由于各阶段学生的近视情况不同，而同一阶段的近视情况存在着一定的共性，因此，应对高中生、初中生、小学生分别进行简单随机抽样.

每个阶段抽取的人数按实际学生人数的比例进行分配，如下表.

中小学学生	高中生	初中生	小学生
抽取人数	$\frac{9\ 000}{30\ 000}\times300$	$\frac{10\ 000}{30\ 000}\times300$	$\frac{11\ 000}{30\ 000}\times300$

这样获取的样本与这个地区中小学学生的构成基本相同，与整个地区直接进行简单随机抽样比较，这样抽取的样本一般能更好地反映总体.

为了了解某方面的情况，需要根据实际情况收集一些相关数据进行统计分析，收集数据的过程一般按下面步骤进行：

（1）明确调查目的；（2）确定调查对象；（3）选择调查方法；（4）具体进行调查；（5）记录调查结果.

练习

1. 在 1936 年美国总统选举前，一份杂志的工作人员做了一次兰顿(当时任堪萨斯州州长)和罗斯福(当时的总统)中谁将当选下一届总统的民意调查. 调查者给电话簿和车辆登记簿上的名单中的一大批人发了调查表(注意:当时只有少数人拥有电话和汽车). 通过统计收回的调查表，显示兰顿非常受欢迎，于是该杂志预测兰顿将在选举中获胜，但最后实际选举结果与预测结果正好相反(如下表).

候选人	预测结果（%）	选举结果（%）
罗斯福	43	62
兰顿	57	38

你认为该预测结果出错的原因是什么？

2. 某学校想了解全校学生对学校管理工作的意见，让每个班的班长参加座谈会. 这样选取的样本是简单随机样本吗？

3. 某学校有 160 名教职工，其中教师 120 名、行政人员 16 名、后勤人员 24 名. 为了了解教职工对学校在校务公开方面的意见，拟抽取一个容量为 20 的样本. 怎样抽取才能确保样本具有较好的代表性？

习题 5.1

A 组

1. 请你设计一份调查问卷，用来调查本组和相邻一组同学某天做课外作业所花的时间.

2. 某地某月 30 天的最高气温的数据如下表：

日期	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
最高气温(℃)	23	26	25	25	26	29	28	22	19	17
日期	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
最高气温(℃)	19	26	24	26	25	26	26	25	20	20
日期	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
最高气温(℃)	14	11	12	14	14	12	17	16	18	19

请你根据上述数据完成下表：

日最高气温 x (℃)	画记	天数	占这个月天数的百分比(%)
$10 \leqslant x < 15$			
$15 \leqslant x < 20$			
$20 \leqslant x < 25$			
$25 \leqslant x < 30$			

3. 下列采用的调查方式中，不合适的是（　　）

(A) 为了了解全国中学生的身高状况，采用抽样调查的方式

(B) 对某型号电子产品的使用寿命采用抽样调查的方式

(C) 某大型企业对所生产的产品的合格率进行普查

(D) 为了了解人们保护水资源的意识，采用抽样调查的方式

4. 某校有 4 000 名学生，随机抽取了 400 名学生进行体重调查. 该问题中，

(1) 总体是 ____________，个体是 ____________；

(2) 样本是 ____________，样本的容量是 ________.

5. 某社区想了解老年人(年龄大于或等于 60 岁)对文化活动的意见，让每栋

楼的楼长指定一位老年人参加座谈会，这样选取的样本是简单随机样本吗？

6. 为了了解某地区老年人的健康状况，三个研究小组的成员分别进行了如下调查：

甲组：在公园里调查了 1 000 名老年人；

乙组：在医院调查了 1 000 名老年病人；

丙组：调查了 10 名老年邻居.

你同意他们的做法吗？试说明你的理由.

7. 某电视台需要在全国调查某节目的收视率，每个看电视的人都要被调查到吗？对一所中学学生的调查结果能否代表该节目的收视率？你认为对不同地区、不同年龄、不同文化背景的人所做的调查结果会一样吗？

8. 某企业为加强管理，修订了《员工守则》，拟在颁布前发放 110 张问卷以便听取员工的意见. 已知该企业共有员工 1 100 人，其中管理部门、研发部门、营销部门分别为 100 人，350 人，650 人. 你认为应该如何发放问卷才能使问卷具有代表性？

B 组

9. 请以你所在班级同学为调查对象，调查每个同学喜爱的球类活动，完成下面的问题：

（1）喜爱篮球的本班同学有______人；

（2）喜爱足球的本班同学有______人；

（3）喜爱羽毛球的本班同学有______人；

（4）喜爱乒乓球的本班同学有______人.

请你根据上述数据完成下表：

喜爱的球类	篮球	足球	羽毛球	乒乓球
人数				
占本班人数的百分比				

5.2 统计图

通过调查或实验收集来的数据，经过整理，可用统计表或统计图呈现出来. 用统计图呈现经过整理的数据，直观清晰，并且便于进行比较.

动脑筋

我们学习过哪些统计图？它们有什么作用？

1. 条形统计图

世界主要石油消费国 2010 年石油消费量

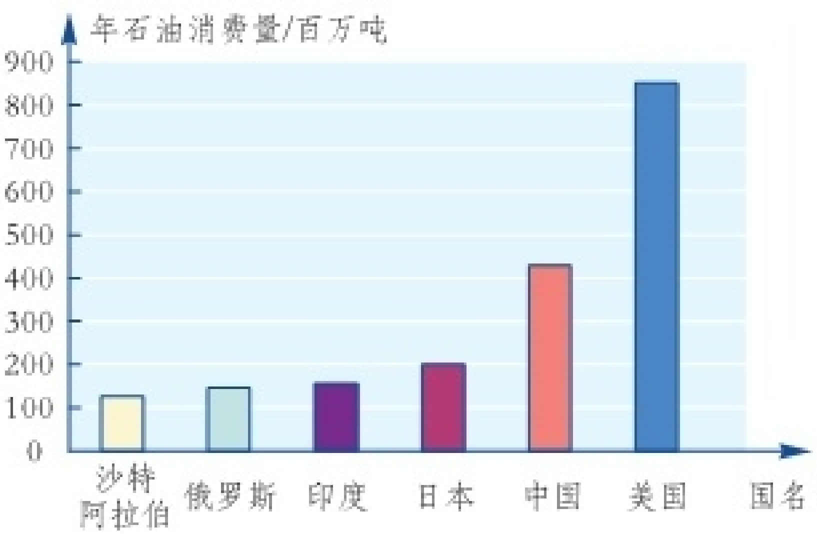


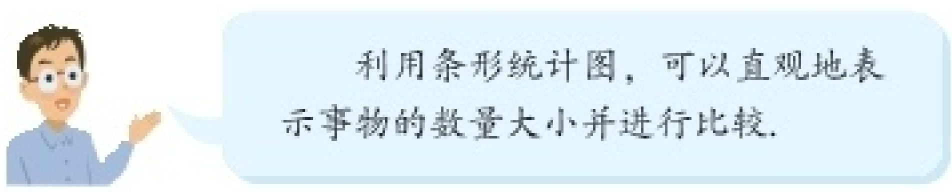
图 5-1

图 5-1 是 2010 年世界主要石油消费国的石油消费量统计图，从图中可以看出：

（1）这 6 个国家中，年石油消费量最少的国家是__________，最多的国家是____________；

（2）2010 年，美国的石油消费量约为_____百万吨，约是日本的_____倍，约是中国的_____倍.

条形统计图有什么特点？



2. 折线统计图

世界人口变化情况统计图

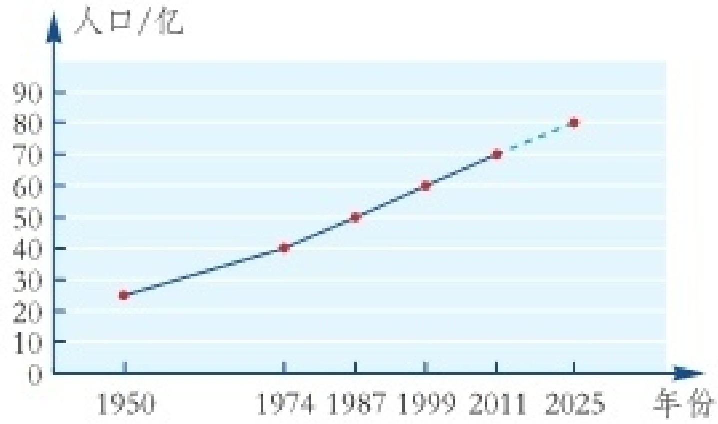


图 5–2

世界人口逐年增长，直线上升. 从2011年开始的未来14年，世界人口预计增加10亿，达到80亿.

2009年我国几个城市年降水量统计图

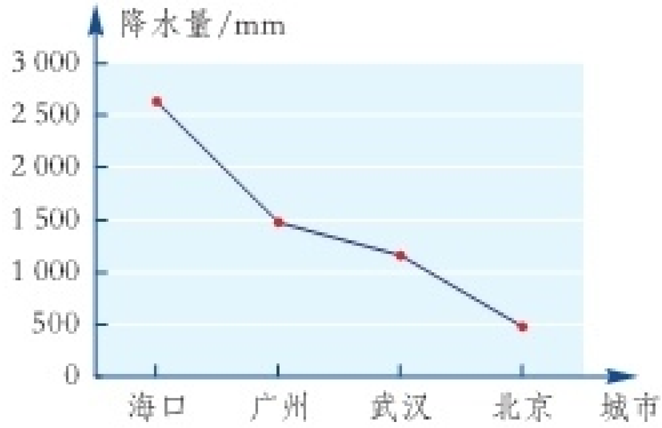


图 5–3

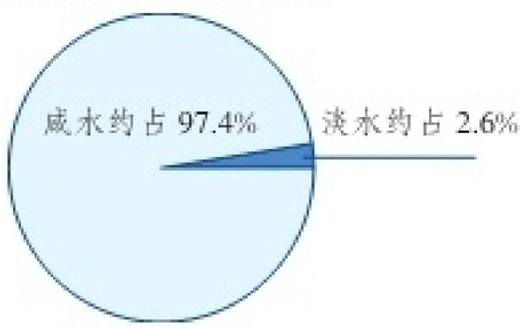
这几个城市的年降水量由南往北逐渐减少.

折线统计图有什么特点？

折线统计图表示事物随时间、地域或其他因素而变化的情况或趋势.

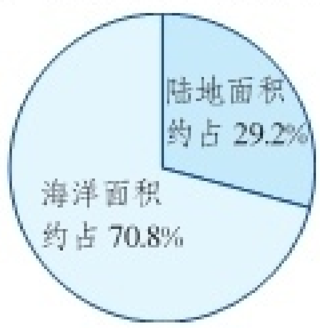
3. 扇形统计图

地球上咸水、淡水的统计图



(a)

地球上海洋、陆地面积的统计图

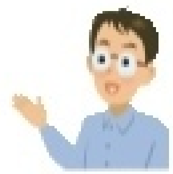


(b)

图 5–4

扇形统计图有什么特点？

从扇形统计图中，我们可以直观地看到我们考察的对象(总体)的组成成分、各成分在总体中所占的百分比.



（1）如图 5–4(a)，已知地球的水资源总量达 145 000 万千米^3，则地球的淡水资源约为 ________ 万千米^3，咸水资源约为 ________ 万千米^3.

（2）如图 5–4(b)，已知地球的表面积约为 5.11 亿千米^2，则地球的海洋面积约为 ________ 亿千米^2，地球的陆地面积约为 ________ 亿千米^2.

我们已经知道，在扇形统计图中，整个圆面表示总体，圆内每个扇形表示总体的一部分. 那么如何制作扇形统计图呢？

做一做

为了解某城市居民日常使用交通工具方式的情况，进行了问卷调查，共收回 602 份调查问卷，结果统计如下：

使用交通工具方式	坐公交车	骑自行车、电动车	开私家车	坐单位班车
人数	248	275	70	9

请根据以上调查结果，制作扇形统计图表示使用各种交通工具的人数占总调查人数的百分比.

第一步，计算出使用各种交通工具的人数占总人数的百分比.

使用交通工具方式	坐公交车	骑自行车、电动车	开私家车	坐单位班车
占总人数的百分比	$\frac{248}{602}\approx 41.2\%$	$\frac{275}{602}\approx 45.7\%$	$\frac{70}{602}\approx 11.6\%$	$\frac{9}{602}\approx 1.5\%$

第二步，计算各部分扇形的圆心角.

$$360°\times 41.2\%\approx 148.3°,$$
$$360°\times 45.7\%\approx 164.5°,$$
$$360°\times 11.6\%\approx 41.8°,$$
$$360°\times 1.5\% = 5.4°.$$

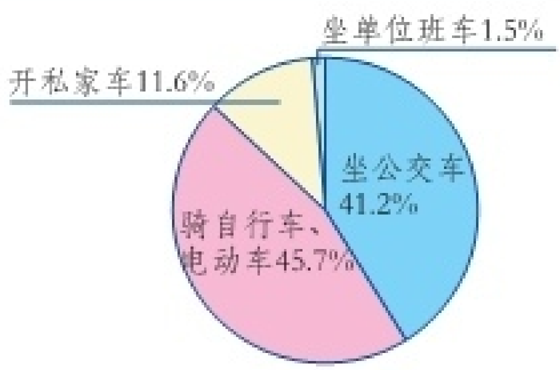


图 5–5

第三步，在同一个圆中，根据所得的圆心角度数画出各个扇形，并注明各部分的名称及其相应的百分比(图5–5).

练习

1. 某班同学在一次课外活动中，有 8 人打乒乓球，12 人打排球，10 人打篮球，6 人打羽毛球，剩下的 11 人当裁判员．请你制作扇形统计图表示参加各项活动人数占总人数的百分比．

2. 下面是某城市某年经由不同来源排放出的空气中悬浮颗粒物的质量表．

来源	发电厂	陆上交通工具	船只	家用燃料	其他燃料	非燃料
悬浮颗粒物的质量(kg)	2 670	2 740	415	49	235	1 110

请你根据上表，制作一个扇形统计图表示上述不同来源排放出的悬浮颗粒物占总悬浮颗粒物的百分比．

有时为了比较同性质的多组数据，我们需要把这多组数据在一个图中表示出来，这需要用到复式统计图．

说一说

图 5-6 是某校两个班的同学在一次体育课的活动项目统计图：

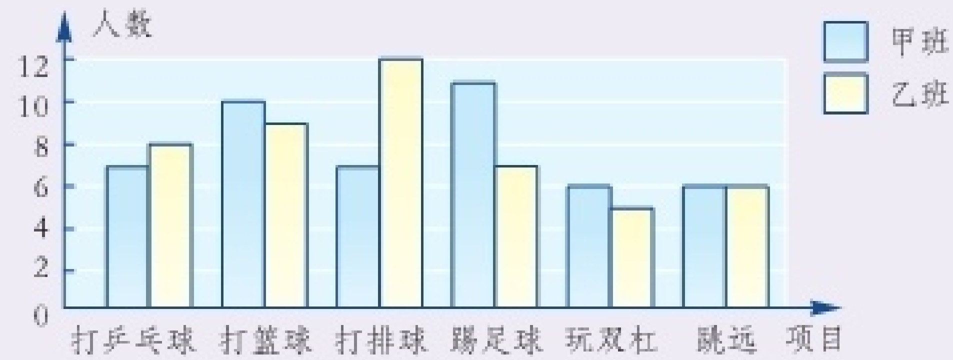
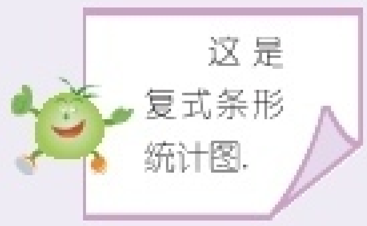


图 5-6



哪个班踢足球的人数多？哪个班打排球的人数多？

从图中可以看出：甲班踢足球的人数较多，而乙班打排球的人数较多．

动脑筋

某城市甲、乙两家商店某年各月销售电视机的数量如下(单位:台):

月份	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
甲	20	15	11	11	10	9	10	12	13	15	16	18
乙	20	16	12	10	9	8	10	10	12	13	14	17

为了便于比较这两家商店一年的销售变化趋势，我们制作了折线图，如图 5-7 所示.

图 5-7

(1) 甲、乙两家商店这一年销售量的共同趋势是什么?

(2) 你还能从图中得到什么信息?

这一年两家商店的销售高峰都在 1 月，而 12 月也是一个小高峰，同时两家商店具有共同的销售旺季和淡季.

第一季度甲商店的销售量低于乙商店的销售量，但甲商店的店主可能采取了一些有力的促销措施，从 4 月份开始，甲商店的销售量超过乙商店的销售量.

把多组统计数据表示在条形(或折线)统计图上，就得到复式条形(或折线)统计图. 复式统计图便于直观地比较多组数据在同一方面的不同的状况.

议一议

我们已经学过了扇形统计图、条形统计图、折线统计图、复式条形统计图及复式折线统计图，它们各有什么长处呢?

扇形统计图能清楚地表示各成分在总体中所占的百分比;
条形统计图能清楚地表示出事物的数量大小;
折线统计图能清楚地反映事物的变化趋势;
复式统计图能清楚地对多组同性质的数据作出比较.

我们在应用统计图描述数据时，要根据调查的目的和数据的性质恰当地选择合适的统计图.

例 下面是联合国人口基金会公布的 2010 年世界各大洲人口数量的数据:

2010 年世界各大洲人口数量	
亚洲	41.57 亿
欧洲	7.39 亿
南美洲	3.9 亿
北美洲	4.61 亿
非洲	10.3 亿
大洋洲	0.37 亿

按要求分别画出下列统计图:

(1) 2010 年世界各大洲人口比例统计图;

(2) 2010 年世界各大洲人口数量统计图.

解 (1) 各大洲人口的比例关系宜采用扇形统计图表示，如图 5-8 所示.

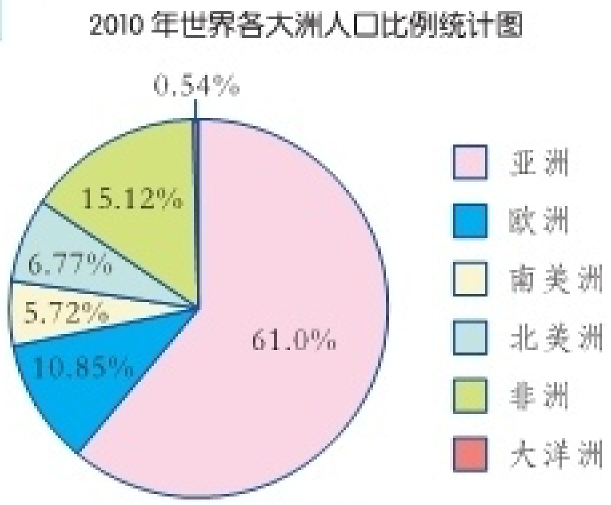


图 5-8

（2）各大洲的人口数量宜采用条形统计图表示，如图 5-9.

图 5-9

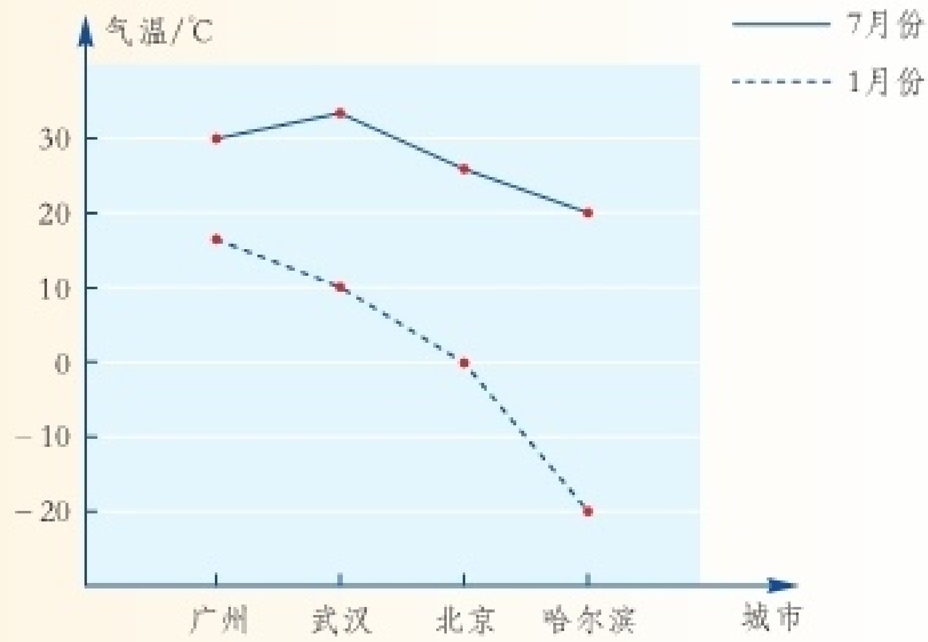
练习

1. 地球上四大洋的面积分别为：太平洋 17 968 万千米²，大西洋 9 336 万千米²，印度洋 7 492 万千米²，北冰洋 1 310 万千米².

（1）请计算各大洋占四大洋总面积的百分比；

（2）请制作合适的统计图来表示上述数据.

2. 广州、武汉、北京、哈尔滨是我国从南到北的 4 个城市．下图是某一年这 4 个城市在 1 月和 7 月的平均气温的变化统计图，从图中你能获得哪些信息？

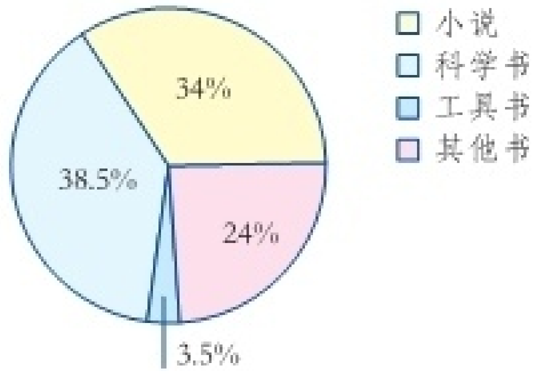


（第 2 题图）

习题 5.2

A 组

1. 右边的扇形统计图表示了某校图书馆中 20 000 本藏书的类别，请你根据该图分别计算出这 20 000 本藏书中各类书的数量.



(第 1 题图)

2. 在一次春耕前，某农业局调查了当地农民预计种植水稻面积的情况，调查结果是：19.3% 的人打算增加水稻种植面积，69.1% 的人种植面积与去年持平，11.6% 的人将减少种植面积. 画出扇形统计图表示这一调查结果.

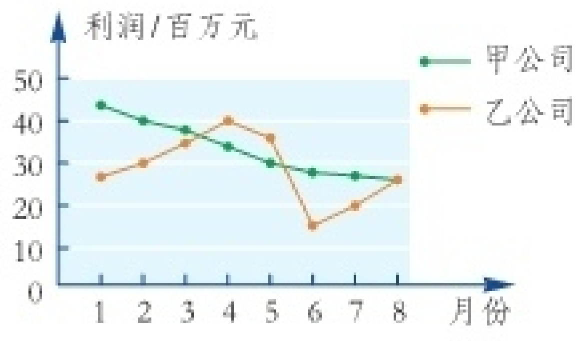
3. 已知 2008 年、2009 年全国各类用水总量如下表所示(单位:亿米^3)：

年份	生活用水量	工业用水量	农业用水量	生态用水量
2008	729.3	1 397.1	3 663.5	120.2
2009	748.2	1 390.9	3 723.1	103.0

(1) 请根据表中的数据，绘制扇形统计图；

(2) 请根据表中的数据，绘制复式统计图，并说明 2008 年和 2009 年各类用水量的变化情况.

4. 甲、乙两家公司在 1 月至 8 月间的赢利情况统计图如图所示. 下面不正确的结论是(　　)



(第 4 题图)

(A) 甲公司的赢利正在下跌

(B) 乙公司的赢利在 1 月至 4 月间上升

(C) 在 8 月，两家公司获得相同的赢利

(D) 乙公司在 9 月的赢利必定比甲公司的多

5. 2008 年第 29 届北京奥林匹克运动会，获得奖牌数居前六名的国家情况如下表：

奖牌数 国家 / 奖牌类	中国	美国	俄罗斯	英国	德国	澳大利亚
金牌	51	36	23	19	16	14
银牌	21	38	21	13	10	15
铜牌	28	36	28	15	15	17
合计	100	110	72	47	41	46

（1）制作适当的统计图，表示各国获得的金牌的数目；

（2）制作适当的统计图，分别表示中国所获的各类奖牌数占前六名各类奖牌总数的百分比.

B 组

6. 下面是某地区近 5 年城镇居民与农村居民人均收入增速对比表：

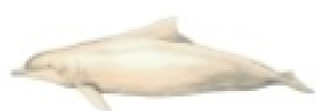
增速(%) 年份	2006	2007	2008	2009	2010
城镇	8.6	13.2	12.7	9.1	11
农村	10	10.6	14.1	12.6	14.5

（1）请根据表中的数据，绘制复式条形统计图；

（2）请根据表中的数据，绘制复式折线统计图，并说明该地区城镇居民与农村居民的人均收入的增速情况.

7. 请查阅有关资料查询我国下列 4 种稀有动物的数量，并选择合适的统计图表示这些数据.


东北虎


白鳍豚


金丝猴


大熊猫

（第 7 题图）

IT教室

用计算机制作统计图

请用合适的统计图表示某商店1—12月销售电视机的数量(单位:台):

20, 15, 8, 10, 11, 13, 16, 15, 10, 12, 8, 18.

打开Excel, 将这12个数分别输入A1至A12中, 选择这列数, 在【插入】菜单里单击【图表】, 默认为柱形图(如图1), 点击“完成”, 可得这组数据的柱形图[1] (如图2). 选择柱形图中的柱状部分, 单击右键选择【图表类型】(如图3), 可切换到其他类型的统计图(如图4的饼图[2]).

图1

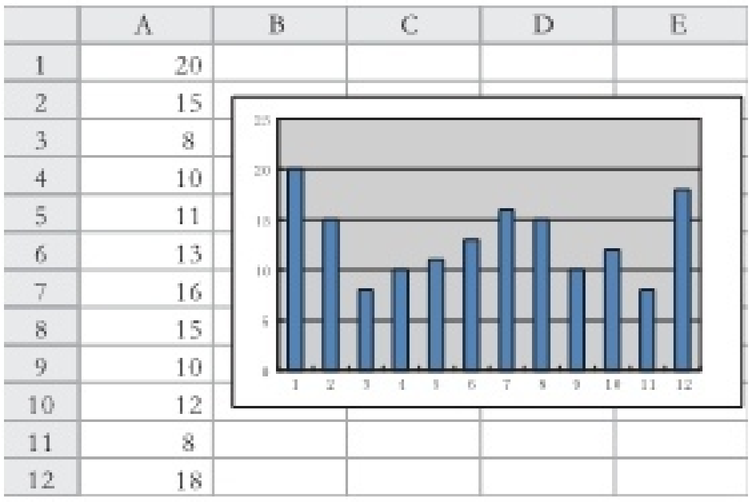


图2

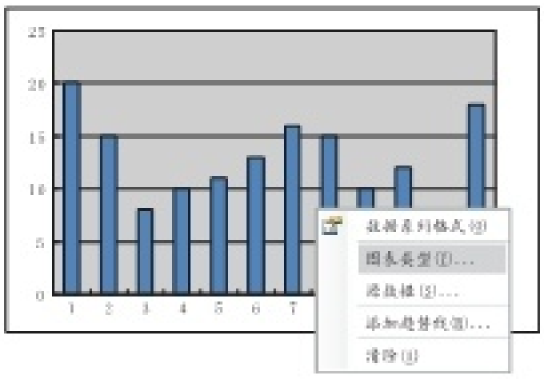


图3

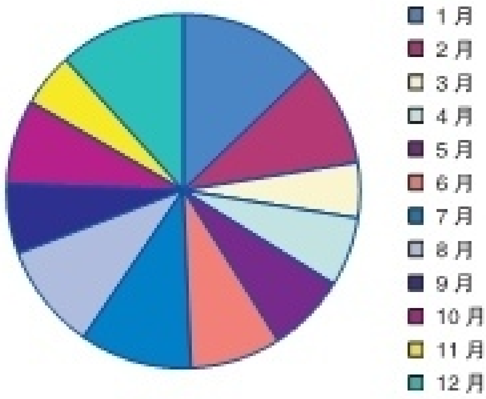


图4

① 柱形图即为条形统计图.

② 饼图即为扇形统计图.

小结与复习

回顾

1. 怎样收集数据？请举例说明.

2. 什么是总体、个体、样本、样本容量？请举例说明.

3. 举例说明什么是全面调查、抽样调查．为什么要进行抽样调查？

4. 举例说明什么是简单随机样本.

5. 常用的统计图有哪些类型？它们各有什么长处？请举例说明.

6. 如何画扇形统计图？

本章知识结构

注意

1. 全面调查和抽样调查是收集数据的两种方式，全面调查通过调查总体的每一个个体来收集数据，抽样调查通过调查总体中的部分个体来收集数据，它们各有优缺点.

2. 调查所得的数据可以通过统计表或统计图来表示，用统计图表示数据直观明了，不同的统计图有各自的长处，要根据调查的目的和数据的性质恰当地选择统计图.

复习题 5

A 组

1. 调查本组和相邻一组同学最喜欢参与的运动项目，并将人数填写在下表中. 根据表中的数据，你能得出什么结论？

体育项目	短跑	踢足球	打排球	打篮球	跳远	打乒乓球
人数						

2. 下面是某野生动物园内 40 只长颈鹿的高度表：

编号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
高度(cm)	283	305	470	394	450	365	403	322	238	271
编号	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
高度(cm)	330	368	255	458	384	200	307	290	393	381
编号	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
高度(cm)	245	406	425	368	373	309	421	388	392	499
编号	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
高度(cm)	306	228	341	305	408	337	308	209	370	423

请你根据上述数据完成下表：

高度 h(cm)	画记	所占百分比（%）
$200 \leqslant h < 250$		
$250 \leqslant h < 300$		
$300 \leqslant h < 350$		
$350 \leqslant h < 400$		
$400 \leqslant h < 450$		
$450 \leqslant h < 500$		

3. 下列调查工作需采用普查方式的是（　　）

（A）环保部门对长江某段水域的水污染情况的调查

（B）电视台对正在播出的某电视节目收视率的调查

（C）质检部门对各厂家生产的电池使用寿命的调查

（D）某小型企业给在职员工做工作服前进行尺寸大小的调查

4. 为了解七年级 1 000 名学生的体重情况，从中抽取了 300 名学生的体重进行统计. 有下列判断：①这种调查方式是抽样调查；②1 000 名学生的体重是总体；③每名学生的体重是个体；④300 名学生是总体的一个样本；⑤300 是样本容量. 其中正确的判断有（　　）

（A）1 个　　（B）2 个　　（C）3 个　　（D）4 个

5. 为了解本校学生对教师教学质量的满意程度，校长召集全校各班的学习委员开座谈会，了解他们的看法，你认为这样调查合理吗？为什么？

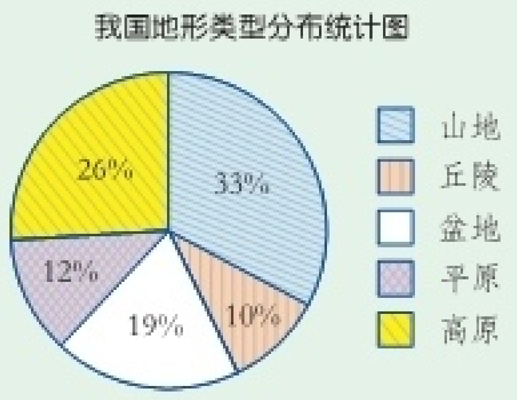
6. 飞飞想了解本校同学中午的用餐地点，于是他对自己所在班级的 12 名同学进行了调查，得到如下结果：

编号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
用餐地点	家里	学校食堂	饮食店	家里	家里	学校食堂	家里	家里	家里	家里	家里	饮食店

由此，飞飞认为自己学校的绝大多数同学中午用餐的地点是家里. 你认为飞飞的说法有道理吗？说说你的看法.

7. 某公司在甲、乙、丙、丁四个地区分别有 150 个，120 个，180 个，150 个销售点. 该公司为了调查产品的销售情况，需从这 600 个销售点中抽取一个容量为 100 的样本，你认为应该如何抽取样本才能使调查结果具有代表性？

8. 观察统计图，回答下列问题.



（第 8 题图）

(1) 我国地形分几类？哪类地形面积最小？

(2) 哪两类地形面积相差最小？分别占全国陆地总面积的百分比是多少？

(3) 哪类地形面积占全国陆地总面积的比例最大？

(4) 如果已知我国平原面积是 115.2 万千米^2，那么我国陆地的总面积是多少？

(5) 请由(4)求出我国丘陵面积.

9. 某校对该校七年级(1)班全体学生的血型做了一次全面调查，列表如下：

血型	A	B	AB	O
人数	12	10	5	23

请根据表中数据作出扇形统计图、条形统计图.

10. 下表是某地区 12~16 岁青少年平均身高的数据：

年龄 / 平均身高(cm) / 性别	12	13	14	15	16
男性	145.8	152.7	159.8	163.4	167.8
女性	147.4	153.4	155.2	156.1	157.2

请根据上表的数据，绘制复式折线统计图，并说明你能从中获得的信息.

B 组

11. 请你把自己和同桌同学最近一周(每周 5 天)每天所学习的英语新单词的数量进行统计，填入下表，并根据表中数据绘制出条形统计图.

星期 / 数据 / 人物	一	二	三	四	五
自己					
同桌					

12. 一家电脑生产商在某城市三家经销本厂产品的电脑城进行调查，发现产品的销量占这三家电脑城同类产品销量的 40%. 由此在广告中宣称，他们的产品占国内同类产品销售量的 40%. 请你根据所学的统计知识，判断该广告中的数据是否可靠，并说明理由.

13. 某市在中心城区范围内，选取重点示范小区发放问卷进行全市文明状况满意度调查，将调查结果的满意度分为不满意、一般、较满意、满意和非常满意五类，依次以红、橙、黄、蓝、绿五色标注. 回收、整理好全部问卷后，得到下面未画完整的统计图，其中标注橙色与黄色的问卷数之和占整个问卷总数的 15%. 结合图中所示信息，解答下列问题：

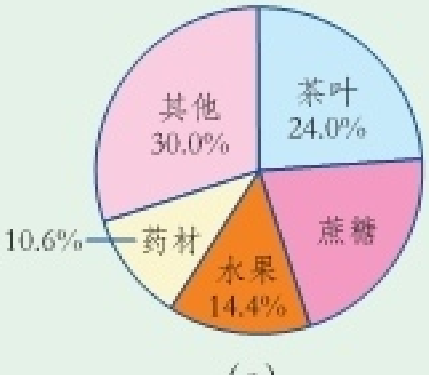
（1）此次发放的问卷总数是多少份？

（2）将图中标注绿色的部分补画完整，并标上相应的问卷数；

（3）此次调查结果的满意度能否代表该市文明状况满意度？

（第 13 题图）

14. 我省某地区结合本地自然条件，大力发展茶叶、蔗糖、水果、药材等产业，取得良好经济效益，经过多年发展，茶叶、蔗糖、水果、药材成了该地区重要产业. 图(a)，(b)是根据该地区去年各项产业统计资料绘制的两幅不完整统计图，请你根据统计图提供的信息解答以下问题：



(a)

(b)

（第 14 题图）

（1）该地区去年各项产业的总产值共为 __________ 元；

（2）将图(b)中蔗糖部分的条形图补充完整.

C 组

15. 如果你想了解你所在学校七至九年级学生的身高、体重情况，你将怎么办？写出你的计划(要求计划简单、可行).

16. 图(a)是某公司办公室人员小王绘制的折线统计图. 总经理看后觉得不能吸引股东继续投资，要求绘成如图(b)的形式.

(第 16 题图)

你觉得图(b)这样的统计图有误导成分吗？为什么？

数学词汇汉英对照表

（按词汇所在页码出现的先后排序）

后　记

本册教科书是依据教育部颁布的《义务教育数学课程标准》（2011年版），在原实验教科书的基础上修订而成的，经国家基础教育课程教材专家工作委员会2012年审查通过.

本书在修订过程中，吸收了基础教育课程改革实验的优秀成果，凝聚了参与课程改革实验的广大数学家、数学课程专家、教研人员以及一线教师的集体智慧，一大批数学教师为本书的修订提出了宝贵的意见. 在此，对所有为本次修订提供过帮助和支持的社会各界朋友表示衷心的感谢.

在本书出版之前，我们通过多种渠道与教科书所选用资料和图片的作者进行了联系，得到了他们的大力支持. 对此，我们表示诚挚的感谢！但仍有部分作者未能取得联系，恳请这些作者尽快与我们联系，以便支付稿酬.

教材建设是一项长期的任务，我们真诚地希望广大教师、学生及家长在使用本册教科书的过程中提出宝贵意见，并将这些意见和建议及时反馈给我们. 让我们携起手来，共同完成义务教育教科书建设这一光荣的使命！

湖南教育出版社

2012年5月

义务教育教科书

数 学

七年级上册

责任编辑：邹楚林

美术编辑：熊玉心

湖南教育出版社出版（长沙市韶山北路443号）

电子邮箱：hnephmath@126.com

客服电话：0731－85486796

湖南出版中心重印

湖南省新华书店发行

湖南天闻新华印务有限公司印装

787×1092　16开　印张：11　字数：190000

2003年6月第1版　2021年5月第2版第11次印刷

印数：1—450 000册

ISBN 978－7－5355－3940－3

定价：10.52元（2021秋）