

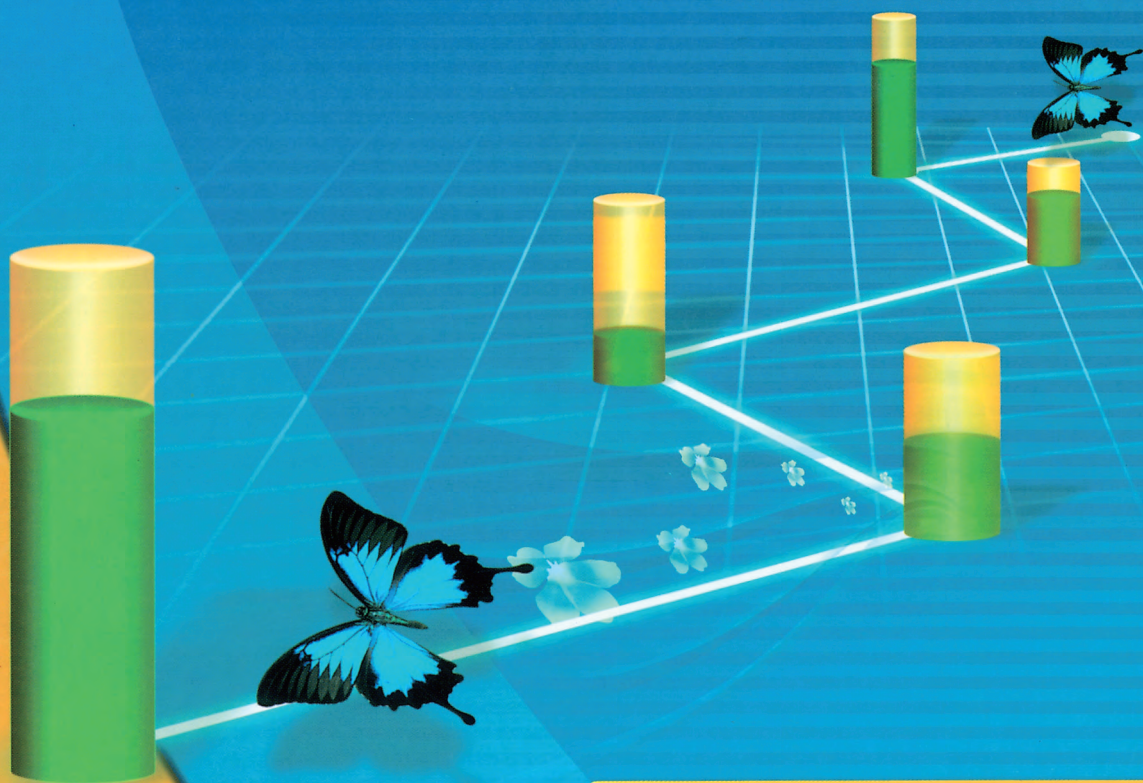


义务教育教科书

七年级上册

数学

SHUXUE



浙江教育出版社

义务教育教科书

数 学

七年级上册

SHUXUE

本册教科书编写人员

实验版（2004～2011）

主 编 范良火

副 主 编 岑 申 张宝珍

编写人员 范良火 金才华 金克勤 王亚权
徐鸿斌 岑 申 许芬英 王利明

2012年版

主 编 范良火

副 主 编 岑 申 张宝珍 许芬英

编写人员 范良火 金才华 许芬英 金克勤
巩子坤 王亚权 岑 申 王利明

浙江教育出版社

前言

亲爱的同学：

当这册数学教科书放在面前时，你又开始了一段新的数学学习之旅。

翻开新书，你会感受到数学世界的精彩：**有理数，实数，代数式，一元一次方程，图形的初步知识**……把数的范围扩充，引入有理数和实数，既是实际的需要，也是为以后的学习奠定基础；代数式的学习，能给我们提供新的数学思想和工具来表达和处理一般的数量表示及其关系，也为一元一次方程的学习作必要的准备；图形的初步知识将引导你进一步观察现实世界中图形的关系，感受其中的奥秘。

翻开新书，你会领略到数学学习的乐趣：“合作学习”，让你与同伴一起探索新的数学知识、新的数学方法；“探究活动”，使你亲身经历知识的发生过程，体验“发现”的快乐；“阅读材料”帮助你了解许多有趣的数学史实，开阔你的数学视野；而“设计题”和“课题学习”，则为你提高分析和解决问题的能力，并在数学中进行探索、实践和创新提供了机会。

数学是最重要的基础学科，是学习物理、化学、地理、生物、经济等学科的必备知识；数学也能培养我们的思考能力，能使人思维缜密、思路清晰，增强逻辑性和精确性；数学更是认识世界，把握事物本质的科学，具有简洁之美、朴素之真，具有无穷的魅力。

数学是严肃的，它需要学习者有足够的勤奋和毅力；但数学也并不神秘，只要有充分的兴趣和良好的方法，每个人都可以学好它。

这套教科书是按照教育部最新制订的《义务教育数学课程标准》（2011年版）编写的，7~9年级共6册。我们殷切希望它能成为你的朋友，能够帮助你掌握数学知识，提高数学能力，欣赏数学魅力，享受学习兴趣。祝你学习快乐，学业进步！

编者

目 录



第1章 有理数

2



第2章 有理数的运算

24



第3章 实数

66



第4章 代数式

86



第5章 一元一次方程

112



第6章 图形的初步知识

140

第1章

有理数

目录

CONTENTS <<

1.1 从自然数到有理数	4
● 阅读材料 中国古代在数的发展方面的贡献	11
1.2 数轴	12
1.3 绝对值	15
1.4 有理数的大小比较	18
● 小结	21
● 目标与评定	22

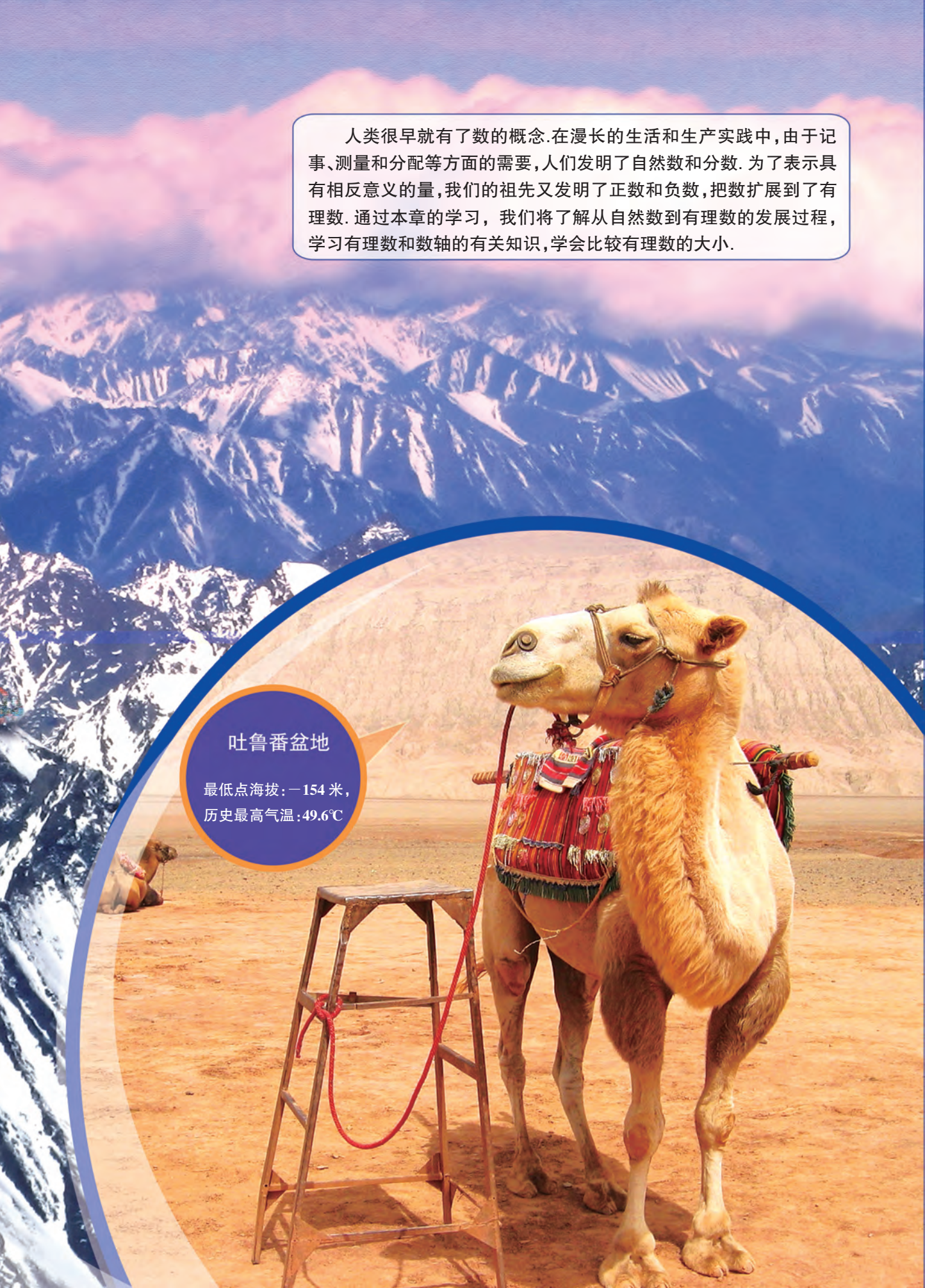
珠穆朗玛峰

最高点海拔:8848.86 米,
历史最低气温: -60°C

人类很早就有了数的概念.在漫长的生活和生产实践中,由于记事、测量和分配等方面的需要,人们发明了自然数和分数.为了表示具有相反意义的量,我们的祖先又发明了正数和负数,把数扩展到了有理数.通过本章的学习,我们将了解从自然数到有理数的发展过程,学习有理数和数轴的有关知识,学会比较有理数的大小.

吐鲁番盆地

最低点海拔: -154 米,
历史最高气温: 49.6℃



1.1 从自然数到有理数



我国的长城始建于公元前 7 世纪,前后修造了 2 000 余年.明长城从山海关到嘉峪关,实际长度为 5 130 千米(合一万零二百六十里),故被称为万里长城.

1

在小学里我们已经学过自然数 $0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots$. 自然数在计数和测量中有着广泛的应用,如节前语中,我国长城“修造了 2 000 余年”,“实际长度为 5 130 千米”等.

人们还常常用自然数来给事物标号或排序,如城市的公共汽车路线,门牌号码,邮政编码,节前语中的“我国的长城始建于公元前 7 世纪”等.



我们还学习过分数和小数,它们是由于测量和分配等实际需要而产生的.

做一做

ZUOYIZUO

1. 小华和她的 7 位朋友一起过生日,要平均分享一块生日蛋糕,每人可得多少蛋糕?
2. 小明的身高是 168 厘米,如果改用米作单位,应怎样表示?

分数可以看做两个整数相除,例如, $\frac{3}{5} = 3 \div 5 = 0.6$, $\frac{1}{3} = 0.\dot{3}$, 因此分数都可以化为小数. 分数在化成小数时,结果可能是有限小数,也可能是无限循环小数. 反过来,我们在小学里学过的小数(π 除外)也都可以化为分数,例如, $1.31 = 1\frac{31}{100}$, $0.006\ 2 = \frac{62}{10\ 000} = \frac{31}{5\ 000}$.

伴随着数的概念而来的是数的运算,数的运算是人们分析、判断和解决实际问题的重要手段.

请讨论下列问题.

1. 如图 1-1.

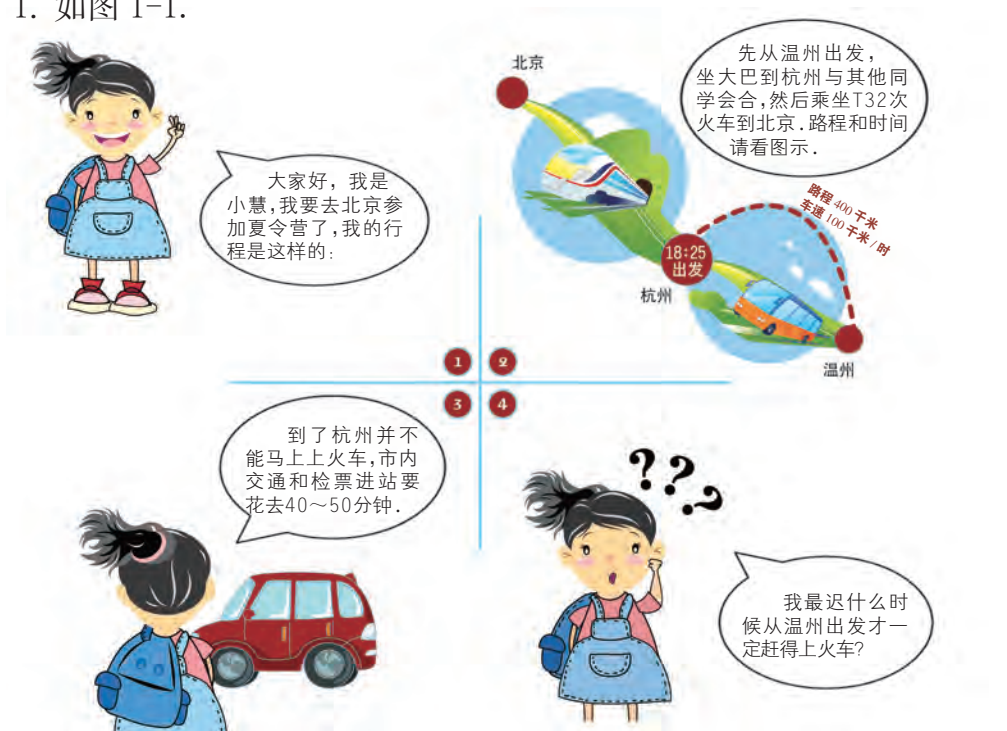


图 1-1

你能帮小慧列出算式吗? 如果用自然数怎样列算式? 用分数呢?

2. 夏令营结束后, 小慧想买一张从北京直达温州的火车票, 车次和票价如下表.

车次	出发—到达	发时—到时	运行时间	参考票价
K101	北京—温州	23:16—05:10	1 天 5 小时 54 分	硬卧上 391 元, 硬卧中 405 元, 硬卧下 418 元
D365	北京南—温州南	07:50—20:32	12 小时 42 分	二等软座 586 元

小慧原打算买一张 K101 次硬卧下的车票, 这样她还剩 160 元. 后来小慧想改买 D365 次列车的二等软座票, 小慧的钱够吗?

根据我们已有的经验,上述问题 2 可以列下面的算式求解:

$$418 + 160 - 586 = 578 - 586.$$

算式中被减数小于减数,在这种情况下,能否进行运算? 运算的结果是什么?



课内练习

KENEILIANXI



(第 1 题)

1. 鸟类中最大的蛋是鸵鸟蛋,一个鸵鸟蛋的质量大约是 1 500 克. 如果改用千克作单位,应怎样表示鸵鸟蛋的质量?
2. 一张课桌桌面的长与宽大约是几米? 先估计,然后量一量,与你的同伴比一比,看谁的估计更准确些. 请算一算,宽是长的百分之几?
3. 请举一个实际例子,说明只有自然数、分数还不能满足人们生活和生产实际的需要.



作业题

ZUOYETI



1. 请阅读下面这段报道:



(第 1 题)

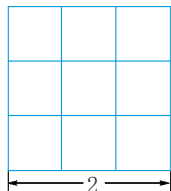
杭州湾跨海大桥于 2008 年 5 月 1 日全线通车. 这座 6 车道公路斜拉桥设计日通车量为 8 万辆,时速 100 千米/时,全长 36 千米,使用年限为 100 年,是当时世界上最长、工程量最大的跨海大桥.

你在这段报道中看到了哪些数? 请找出这些数,并说明它们哪些表示计数和测量,哪些表示标号或排序.

2. 一种商品有两种不同规格的包装,其容积和价格如图所示. 请问哪一种包装每毫升的价格比较低?
3. 如图所示的正方形的边长为 2, 用分数表示下列各图形的面积.



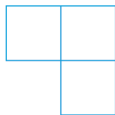
(第 2 题)



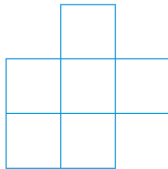
(第 3 题)



(1)



(2)



(3)

4. 因燃油涨价,从城市 A 到城市 B 的货运价格上调了 15%,三个月后又因燃油价格的回落而重新下调 15%. 问下调后的货运价格与上涨前相比,有变化吗? 是贵了,还是便宜了?

- B** 5. 商店里有单价分别为 1 元,1 元 5 角,2 元 2 角三种贺年卡. 小明每种先买了 5 张,为了凑成整元,小明又买了 1 张贺年卡.

- (1) 用元作单位,各种贺年卡的单价应怎样表示?
(2) 小明一共支付了多少钱?

2

在日常生活和生产实践中,我们经常会遇到具有相反意义的量. 如表示温度有“零上”和“零下”,水位变化有“升高”和“降低”,经营情况有“盈利”和“亏损”等等. 为了表示具有相反意义的量,我们把一种意义的量规定为正,用大于零的数,如 123, 36, $\frac{3}{5}$, 1.31 等来表示,这样的数就叫做**正数**(positive number). 正数前面可以放上正号“+”来表示(常省略不写);把另一种与之意义相反的量规定为负,用大于零的数前面放上负号“-”来表示,如 -233, -60, $-\frac{2}{3}$, -0.5 等,这样的数就叫做**负数**(negative number).

我们把 1, 2, 3, 4, … 称为正整数; -1, -2, -3, -4, … 称为负整数;
 $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $1\frac{3}{4}$, 4.5, … 称为正分数; $-\frac{1}{2}$, $-\frac{2}{3}$, $-1\frac{3}{4}$, -4.5, … 称为负分数.

0 既不是正数,也不是负数.

做一做

ZUOYIZUO

1. (口答)读出下列各数,它们各是哪一类数?

$$7, -7.46, 0, +\frac{50}{7}, -\frac{2}{3}.$$

2. 填空:

- (1) 规定盈利为正. 某公司去年亏损了 2.5 万元,记做_____万元,今年盈利了 3.2 万元,记做_____万元.
(2) 规定海平面以上的海拔高度为正. 新疆乌鲁木齐市高于海平面 918 米,记做海拔_____米;吐鲁番盆地最低点低于海平面 154 米,记做海拔_____米.



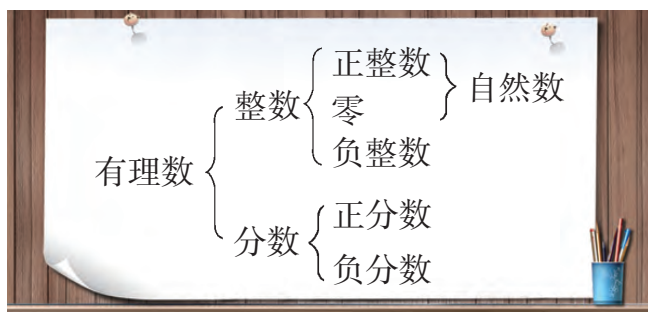
(第 2(2)题)

3. 判断表中各数分别属于哪一类数,在相应的空格内打“√”.

	整数	正整数	自然数	负整数	分数	正分数	负分数
25							
0							
20 012	✓	✓	✓				
-7							
$\frac{21}{13}$							
$0.\dot{6}$							
$-\frac{5}{9}$							
-61.3							

正整数、零和负整数统称**整数**(integer),正分数、负分数统称**分数**(fraction).

整数和分数统称**有理数**(rational number).



例 下列给出的各数,哪些是正整数? 哪些是负整数? 哪些是正分数? 哪些是负分数? 哪些是整数? 哪些是分数? 哪些是有理数?

$$-8.4, 22, +\frac{17}{6}, 0.33, 0, -\frac{3}{5}, -9.$$

解 22 是正整数; -9 是负整数; $+\frac{17}{6}, 0.33$ 是正分数; $-8.4, -\frac{3}{5}$ 是负分数; $22, 0, -9$ 是整数; $-8.4, +\frac{17}{6}, 0.33, -\frac{3}{5}$ 是分数; 所给各数均为有理数.



课内练习

KENEILIANXI

1. 填空:

- (1) 汽车在一条南北走向的高速公路上行驶,规定向北行驶的路程为正.汽车向北行驶 45 km,记做_____km(或_____km),汽车向南行驶 60 km,记做_____km.
- (2) 如果银行账户余额增加 50 元记为 50 元,那么 -30.50 元表示_____.
- (3) 规定增长的百分比为正,增加 25% 记做_____, -12% 表示_____.
- (4) 规定温度零上为正,月球白天气温高达零上 123℃,记为_____,夜晚气温低至零下 233℃,记为_____. 图中阿波罗 11 号宇航员登上月球后不得不穿着既御寒又防热的太空服.



(第 1(4)题)

2. 判断表中各数分别是什么数,在相应的空格内打“√”.

	正数	正整数	正分数	负数	负整数	负分数	有理数
2 003	✓	✓					✓
$\frac{4}{3}$							
-4.9							
0							
-12							



作业题

ZUOYETI

A 1. 填空:

- (1) 某校举行“生活中的科学”知识竞赛,若将加 200 分记为 +200 分,则扣 200 分记为_____分.
- (2) 记运入仓库的大米吨数为正,则 -3.5 吨表示_____, 2.5 吨表示_____.
- (3) 如果 +3 表示转盘沿逆时针方向转 3 圈,那么 -6 表示_____.
- (4) 规定海面以上的高度为正,则海鸥在海面以上 2.5 米处,可记为_____;鱼在海面以下 3 米处,可记为_____;海面的高度可记为_____.



(第 1(4)题)

2. 把下列各数填入相应的横线内:

$-2.7, 15, \frac{5}{6}, 0.11, 0, -\frac{12}{13}, -21, +9.87, +69, +\frac{4}{7}, 0.99.$

正整数: _____;

负整数: _____;

正分数: _____;

负分数: _____;

正有理数: _____;

负有理数: _____.

3. 任意写出两个自然数,两个负整数,一个正分数和两个负分数.

- B** 4. 甲、乙两家小店分别记录了一周内各天累计收支情况,如下表(记收入为正,单位:元).

星期 小店	一	二	三	四	五	六	日	结余
甲	512	630	551	-4 200	805	1 200	-200	-702
乙	801	-3 050	620	882	-150	1 560	800	1 463

根据上表回答下列问题:

- 说出“甲店”这一行中 512, -4 200, 1 200 各数的实际意义.
 - 说出“星期五”这一列中 805, -150 的实际意义.
 - 说出“结余”一列中 -702, 1 463 的实际意义.
5. 下列各数中,哪些数是负数而不是整数? 哪些数是整数而不是负数? 哪些数既是负数,又是整数?

$-3, -\frac{6}{7}, 5, -5.1, 0, -1.$



SHEJITI

人类在漫长的生活实践中,由于记事和分配物品等方面的需要,逐渐产生了数的概念.我国古代《易经》一书中有“结绳而治”的记载.现在我们已经认识了自然数、分数、整数、负数和有理数等.你了解这些数的由来与发展吗?请到图书馆、上互联网等查找有关数的发展史的资料,写一篇数学小论文,介绍数的由来与发展.

中国古代在数的发展方面的贡献

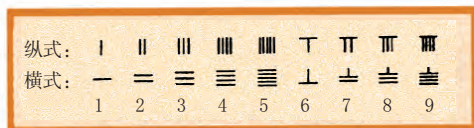
我国在数的发展史上有辉煌的成就. 图 1-2 给出的是商周时代刻在甲骨上的 13 个数字, 用这 13 个数字就可以表示相当大的数. 中国古代的算筹计数法可追溯到公元前 5 世纪. 算筹是竹制的小棍, 也有骨制的, 摆法有纵式和横式两种(如图 1-3). 以算筹计数的方法是摆个位为纵, 十位为横, 百位为纵, 千位为横……这样纵横依次交替, 零以空格表示. 如 3 257 就表示成 $\equiv \parallel \equiv \Pi$.



▲ 商周时代刻在甲骨上的13个数字

图 1-2

我国还是最早使用负数的国家, 早在西汉(公元前 206~公元 25 年)初年, 人们就用红色算筹来记收入的钱数, 用黑色算筹来记支出的钱数. 东汉初(公元 1 世纪), 在我国著名的数学书《九章算术》中, 明确提出了“正负术”. 后来, 魏晋时期的数学家刘徽(约公元 3 世纪)曾为此作了这样的注释:“正算赤、负算黑, 否则以邪正为异.” 用现代语言来说就是:“用红色表示正, 用黑色表示负, 否则用直放与斜放来表示正负数的区别.” 宋代以后出现了笔算, 用红黑数码分别表示正、负数, 或在个位数划上斜线以表示负数. 如“ $-III = \text{斜线 III}$ ”表示 -1 824, “ $III \equiv \text{斜线 IV}$ ”表示 -346. 后来由于黑色成为主要的书写色, 才演变成用黑色数字表示收入. 今天, 人们常用“赤字”这一词语来表示财政上的亏空.



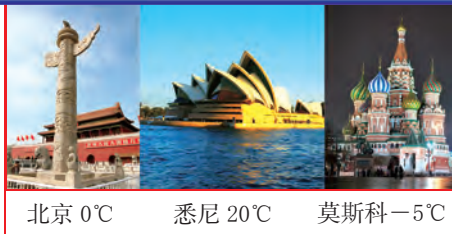
▲ 古代算筹计数摆法

图 1-3



▲ 古代象牙算筹

1.2 数 轴



某一天,北京、悉尼、莫斯科三个城市的最低气温分别是 0°C , 20°C , -5°C . 它们在温度计上怎样表示?

观察图 1-4 的温度计,回答下列问题:

- (1) 点 A 表示多少摄氏度? 点 B 呢? 点 C 呢?
- (2) A, B, C 三点所表示的温度哪个高? 哪个低?

温度计上的刻度,使我们能方便地读出温度的度数,直观地判断温度的高低. 类似地,我们可以用直线上的点来表示数.

画一条直线(一般画成水平的),在直线上任取一点 O 作为原点,表示数 0 ; 规定直线的一个方向(一般取从左到右的方向)为正方向,用箭头表示,相反的方向为负方向;再取适当的长度为单位长度(如图 1-5).

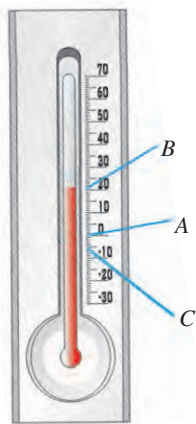


图 1-4

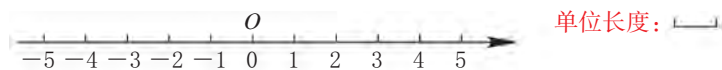


图 1-5

像这样规定了**原点**(origin)、**单位长度**(unit length)和**正方向**(positive direction)的直线叫做**数轴**(number line).

任何一个有理数都可以用数轴上的点表示.

例1 如图 1-6,数轴上点 A, B, C, D 分别表示什么数?

解 点 A 表示 -5 , 点 B 表示 -1 , 点 C 表示 0 , 点 D 表示 3.5 .

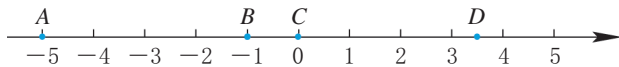


图 1-6

例2 在数轴上表示下列各数:

- (1) 0.5 , $-\frac{5}{2}$, 0 , -4 , $\frac{5}{2}$, -0.5 , 1 , 4 .

(2) 200, -150, -50, 100, -100.

解 (1) 如图1-7.



图 1-7

(2) 如图1-8.

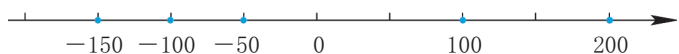


图 1-8

想一想

-4 与 4 有什么相同与不同之处? 它们在数轴上的位置有什么关系? $-\frac{5}{2}$ 与 $\frac{5}{2}$, -0.5 与 0.5 呢?

如果两个数只有符号不同,那么我们称其中一个数为另一个数的**相反数**(opposite number),也称这两个数互为相反数. 比如, $-\frac{5}{2}$ 的相反数是 $\frac{5}{2}$, 4 和 -4 是互为相反数. 注意, **0 的相反数是 0**.

在数轴上,表示互为相反数(0 除外)的两个点,位于原点的两侧,并且到原点的距离相等.

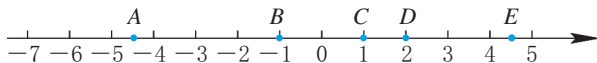
例如,表示 -100 和 100 的点分别位于原点的左侧和右侧,到原点的距离都是 100 个单位长度.



课内练习

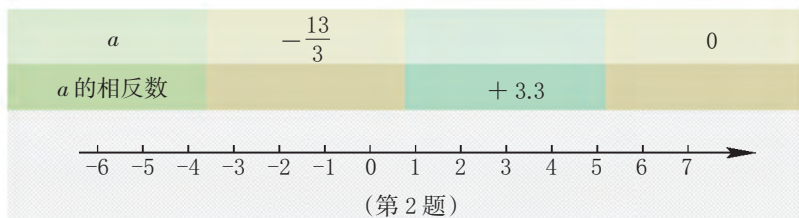
KENEILIANXI

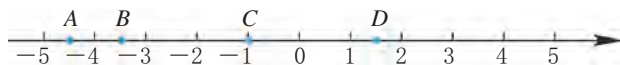
- 如图,数轴上点 A, B, C, D, E 分别表示什么数? 其中哪些数是互为相反数?



(第 1 题)

- 在下表的空格中填入适当的数,并把这些数表示在数轴上.



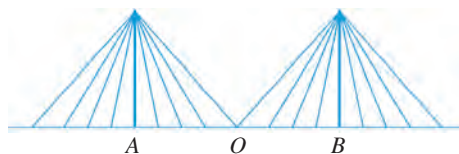
**A** 1. 在数轴上表示下列各数:(1) $-2.2, -4, 0.3, -\frac{13}{4}$. (2) $-600, 300, 0, 1\ 200$.2. 如图,数轴上点 A, B, C, D 分别表示什么数? 点 A 距原点几个单位长度? 点 B 呢?

(第2题)

3. 填空:

(1) $-\frac{4}{3}$ 的相反数是 _____; 数 a 的相反数是 _____.

(2) 一个数的相反数是 34, 那么这个数是 _____.

4. 求 $5, 0, -\frac{9}{2}$ 的相反数, 并把这些数及其相反数表示在数轴上.**B** 5. 如图,上海杨浦大桥上有 A, B 两点, 这两点间的距离为 602 米.(1) 如果以 AB 的中点 O 为原点, 向右为正方向, 取适当的单位长度画数轴, 那么 A, B 两点在数轴上所表示的数是互为相反数吗?(2) 如果以点 A 为原点, 那么点 B 所表示的数是多少?

(第5题)



上海杨浦大桥, 建成于 1993 年, 主桥长 1 172 米, 是当时世界上最长的斜拉桥.

6. 数轴上的一个点在点 -2.5 的右边, 相距 4 个单位长度. 求这个点所表示的数.

1.3 绝对值

城市里出租车一般按实际载客行驶的里程收费,与行驶的路线、方向无关.



1. 甲、乙两辆出租车在一条东西走向的街道上行驶,记向东行驶的里程数为正. 两辆出租车都从 O 地出发, 甲车向东行驶 6 km 到达 A 处, 记做 _____ km , 乙车向西行驶 6 km 到达 B 处, 记做 _____ km .

以 O 为原点, 取适当的单位长度画数轴, 并在数轴上标出 A, B 的位置, 则 A, B 两点与原点的距离分别是多少? 它们的实际意义是什么?

2. 数轴上表示 -5 和 5 的点到原点的距离分别是多少? 表示 $-\frac{3}{4}$ 和 $\frac{3}{4}$ 的点呢?

我们把一个数在数轴上对应的点到原点的距离叫做这个数的**绝对值** (absolute value). 例如, 数轴上表示 -5 的点到原点的距离是 5 , 所以 -5 的绝对值是 5 , 记做 $|-5|=5$. 同理, 5 的绝对值也是 5 , 记做 $|5|=5$. 一个数 a 的绝对值表示为 $|a|$.

例1 求下列各数的绝对值:

$$-1.6, \frac{8}{5}, 0, -10, +10.$$

解 $|-1.6|=1.6$; $|\frac{8}{5}|=\frac{8}{5}$; $|0|=0$;
 $|-10|=10$; $|+10|=10$.

一个正数的绝对值是它本身；一个负数的绝对值是它的相反数；0 的绝对值是 0. 互为相反数的两个数的绝对值相等.

做一做

ZUOYIZUO

(口答)说出下列各数的绝对值:

-7 , -2.05 , 0 , $1\,000$, $\frac{7}{9}$.

注意

任何数的绝对值大于或等于 0.

例2 求绝对值等于 4 的数.

解 因为数轴上到原点的距离等于 4 个单位长度的点有两个 (如图 1-9), 即表示 $+4$ 的点 P 和表示 -4 的点 M , 所以绝对值等于 4 的数是 $+4$ 和 -4 .

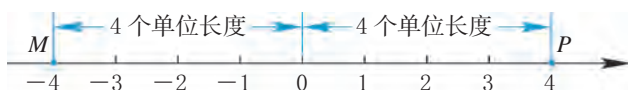


图 1-9

课内练习

KENEILIANXI

1. 填表:

	相反数	绝对值
21		
0		
$-\frac{3}{4}$		

2. 画一条数轴, 在数轴上分别标出绝对值是 6, 1.2, 0 的数.

3. 举一个生活中的实际例子, 说明解决某些问题只需考虑数的绝对值.

4. 计算:

(1) $|-9| + |+1|$.

(2) $|-10| - |-8|$.



- A** 1. 在数轴上表示下列各数,并求出它们的绝对值.

$$-1, 0, 7\frac{3}{4}, -12, 1.8.$$

2. 计算:

$$(1) |-19| + |11|.$$

$$(2) \left| \frac{2}{3} \right| - \left| -\frac{1}{2} \right|.$$

3. 下面的说法对吗? 如果不对,应如何改正?

- (1) 一个数的绝对值一定是正数.
- (2) 一个数的绝对值不可能是负数.
- (3) 绝对值是同一个正数的数有两个,它们互为相反数.

4. (1) 一个数的绝对值是它本身,这个数是什么?
(2) 一个数的绝对值等于它的相反数,这个数是什么?

- B** 5. 一辆出租车从 A 站出发,先向东行驶 12 km,接着向西行驶 8 km,然后又向东行驶 4 km.

- (1) 画一条数轴,以原点表示 A 站,向东为正方向,在数轴上表示出租车每次行驶的终点位置.
- (2) 求各次路程的绝对值的和. 这个数据的实际意义是什么?

- C** 6. 写出数轴上到 -3 的距离等于 2 的数.

1.4 有理数的大小比较



各地的气象站可以测出该地每天的气温. 节前图是位于珠穆朗玛峰的自动气象站照片.

图 1-10 表示某一天我国五个城市的最低气温.



图 1-10

比较这一天下列城市间最低气温的高低(填“高于”或“低于”):

广州_____上海; 上海_____北京; 北京_____哈尔滨;
哈尔滨_____武汉; 武汉_____广州.

把表示上述五个城市这一天最低气温的数表示在数轴上. 观察这五个数在数轴上的位置, 你发现了什么? 温度的高低与相应的数在数轴上的位置有什么关系?

一般地, 我们有:

在数轴上表示的两个数, 右边的数总比左边的数大.

正数都大于 0, 负数都小于 0, 正数大于负数.

例1 在数轴上表示数 $5, 0, -4, -1$, 并比较它们的大小, 将它们按从小到大的顺序用“ $<$ ”连接.

解 $5, 0, -4, -1$ 在数轴上表示如图 1-11.

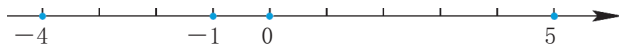


图 1-11

将它们按从小到大的顺序排列为 $-4 < -1 < 0 < 5$.

(1) 在数轴上表示下列各对数,并比较它们的大小.

① 2 和 7;

② -6 和 -1;

③ -6 和 -36;

④ $-\frac{1}{2}$ 和 -1.5.

(2) 求上述各对数的绝对值,并比较它们的大小.上面各对数的大小与它们的绝对值的大小有什么关系?

我们有以下结论:

两个正数比较大小,绝对值大的数大;两个负数比较大小,绝对值大的数反而小.

例2 比较下列每对数的大小,并说明理由.

(1) 1 与 -10. (2) -0.001 与 0. (3) $-\frac{3}{4}$ 与 $-\frac{2}{3}$.

解 (1) $1 > -10$ (正数大于负数).

(2) $-0.001 < 0$ (负数都小于零).

(3) $\because \textcircled{1} \left| -\frac{3}{4} \right| = \frac{3}{4} = \frac{9}{12}, \left| -\frac{2}{3} \right| = \frac{2}{3} = \frac{8}{12},$

$\therefore \left| -\frac{3}{4} \right| > \left| -\frac{2}{3} \right|,$

$\therefore -\frac{3}{4} < -\frac{2}{3}$ (两个负数比较大小,绝对值大的数反而小).



1. 把下面各组数表示在数轴上,并按从小到大的顺序用“<”连接.

(1) -7, -3, -1.

(2) 5, 0, $-4\frac{1}{2}$, -2.

2. 比较下面各对数的大小,并说明理由.

① 符号“ $\because$ ”读做“因为”,符号“ $\therefore$ ”读做“所以”.

(1) $\frac{5}{6}$ 与 $\frac{1}{6}$.

(2) -3 与 $+1$.

(3) -1 与 0 .

(4) $-\frac{1}{2}$ 与 $-\frac{1}{4}$.

3. 绝对值最小的有理数是_____；绝对值最小的自然数是_____；
绝对值最小的负整数是_____.

4. 利用数轴求大于 -9 并且小于 3.2 的整数.



作业题

ZUOYETI

A 1. 在数轴上表示数 $+7, -1, 0, 0.5, -\frac{7}{2}$.

(1) 比较这些数的大小,用“ $<$ ”连接.

(2) 求这些数的相反数,并将这些相反数用“ $<$ ”连接.

(3) 求这些数的绝对值,并将这些绝对值用“ $>$ ”连接.

2. 用“ $>$ ”或“ $<$ ”填空:

(1) -6 _____ -4 .

(2) $|-3.5|$ _____ $|-3|$.

(3) 0 _____ -9 .

(4) $|-1|$ _____ 0 .

(5) $-\frac{2}{3}$ _____ $-\frac{5}{7}$.

3. 判断下列式子哪些是正确的.

(1) $2 > -4 > -1$.

(2) $2 > -1 > -4$.

(3) $-4 < -1 < 2$.

B 4. 下列说法正确吗?为什么?

(1) 任何有理数小于或等于它的绝对值.

(2) 任何有理数必定大于它的相反数.

5. 利用数轴求大于 $-\frac{7}{2}$,并且不大于 7 的整数.

6. 你能写出绝对值小于 π 的所有整数吗?请试一试.

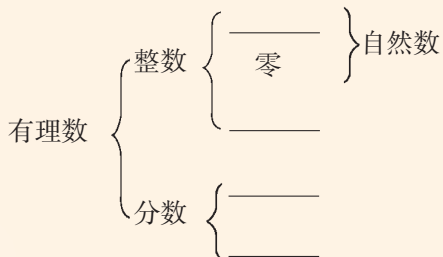


小结^❶

XIAOJIE

填空

1. 有理数的分类.



2. 规定了_____、_____和_____的直线,叫做数轴.

如果两个数只有符号不同,那么我们称这两个数为_____. 0的相反数是_____.

在数轴上,表示互为相反数的两个点(0除外)位于原点的_____,并且到_____的距离相等.

在数轴上,一个数的绝对值就是表示这个数的点到原点的_____.

正数的绝对值是_____,负数的绝对值是_____,0的绝对值是_____.

3. 在数轴上表示的两个数,右边的数总比左边的数_____.

正数都大于_____,负数都小于_____,正数大于_____.

两个正数比较大小,绝对值_____的数大;两个负数比较大小,绝对值_____的数反而小.

 **填表** (根据你对本章技能的学习情况,在相应学会程度处打“√”.在本章中你还学到了哪些技能?把它们填在表中).

技能内容	学会程度		
	学 会	基本学会	不 会
画数轴			
在数轴上表示有理数			
求一个数的相反数			
求一个数的绝对值			
比较有理数的大小			

❶ 为了帮助你复习,本套教科书把小结的过程设计成填空和填表的形式.

目标与评定^①

MUBIAOYUPINGDING

目标A

1.1 节
1.2 节 1.3 节

- 了解从自然数到有理数的发展过程.
- 理解有理数的意义,能用数轴上的点表示有理数.
- 借助数轴理解相反数和绝对值的意义,掌握求有理数的相反数与绝对值的方法.

1. 你能举两个不同的例子说明自然数的应用吗?
2. 计算 $3.69 \div 6.15$, 结果用分数表示是多少? 用小数表示是多少?
3. 先估计你家一个房间的长和宽大约是多少米, 然后量一量. 你的估计准确性如何? 算一算, 宽是长的百分之几?
4. 仔细思考下面各对量:
 - ① 胜二局与负三局;
 - ② 气温升高 3°C 与气温为 -3°C ;
 - ③ 盈利 3 万元与支出 3 万元;
 - ④ 甲、乙两支篮球队举行了两场篮球比赛, 甲、乙两队的比分分别为 65:60 与 60:65.其中具有相反意义的量有_____.
5. 在数轴上表示数 $-\frac{7}{3}$, 0.5, 6 和它们的相反数, 并求出这些数的绝对值.
6. 填空:
 - (1) 0 的相反数是_____, 绝对值是_____.
 - (2) 5.1 的相反数是_____, 绝对值是_____.
 - (3) $|-5| + |-4| =$ _____, $|5| - |-4| =$ _____.
7. 哪些数的相反数与绝对值相等?

目标B

1.4 节

- 能比较有理数的大小.

8. 利用数轴比较下列各组数的大小, 并用“ $<$ ”连接.
 - (1) $-\frac{7}{4}$, 2, -1.4, 3.
 - (2) $-\frac{7}{4}$, 2, -1.4, 3 这四个数的绝对值.

① “目标与评定”是对本章内容目标的学习达成情况的自我评定. 通过自测, 了解自己在学习过程中, 哪些方面还需进一步提高, 在学习方法上还需作哪些改进.

(3) $-\frac{7}{4}, 2, -1.4, 3$ 这四个数的相反数.

9. 比较下列各对数的大小:

(1) -100 与 0.1 . (2) $-\frac{7}{13}$ 与 $-\frac{5}{12}$.

10. 绝对值小于 4.1 的整数有几个? 你能写出这些整数吗? 请试一试.

11. 如图, 数轴的单位长度为 1.



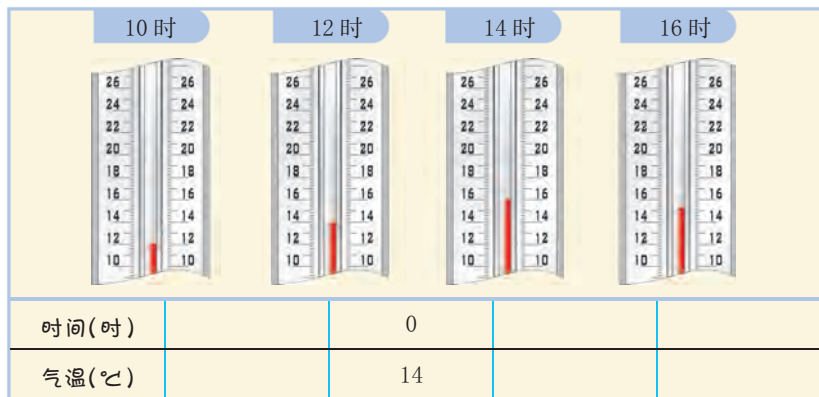
(第 11 题)

- (1) 如果点 P, T 表示的数是互为相反数, 那么点 S 表示的数是多少?
 (2) 如果点 R, T 表示的数是互为相反数, 那么点 S 表示的数是正数, 还是负数? 图中表示的五个点中, 哪一点表示的数的绝对值最大? 为什么?

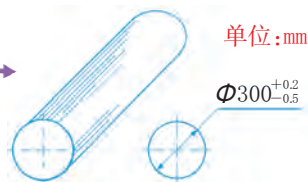
●能综合应用有理数的知识, 解决一些简单的实际问题.

目标 C

12. 某天 10 时, 12 时, 14 时, 16 时的气温如图所示. 记 12 时的时间为 0, 12 时以后的时间为正, 请用有理数表示这四个时间及其气温, 并填入下表. 你能简要描述这段时间内的气温变化吗?



13. 如图, 在生产图纸上通常用 $\Phi 300_{-0.5}^{+0.2}$ 来表示轴的加工要求, 这里 $\Phi 300$ 表示直径是 300mm, $+0.2$ 和 -0.5 是指直径在 $(300-0.5)\text{mm}$ 到 $(300+0.2)\text{mm}$ 之间的产品都属于合格产品. 现加工一批轴, 尺寸要求是 $\Phi 45_{-0.04}^{+0.03}$, 请检验直径为 44.97 mm 和 45.04 mm 的两根轴是否为合格产品.



(第 13 题)

第2章

有理数的运算



CONTENTS <<

2.1	有理数的加法	26
2.2	有理数的减法	33
2.3	有理数的乘法	39
2.4	有理数的除法	45
2.5	有理数的乘方	48
2.6	有理数的混合运算	54
2.7	近似数	57
	● 小结	62
	● 目标与评定	63





把数扩展到有理数后，给许多实际问题的数量表示和计算带来了方便. 例如，某水库泄洪时，水位以每小时 3 厘米的速度下降，2 小时后水位下降多少厘米？若记水位上升为正，可列出算式 $(-3) \times 2$. 我们还可以利用有理数的运算来确定往返在各条交通线上的车辆的位置，了解企业经营中的盈亏状况等.

本章我们将学习有理数的加、减、乘、除和乘方的运算，科学记数法，准确数和近似数，以及计算器的使用.

2.1 有理数的加法



怎样计算仓库内进出货物的累计数量和库存变化?

1



一建筑工地仓库记录星期一和星期二水泥的进货和出货数量,如下表,其中进货为正,出货为负,库存增加为正,库存减少为负(单位:吨).

	进出货数量		库存变化
星期一	+5	-2	
星期二	+3	-4	
合 计			

根据你的生活经验,填写表中的空格,然后思考以下问题:

- (1) 怎样用算式表示这两天共运进多少吨水泥? 共运出多少吨水泥?
- (2) 怎样用算式表示这两天每天库存的改变量?

从上面的探索过程,我们发现:

$(+5) + (+3) = +8$, 在数轴上表示如图 2-1;

$(-2) + (-4) = -6$, 在数轴上表示如图 2-2.

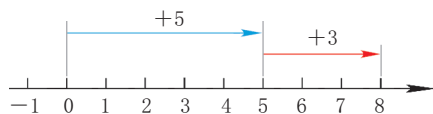


图 2-1

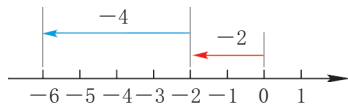


图 2-2



做一做

ZUOYIZUO

在数轴上表示以下同号两数相加,并写出结果.

(1) $(+2) + (+4) = \underline{\hspace{2cm}}$.

(2) $(-3) + (-3) = \underline{\hspace{2cm}}$.

一般地,同号两数相加有下面的法则:

同号两数相加,取与加数相同的符号,并把绝对值相加.

现在让我们来考虑符号不同的两个数相加的情形.

在星期一进出货记录中, $+5$ 表示进货5吨,即仓库里增加了5吨水泥, -2 表示运出了2吨水泥,因此库存一共增加了3吨水泥,用算式表示就是 $(+5)+(-2)=+3$.上述计算也可以在数轴上表示,如图2-3.

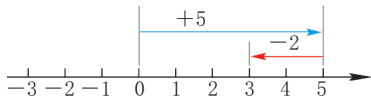


图 2-3

同理,图2-4在数轴上表示了星期二的库存变化结果,用算式表示就是 $(+3)+(-4)=-1$,即库存减少了1吨水泥.

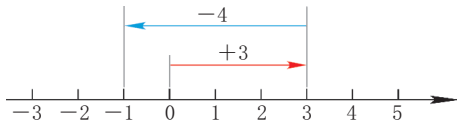


图 2-4



做一做

ZUOYIZUO

在数轴上表示以下异号两数相加,并写出结果.

(1) $(+6)+(-3)=$ _____.

(2) $(-5)+(+4)=$ _____.

一般地,异号两数相加有下面的法则:

异号两数相加,取绝对值较大的加数的符号,并用较大的绝对值减去较小的绝对值.

另外,有理数相加还有以下法则:

互为相反数的两个数相加得0;一个数同0相加,仍得这个数.

你能举例说明吗?

例1 计算下列各式:

(1) $(-11)+(-9)$.

(2) $(-3.5)+(+7)$.

(3) $(-1.08)+0$.

(4) $\left(+\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{2}{3}\right)$.

解 (1) $(-11)+(-9)=- (11+9)=-20$.

(2) $(-3.5)+(+7)=+(7-3.5)=+3.5$.

(3) $(-1.08)+0=-1.08$.

(4) $\left(+\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{2}{3}\right)=0$.

例2 某市今天的最高气温为 7°C ,最低气温为 0°C . 据天气预报,两天后有一股强冷空气将影响该市,届时将降温约 5°C . 问两天后该市的最高气温、最低气温约为多少摄氏度?

解 气温下降 5°C ,记为 -5°C .

$7+(-5)=2(^{\circ}\text{C})$; $0+(-5)=-5(^{\circ}\text{C})$.

答:两天后该市的最高气温约为 2°C ,最低气温约为 -5°C .



课内练习

KENEILIANXI

1. (口答)计算:

(1) $(+5)+(+3)$, $(-5)+(-3)$, $(-11)+(-6)$.

(2) $(+5)+(-3)$, $(-5)+(+3)$, $(-11)+(+6)$.

2. 在括号内填上适当的符号,使下列式子成立.

(1) $(\quad 5)+(\quad 5)=0$.

(2) $(\quad 7)+(-5)=-12$.

(3) $(-10)+(\quad 11)=+1$.

(4) $(\quad 2.5)+(\quad 2.5)=-5$.

3. 计算:

(1) $(-42)+(+17)$.

(2) $0+(-39.98)$.

(3) $(+7.3)+(+3.7)$.

(4) $\left(-\frac{1}{3}\right)+0.4$.

4. 在数轴上表示下列有理数的运算,并求出计算结果.

(1) $(-3)+(-4)$.

(2) $4+(-5)$.



作业题

ZUOYETI

- A** 1. 小明测得某一天气温变化情况是:上午 5:00,气温为 -4°C ;中午 12:00,气温比上午 5:00 上升了 12°C ;晚上 22:00,气温比中午下降了 14°C .

(1) 用有理数的加法求中午 12:00 的气温:

$$(\quad) + (\quad) = \quad (^{\circ}\text{C}).$$

答:中午 12:00 的气温为 $\quad$.

(2) 用有理数的加法求晚上 22:00 的气温:

$$(\quad) + (\quad) = \quad (^{\circ}\text{C}).$$

答:晚上 22:00 的气温为 $\quad$.

2. 在数轴上表示下列运算,并求出计算结果.

(1) $2+3$.

(2) $(-5)+(-2)$.

(3) $(-8)+(+5)$.

(4) $(-6)+6$.

3. 计算:

(1) $\left(-\frac{7}{5}\right)+1.4$.

(2) $0+\left(-\frac{1}{7}\right)$.

(3) $(-3.2)+(-2.7)$.

(4) $(+7.3)+(-3.7)$.

(5) $\frac{1}{6}+\left(-\frac{1}{3}\right)$.

(6) $(-1.4)+35.4$.

4. 根据某小店的账本记录,至上月底结余为 $-1\,500$ 元,本月盈利 $20\,600$ 元. 至本月底该小店结余多少元?

- B** 5. 飞机在 $12\,000\text{ m}$ 高空飞行时,机舱外的温度为 -56°C ,机舱内的温度比机舱外高 80°C . 问机舱内的温度为多少摄氏度?



(第 5 题)

6. 设计一个可用有理数加法计算的实际问题,要求用一个正数和一个负数的加法来解决. 写出算式,并说明结果的实际意义.



(1) 如图 2-5, 在下列各图案内任意填入一个有理数, 要求相同的图案内填相同的数.

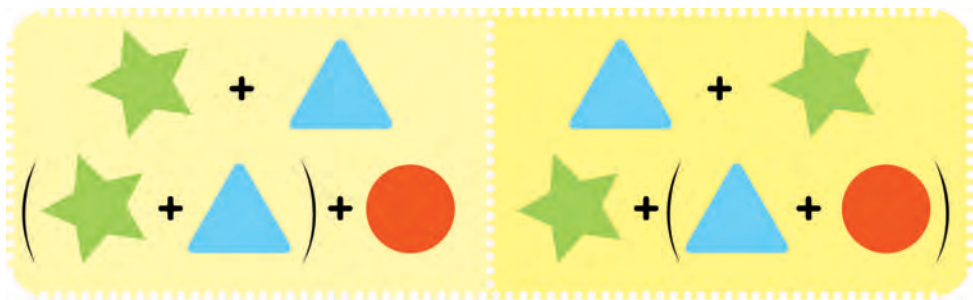


图 2-5

- (2) 算出各算式的结果, 比较左、右边算式的结果是否相同.
 (3) 其他同学的结果如何? 你发现了什么? 换几个不同的有理数试一试, 结果如何?

在有理数运算中, 加法的交换律和结合律仍成立.

加法交换律: 两个数相加, 交换加数的位置, 和不变.

$$a+b=b+a.$$

加法结合律: 三个数相加, 先把前两个数相加, 或者先把后两个数相加, 和不变.

$$(a+b)+c=a+(b+c).$$

更一般地, 任意若个数相加, 无论各数相加的先后次序如何, 其和都不变.

例3 计算:

(1) $15+(-13)+18.$

(2) $(-2.48)+4.33+(-7.52)+(-4.33).$

(3) $\frac{5}{6}+\left(-\frac{1}{7}\right)+\left(-\frac{1}{6}\right)+\left(-\frac{6}{7}\right).$

解 (1) $15+(-13)+18$
 $=15+18+(-13)$ (加法交换律)
 $=(15+18)+(-13)$ (加法结合律)
 $=33+(-13)=20.$

(2) $(-2.48)+4.33+(-7.52)+(-4.33)$
 $=(-2.48)+(-7.52)+4.33+(-4.33)$
 $=[(-2.48)+(-7.52)]+[4.33+(-4.33)]$
 $=(-10)+0=-10.$

(3) $\frac{5}{6}+\left(-\frac{1}{7}\right)+\left(-\frac{1}{6}\right)+\left(-\frac{6}{7}\right)$
 $=\left[\frac{5}{6}+\left(-\frac{1}{6}\right)\right]+\left[\left(-\frac{1}{7}\right)+\left(-\frac{6}{7}\right)\right]$
 $=\frac{2}{3}+(-1)=-\frac{1}{3}.$

例4 小明遥控一辆玩具赛车,让它从点 A 出发,先向东行驶 15 m,再向西行驶 25 m,然后又向东行驶 20 m,再向西行驶 35 m. 问玩具赛车最后停在何处? 一共行驶了多少米?

解 规定向东行驶为正.

$$\begin{aligned} & (+15)+(-25)+(+20)+(-35) \\ &= (15+20)+[(-25)+(-35)] \\ &= 35+(-60) \\ &= -25(\text{m}). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & |+15|+|-25|+|+20|+|-35| \\ &= 15+25+20+35 \\ &= 95(\text{m}). \end{aligned}$$

答:玩具赛车最后停在点 A 西面 25 m 处,一共行驶了 95 m.

在解题过程中,可以画示意图(图 2-6)帮助思考.

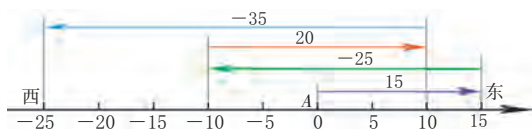


图 2-6



课内练习

KENEILIANXI

1. 计算:

$$(1) 5+(-7)+8.$$

$$(2) \left(-\frac{1}{3}\right)+\frac{1}{2}+\left(-\frac{2}{3}\right).$$

$$(3) (-3.5)+[3+(-1.5)].$$

2. 用简便方法计算,并说明有关理由.

$$(1) (+14)+(-4)+(-1)+(+16)+(-5).$$

$$(2) (-18.65)+(-7.25)+(+18.15)+(+7.25).$$

$$(3) (-2.25)+\left(-\frac{5}{8}\right)+\left(-\frac{3}{4}\right)+(+0.125).$$

3. 小明记录了一星期每天的最低温度,如下表.

星期	一	二	三	四	五	六	日
温度	-2°C	-1°C	$+2^{\circ}\text{C}$	$+6^{\circ}\text{C}$	$+4^{\circ}\text{C}$	$+1^{\circ}\text{C}$	-3°C

这个星期的平均最低温度是多少摄氏度?

探究活动

TANJIUHUODONG

数扩展到有理数之后,下面这些结论还成立吗?请说明理由(如果认为结论不成立,请举例说明).

(1) 若两个数的和是0,则这两个数都是0.

(2) 任何两数相加,和不小于任何一个加数.



作业题

ZUOYETI

A 1. 计算:

$$(1) (-1)+0+3.$$

$$(2) (-10)+21+(-13).$$

$$(3) 3+(-2.5)+(-4).$$

$$(4) (-15)+[8+(-7)].$$

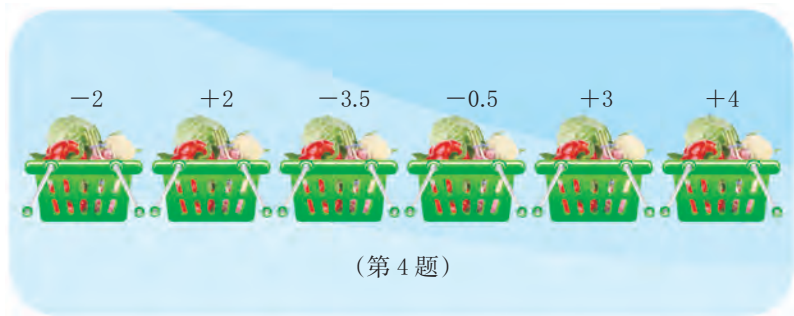
2. 用简便方法计算,并说明有关理由.

$$(1) 2.15+(-4.25)+(-0.75)+\left(-\frac{3}{20}\right).$$

$$(2) \left(-\frac{3}{4}\right)+\left(-\frac{1}{6}\right)+\left(+\frac{1}{4}\right)+\left(-\frac{5}{6}\right).$$

3. 婷婷家某星期各天的收支情况如下(记收入为正,单位:元):
 $+120, -27.6, -5, -74, +16.8, -31.9, +25$.
 用有理数加法计算婷婷家这星期结余多少元.

- B** 4. 有 6 筐蔬菜,每筐以 50 千克为基准,超过的千克数记为正数,不足的千克数记为负数,记录如图. 你能用简便方法求出这 6 筐蔬菜的总质量吗?



- C** 5. 列出两个由三个数相加的算式,使它们分别符合下列条件.
 (1) 三个数同号,和为 -11 .
 (2) 三个数不全同号,和为 0 .

2.2 有理数的减法

死海是世界著名的内陆咸水湖,湖水含盐量很高,人躺在水面上也不会下沉.死海海拔很低,其湖面低于海平面 392 米.我国吐鲁番盆地最低点的海拔为 -154 米,怎样比较两地海拔的差?



1

一天,厦门的最高气温是 9°C ,哈尔滨的最高气温是 -7°C . 问这天厦门的最高气温比哈尔滨的最高气温高多少摄氏度? 可以怎样计算?

厦门与哈尔滨两地的气温差可以用算式 $9 - (-7)$ 表示. 观察图 2-7, 可以直观得到两地的气温差是 16°C , 由此得 $9 - (-7) = 16$.

根据减法是加法的逆运算,由 $(-7)+16=9$,
也得 $9-(-7)=16$. 因为 $16=9+7$,所以

$$9 - (-7) = 9 + 7.$$

减变加
相反数

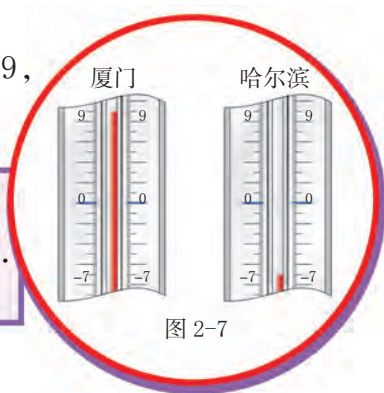


图 2-7

做一做

填空:

- (1) $\because 12 + \underline{\hspace{2cm}} = 2$,
 $\therefore 2 - 12 = \underline{\hspace{2cm}} = 2 + \underline{\hspace{2cm}}$.
- (2) $\because \underline{\hspace{2cm}} + (-9) = -8$,
 $\therefore (-8) - (-9) = \underline{\hspace{2cm}} = (-8) + \underline{\hspace{2cm}}$.

一般地,有理数的减法有如下法则:

减去一个数,等于加上这个数的相反数.

例1 计算:

- (1) $5 - (-5)$. (2) $0 - 7 - 5$.
 (3) $(-1.3) - (-2.1)$. (4) $1\frac{1}{3} - 2\frac{1}{2}$.

解 (1) $5 - (-5) = 5 + 5 = 10$.
 (2) $0 - 7 - 5 = 0 + (-7) + (-5) = -7 + (-5) = -12$.
 (3) $(-1.3) - (-2.1) = (-1.3) + 2.1 = 2.1 - 1.3 = 0.8$.
 (4) $1\frac{1}{3} - 2\frac{1}{2} = 1\frac{1}{3} + (-2\frac{1}{2}) = -1\frac{1}{6}$.

例2 我国吐鲁番盆地最低点的海拔是-154米,死海湖面的海拔是-392米. 哪里的海拔更低? 低多少米?

解 $-392 - (-154) = -392 + 154 = -238$ (米).

答:死海的湖面更低,比吐鲁番盆地最低点低 238 米.



课内练习

KENEILIANXI

1. (口答)填空:

(1) $0 - (-3) = 0 + (\quad) = (\quad)$.

(2) $(-5) - 3 = (-5) \quad (-3) = (\quad)$.

(3) $13 - (-13) = 13 + (\quad) = (\quad)$.

2. 计算:

(1) $(-2.5) - 1.5$. (2) $\frac{1}{4} - (-\frac{1}{2})$.

(3) $(-1) - (-4) - 3$. (4) $1\frac{3}{8} - 2\frac{1}{4}$.

3. 已知一个数与3的和是-10,求这个数.



作业题

ZUOYETI



1. 计算:

(1) $(+8) - (+5)$. (2) $(+8) - (-5)$.

(3) $(-8) - (-5)$. (4) $(-8) - (+5)$.

(5) $10 - 6$. (6) $6 - 10$.

2. 计算:

(1) $0 - (-8)$. (2) $\frac{3}{2} - (-1.5)$.

(3) $(-\frac{3}{2}) - (+\frac{1}{3})$. (4) $4.8 - (-1.2) + (-6)$.

3. 把图中的每一个输入数减去+9,将所得的输出数填在括号内.

输入	$-(+9)$	输出
+9	$\rightarrow$	(0)
+7	$\rightarrow$	()
+4	$\rightarrow$	()
0	$\rightarrow$	()
-3	$\rightarrow$	()
-8	$\rightarrow$	()

(第3题)

4. 以警戒线水位为基准,记高出警戒线的水位为正.有一天长江某段水位高出警戒线1.8m,两天后水位下降了2m.问两天后水位高于或低于警戒线多少米?

- B** 5. (1) 已知一个数与 5 的和为 -2, 求这个数.
(2) 已知 -11 与一个数的差为 11, 求这个数.

6. 计算:

(1) $[8+(-5)]-13$. (2) $\frac{3}{2}-[(-1.5)+0.5]$.

2

要计算 $\frac{1}{3} + \left(-\frac{3}{4}\right) - \left(-\frac{2}{3}\right)$, 我们可按下面的步骤进行计算:

$$\begin{aligned}& \frac{1}{3} + \left(-\frac{3}{4}\right) - \left(-\frac{2}{3}\right) \\&= \frac{1}{3} + \left(-\frac{3}{4}\right) + \left(+\frac{2}{3}\right) \\&= \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}\right) + \left(-\frac{3}{4}\right) \\&= 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}.\end{aligned}$$

有理数加减混合运算的一般步骤是先利用减法法则, 将减法转化成加法, 再运用加法交换律和结合律, 使计算简便. 你能说出上述运算中哪一步运用了减法法则, 哪一步运用了加法的运算律吗?

例3 计算: $(-3)+(-8)-(-6)+(-7)$.

解 $(-3)+(-8)-(-6)+(-7)$
 $=(-3)+(-8)+(+6)+(-7)$
 $=(-3)+(-8)+(-7)+6$
 $=-18+6$
 $=-12$.



做一做

ZUOYIZUO

计算:

- (1) $(-7)-(-8)+(-3)$.
(2) $(-32)-(+17)-(-65)-(-24)$.

例4 一储蓄所在某时段内共受理了8项现款储蓄业务:存入637元,取出1500元,取出2000元,存入1200元,存入3000元,存入1120元,取出3000元,存入1002元.问该储蓄所在这一时段内现款增加或减少了多少元?

解 记存入为正,由题意可得

$$\begin{aligned} & 637-1500-2000+1200+3000+1120-3000+1002 \\ &= (637+1200+1120+1002)+(3000-3000)+(-1500-2000) \\ &= 3959+0+(-3500) \\ &= 459(\text{元}). \end{aligned}$$

答:该储蓄所在这一时段内现款增加了459元.



课内练习

KENEILIANXI

1. 计算:

(1) $7.8+(-1.2)-(-0.2)$.

(2) $-5.3-(-6.1)-(-3.4)+7$.

(3) $-\frac{2}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{6}-\frac{1}{2}$.

2. 一电脑公司仓库8月1日电脑的库存量为20台,8月2日到6日电 脑进出记录如下表.问到8月6日止,该仓库有电脑多少台?

记运进为正,单位:台

日期	8月2日	8月3日	8月4日	8月5日	8月6日
进出数量	30	-21	-16	0	-9



作业题

ZUOYETI



1. 计算:

(1) $(-1)-(-7)+(-8)$. (2) $(-5)-\left(-\frac{3}{4}\right)+(-2)$.

2. 计算:

(1) $-9-3+5$. (2) $16-(-21.5)-(-14.9)+(-2.4)$.

(3) $0-(-28)+55$. (4) $-\frac{3}{4}+\frac{5}{6}-\frac{1}{2}-\frac{4}{3}$.

3. 上学期小明的银行活期储蓄存折上的存取情况如下表(记存入为正,单位:元):

月份	2月	3月	4月	5月	6月	累计
存款(元)	100		20	-30	-20	30

表中遗漏了3月份的存取金额.问小明3月份存入或取出多少元?

- B** 4. 在一个峡谷中,测得A地的海拔为 -11 m ,B地比A地高 15 m ,C地比B地低 7 m .求C地的海拔.

5. 计算: $\left(-\frac{3}{4}\right)-\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(+\frac{3}{4}\right)+(+8.5)$.



SHEJITI

先看一段小强与他的妈妈的对话.



图 2-8

如果小强有一本账本就好了,那么他就能清楚地知道哪些钱该花,哪些钱不该花,合理计划自己的开支.看来同学们为自己建立一本账册是很有意义的.请运用正数和负数的知识,为自己做一本账本.具体要求:

1. 反映每月收入.
2. 反映每月支出.
3. 反映每月收支总和,算出每月结余并反映在账册上,把上月的结余转入下个月的收入或支出.
4. 每个季度或每半年对自己的收支情况作一次评估.你的开支合理吗?对自己今后的收支状况作适当调整.

2.3 有理数的乘法

图中显示的是位于三峡白鹤梁的用做水位测量标志的线刻石鱼. 假设水位按每小时 3 厘米的速度下降, 经 2 小时后水位下降多少厘米?



1

由小学里学过的乘法的意义, 有 $3 \times 2 = 3 + 3 = 6$. 用数轴表示如图 2-9.

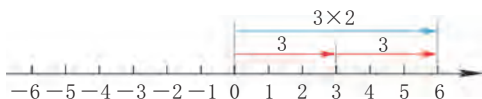


图 2-9

相应地, $(-3) \times 2 = (-3) + (-3) = -6$. 用数轴表示如图 2-10.



图 2-10

想一想

如节前图中的问题, 若以某一时刻的水位为基准, 规定水位上升为正, 下降为负, 你会列出怎样的算式? 结果是多少?

做一做

ZUOYIZUO

(1) 完成下列填空:

$$4 \times 2 = \underline{\quad}; \quad (-4) \times 2 = \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad} \text{ (用数轴表示).}$$

$$5 \times 2 = \underline{\quad}; \quad (-5) \times 2 = \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}.$$

$$6 \times 2 = \underline{\quad}; \quad (-6) \times 2 = \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}.$$

(2) 观察上面左右两列算式中相乘两数及计算结果的符号, 你有什么发现?

我们发现, 当我们改变相乘两数中一个数的符号时, 其积就变为原来积的相反数. 例如, $(-3) \times 2 = -(3 \times 2)$.

同样, $3 \times (-2)$ 的积也应是 3×2 的积的相反数, 即 $3 \times (-2) = -(3 \times 2) = -6$, 用数轴表示如图 2-11.

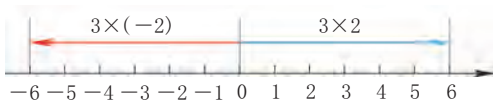


图 2-11

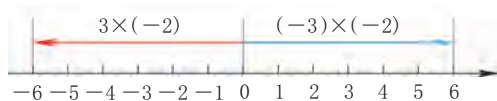


图 2-12

同样, $(-3) \times (-2)$ 的积是 $3 \times (-2)$ 的积的相反数, 即 $(-3) \times (-2) =$

$3 \times 2 = 6$, 用数轴表示如图2-12.

做一做

写出下列各算式的结果:

$$3 \times 7 = \underline{\hspace{2cm}}, (-3) \times 7 = \underline{\hspace{2cm}}, 3 \times (-7) = \underline{\hspace{2cm}},$$
$$(-3) \times (-7) = \underline{\hspace{2cm}}, 0 \times 7 = \underline{\hspace{2cm}}, 0 \times (-7) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

由此你认为两个数相乘, 积的符号与这两个数的符号有什么关系? 积的绝对值呢?

一般地, 我们有以下有理数的乘法法则:

两数相乘, 同号得正, 异号得负, 并把绝对值相乘.

任何数与零相乘, 积为零.

例1 计算:

$$(1) \frac{3}{4} \times \frac{4}{3}. \quad (2) (-2.5) \times 4. \quad (3) (-5) \times 0 \times \frac{3}{2}.$$

$$(4) \left(-\frac{1}{3}\right) \times (-3). \quad (5) (-6) \times \left(-\frac{5}{4}\right) \times (-4).$$

解 (1) $\frac{3}{4} \times \frac{4}{3} = 1.$

$$(2) (-2.5) \times 4 = -(2.5 \times 4) = -10.$$

$$(3) (-5) \times 0 \times \frac{3}{2} = 0.$$

$$(4) \left(-\frac{1}{3}\right) \times (-3) = +\left(\frac{1}{3} \times 3\right) = 1.$$

$$(5) (-6) \times \left(-\frac{5}{4}\right) \times (-4) = -\left(6 \times \frac{5}{4} \times 4\right) = -30.$$

想一想

几个有理数相乘,
怎样确定积的符号?

有多个不为0的有理数相乘时, 可以先确定积的符号, 再将绝对值相乘. 若其中一个乘数为0, 则积为0.

若两个有理数的乘积为1, 就称这两个有理数**互为倒数**. 例如, $\frac{3}{4}$ 是 $\frac{4}{3}$ 的倒数, $\frac{4}{3}$ 也是 $\frac{3}{4}$ 的倒数; $-\frac{1}{3}$ 与 -3 互为倒数. 0 没有倒数(为什么?).



课内练习

KENEILIANXI

1. (口答)先说出积的符号,再说积.

(1) $(+12) \times (-5)$.

(2) $\left(-\frac{4}{3}\right) \times \left(-\frac{1}{2}\right)$.

(3) $(-25) \times (-4)$.

(4) $(-2) \times \left(-\frac{3}{2}\right) \times \left(-\frac{1}{3}\right)$.

2. (口答)说出下列各数的倒数.

(1) -1 .

(2) -2 .

(3) $\frac{4}{5}$.

(4) $-1\frac{1}{2}$.

3. 计算:

(1) $(-25) \times (+4.8)$.

(2) $\left(-\frac{5}{12}\right) \times \left(-\frac{8}{15}\right)$.

(3) $0 \times (-9.5)$.

(4) $(-2.5) \times \left(-\frac{2}{5}\right)$.



作业题

ZUOYETI



1. 用“ $<$ ”,“ $>$ ”或“ $=$ ”填空:

(1) $(-7) \times \left(+3\frac{1}{9}\right)$ _____ 0 .

(2) $(-13) \times (-7.9)$ _____ 0 .

(3) $0 \times \left(-\frac{11}{13}\right)$ _____ 0 .

(4) $(-1) \times \left(-\frac{1}{2}\right) \times (-1.5)$ _____ 0 .

2. 1 的倒数是 _____, $-\frac{1}{7}$ 的倒数是 _____, -8 的倒数是 _____,

$\frac{3}{8}$ 的倒数是 _____, $1\frac{4}{5}$ 的倒数是 _____.

3. 计算:

(1) $(-1) \times \frac{9}{7}$.

(2) $(-1.5) \times \left(-\frac{4}{5}\right)$.

(3) $\frac{10}{7} \times \left(-\frac{2}{5}\right)$.

(4) $(-2) \times 3 \times (-0.5)$.

(5) $\left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(-\frac{1}{6}\right) \times (-2)$.

(6) $|-1.25| \times (-8) \times 4$.

- B** 4. 甲、乙两辆出租车在一条南北走向的街道上行驶，车速分别为每小时 40 千米和 45 千米. 它们同时从 A 地出发，甲车向北，乙车向南. 问经半小时后它们分别位于何处（要求用有理数乘法来解决，记向北行驶的速度为正）？

5. 把 -6 表示成两个整数的积，有多少种可能性？把它们全部写出来.

2

计算下列各题，并比较它们的结果.

$$(1) (-5) \times 2 = -(5 \times 2) = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$2 \times (-5) = -(2 \times 5) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$(2) [2 \times (-3)] \times (-4) = (-6) \times (-4) = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$2 \times [(-3) \times (-4)] = 2 \times 12 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$(3) (-3) \times \left(2 + \frac{1}{3}\right) = (-3) \times \frac{7}{3} = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(-3) \times 2 + (-3) \times \frac{1}{3} = -6 - 1 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

你发现了什么？再换一些数试一试.

在有理数运算中，乘法的交换律、结合律和分配律同样成立.

乘法交换律：两个数相乘，交换因数的位置，积不变.

$$\underline{a \times b = b \times a.}$$

乘法结合律：三个数相乘，先把前两个数相乘，或者先把后两个数相乘，积不变.

$$\underline{(a \times b) \times c = a \times (b \times c).}$$

分配律：一个数与两个数的和相乘，等于把这个数分别与这两个数相乘，再把积相加.

$$\underline{a \times (b + c) = a \times b + a \times c.}$$

合理地应用有理数乘法的运算律，可以帮助我们简化有关的运算.

例2 计算:

$$(1) (-12) \times (-37) \times \frac{5}{6}.$$

$$(2) -30 \times \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3} + \frac{4}{5} \right).$$

$$(3) 4.99 \times (-12).$$

解 (1) $(-12) \times (-37) \times \frac{5}{6}$
 $= 37 \times 12 \times \frac{5}{6}$ (乘法交换律)
 $= 37 \times \left(12 \times \frac{5}{6} \right)$ (乘法结合律)
 $= 37 \times 10 = 370.$

(2) $-30 \times \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3} + \frac{4}{5} \right)$
 $= -30 \times \frac{1}{2} + (-30) \times \left(-\frac{2}{3} \right) + (-30) \times \frac{4}{5}$ (分配律)
 $= -15 + 20 - 24 = -19.$

(3) $4.99 \times (-12)$
 $= (5 - 0.01) \times (-12)$
 $= 5 \times (-12) - 0.01 \times (-12)$ (分配律)
 $= -60 + 0.12 = -59.88.$

例3 某校体育器材室共有 60 个篮球. 一天课外活动, 有三个班级分别计划借篮球总数的 $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ 和 $\frac{1}{5}$. 请你算一算, 这 60 个篮球够借吗? 如果够了, 还多几个篮球? 如果不够, 缺几个篮球?

解 $60 \times \left(1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{5} \right)$
 $= 60 \times 1 - 60 \times \frac{1}{2} - 60 \times \frac{1}{4} - 60 \times \frac{1}{5}$ (根据什么?)
 $= 60 - 30 - 15 - 12$
 $= 3.$

答: 够借, 还多 3 个篮球.



课内练习

KENEILIANXI

1. 计算下列各式,并说明有关理由.

(1) $(-125) \times 7 \times (-8)$.

(2) $\left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{7}{5}\right) \times \left(-\frac{9}{14}\right) \times \frac{3}{2}$.

(3) $\frac{8}{7} \times \left(-\frac{2}{3}\right) \times (-3.4) \times 0$.

(4) $2 \times 3 - 2 \times \left(3 - \frac{1}{2}\right)$.

2. 利用分配律计算:

(1) $-6 \times \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right)$.

(2) $\left(\frac{1}{3} - \frac{5}{7} - \frac{2}{5}\right) \times 105$.

探究活动

TANJIANYUODONG

如果两个数的乘积为负数,那么这两个数中有几个负数?如果3个数的乘积为负数,那么这3个数中有几个负数?4个数呢?5个数呢?6个数呢?你发现了什么规律?请概括地叙述你所发现的规律.



作业题

ZUOYETI

A 1. 计算下列各式,并说明哪些步骤应用了乘法运算律.

(1) $(-0.25) \times 3.14 \times 40$.

(2) $\frac{17}{12} \times \left(-\frac{7}{5}\right) \times \left(-\frac{4}{17}\right) \times (-3)$.

(3) $(-8) \times \left(-\frac{4}{3}\right) \times (-1.25) \times \frac{5}{4}$.

2. 用简便方法计算:

(1) $12 \times \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right)$.

(2) $\left(\frac{4}{5} - \frac{3}{4} + \frac{1}{2}\right) \times (-20)$.

(3) $7\frac{13}{15} \times 30$.

(4) $-300.75 \times (-4)$.

3. 有 1155 页稿件需要打字,第一天完成其中的 $\frac{1}{3}$,第二天完成其中的 $\frac{2}{7}$.

问还剩多少页稿件需打字?

4. 计算:

$$(1) \frac{1}{5} \times \frac{1}{2} \times (-15) + 7 \times \left(-\frac{1}{2}\right).$$

$$(2) -3 \times 4 + 12 \times \left(\frac{1}{3} - \frac{5}{2}\right).$$

- B** 5. 用简便方法计算:

$$(1) \frac{7}{13} \times (-9) + \frac{7}{13} \times (-18) + \frac{7}{13}.$$

$$(2) -147 \times (-0.125) + 253 \times \frac{1}{8} + 72 \times \left(-\frac{1}{4}\right).$$

- C** 6. 提供一个能用算式 $(1 - 43\% - 37\%) \times 2\,500$ 解决的实际问题情境,算出结果,并说明计算结果的实际意义.

2.4 有理数的除法

经统计,某商场一年共亏损 4.8 万元,那么该商场平均每月亏损多少万元? 如果规定盈利为正,亏损为负,可以如何列式计算?



我们知道,对正有理数而言,除法是乘法的逆运算. 例如,从 $3 \times 2 = 6$ 可得 $6 \div 3 = 2$ 或 $6 \div 2 = 3$.

对一般的有理数,除法也是乘法的逆运算. 所以,由 $12 \times (-0.4) = -4.8$ 可得 $(-4.8) \div 12 = -0.4$.

填空：

- (1) 由 $9 \times (-2) = -18$, 得
 $(-18) \div (-2) = (\quad)$, $(-18) \div 9 = (\quad)$.
- (2) 由 $(-9) \times 2 = -18$, 得
 $(-18) \div 2 = (\quad)$, $(-18) \div (-9) = (\quad)$.
- (3) 由 $(-9) \times (-2) = 18$, 得
 $18 \div (-2) = (\quad)$, $18 \div (-9) = (\quad)$.
- (4) 由 $0 \times a = 0$ (a 表示不等于零的有理数), 得
 $0 \div a = (\quad)$.

观察上面的结果, 两个有理数相除, 商的符号有什么规律? 商的绝对值呢?

一般地, 我们有以下有理数的除法法则:

两数相除, 同号得正, 异号得负, 并把绝对值相除; 0 除以任何一个不等于 0 的数都得 0.

注意

0 不能作除数.

例1 计算:

(1) $(-8) \div (-4)$.

(2) $(-3.2) \div 0.08$.

(3) $\left(-\frac{1}{6}\right) \div \frac{2}{3}$.

解 (1) $(-8) \div (-4) = +(8 \div 4) = 2$.

(2) $(-3.2) \div 0.08 = -(3.2 \div 0.08) = -40$.

(3) $\left(-\frac{1}{6}\right) \div \frac{2}{3}$

$= -\left(\frac{1}{6} \div \frac{2}{3}\right) = -\left(\frac{1}{6} \times \frac{3}{2}\right) = -\frac{1}{4}$.

想一想

下列等式成立吗?

$(-8) \div (-4)$

$= (-8) \times \left(-\frac{1}{4}\right);$

$\left(-\frac{1}{6}\right) \div \frac{2}{3}$

$= \left(-\frac{1}{6}\right) \times \frac{3}{2}.$

由此你能得出什么规律?

一般地, 有理数的乘法与除法之间有以下关系:

除以一个数(不等于 0), 等于乘以这个数的倒数.

例2 计算:

$$(1) -\frac{3}{2} \div (-7) \times \frac{7}{5}. \quad (2) 3.5 \div \frac{7}{8} \div \left(-\frac{3}{2}\right).$$

解 (1) $-\frac{3}{2} \div (-7) \times \frac{7}{5}$
 $= + \left(\frac{3}{2} \div 7 \times \frac{7}{5} \right) = \frac{3}{2} \times \frac{1}{7} \times \frac{7}{5} = \frac{3}{10}.$

$$(2) 3.5 \div \frac{7}{8} \div \left(-\frac{3}{2}\right) = - \left(\frac{7}{2} \times \frac{8}{7} \times \frac{2}{3} \right) = -\frac{8}{3}.$$

注意

通常我们把除法转化为乘法,使运算更简便.



课内练习

KENEILIANXI

1. (口答)先说出商的符号,再说出货.

$$(1) 12 \div 4.$$

$$(2) (-57) \div 3.$$

$$(3) (-36) \div (-9).$$

$$(4) 96 \div (-16).$$

2. 计算:

$$(1) 84 \div (-14).$$

$$(2) (-1.6) \div 0.4.$$

$$(3) 0 \div \left(-\frac{7}{83}\right).$$

$$(4) \left(-\frac{3}{5}\right) \div \left(-\frac{3}{25}\right).$$

3. 计算:

$$(1) (-12) \div 4 \times (-16).$$

$$(2) \frac{1}{12} \div \left(-\frac{5}{3}\right) \div (-0.25).$$

4. 下面计算正确吗? 如果正确,请说明理由;如果不正确,请改正.

$$15 \div 6 \div 2 = 15 \div (6 \div 2) = 15 \div 3 = 5.$$



作业题

ZUOYETI



1. 填空:

$$(1) 7 \div \left(-\frac{1}{7}\right) = 7 \times \underline{\quad}. \quad (2) (-21) \div (-9) = -21 \times \underline{\quad}.$$

$$(3) \left(-\frac{1}{2}\right) \div 8 = -(\underline{\quad}). \quad (4) (-13) \div (-5) = +(\underline{\quad}).$$

2. 计算:

$$(1) 35 \div (-21).$$

$$(2) (-1.2) \div (-0.8).$$

$$(3) \left(-\frac{3}{10}\right) \div \left(-\frac{3}{5}\right), \quad (4) (-2.4) \div \frac{6}{5}.$$

3. (1) 一个数与 $-\frac{4}{3}$ 的积为 $\frac{2}{3}$, 求这个数.

(2) 一个数除以 3 的商为 -9 , 求这个数.

4. 计算:

$$(1) (-8) \div 4 \times (-3), \quad (2) (-1.6) \times 0.4 \div (-0.5).$$

$$(3) \frac{1}{6} \div \left(-\frac{4}{3}\right) \div (-0.25), \quad (4) \left(-\frac{3}{4}\right) \times \left(-\frac{3}{2}\right) \div \left(-\frac{9}{8}\right).$$

B 5. 提供一个能用 $(-22.5) \div 15\%$ 解决的实际问题情境, 用负数表示结果, 并说明结果的实际意义.

6. 计算: $\left(-\frac{3}{4}\right) \times \left(-\frac{4}{3}\right) - 2 \div \frac{6}{5}.$

2.5 有理数的乘方



假设一张厚度为 0.09 mm 的纸连续对折始终是可能的, 对折多少次后, 所得的厚度将超过你的身高?

1

如图 2-13, 正方形的面积是 5×5 平方单位. 为简便起见, 我们把 5×5 记做 5^2 , 读做 5 的平方, 即 $5 \times 5 = 5^2 = 25$.

如图 2-14, 立方体的体积是 $5 \times 5 \times 5$ 立方单位. 类似地, 我们可以把 $5 \times 5 \times 5$ 记做 5^3 , 读做 5 的立方, 即 $5 \times 5 \times 5 = 5^3 = 125$.

一般地, 在数学上我们把 n 个相同的因数 a 相乘的积记做 a^n , 即

$$\underbrace{a \times a \times \cdots \times a}_{n \text{ 个 } a} = a^n.$$

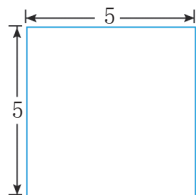


图 2-13

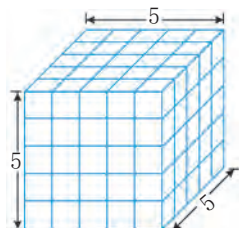


图 2-14

这种求几个相同因数的积的运算叫做**乘方** (involution), 乘方的结果叫做

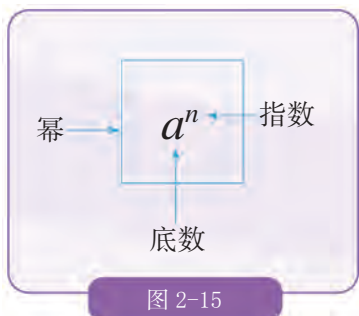


图 2-15

幂 (power). 在 a^n 中, a 叫做**底数** (base), n 叫做**指数** (exponent), 如图 2-15. a^n 读做“ a 的 n 次方”或“ a 的 n 次幂”.

一个数可以看做这个数本身的一次方. 例如, 5 就是 5^1 , 指数 1 通常省略不写. 二次方也叫做平方, 如 5^2 通常读做“5 的平方”; 三次方也叫做立方, 如 5^3 可读做“5 的立方”.

做一做

ZUOYIZUO

1. (口答) 把下列相同因数的乘积写成幂的形式, 并说出底数和指数.

(1) $(-6) \times (-6) \times (-6)$.

(2) $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}$.

2. 把 $(-\frac{1}{2})^5$ 写成几个相同因数相乘的形式.

3. 把 $\overbrace{(-2) \times (-2) \times (-2) \times \cdots \times (-2)}^{10 \text{ 个 } (-2)}$ 写成幂的形式.

注意

幂的底数是分数或负数时, 底数应该添上括号, 如 $(-5)^3, (\frac{2}{3})^4$.

例1 计算:

(1) $(-3)^2$. (2) 1.5^3 . (3) $(-\frac{4}{3})^4$. (4) $(-1)^{11}$.

解 (1) $(-3)^2 = (-3) \times (-3) = 9$.

(2) $1.5^3 = 1.5 \times 1.5 \times 1.5 = 3.375$.

(3) $(-\frac{4}{3})^4$
 $= (-\frac{4}{3}) \times (-\frac{4}{3}) \times (-\frac{4}{3}) \times (-\frac{4}{3})$
 $= \frac{256}{81}$.

(4) $(-1)^{11} = -1$ (为什么?).

想一想

幂的符号与指数有怎样的关系?

做一做

ZUOYIZUO

计算：

(1) $10^2, 10^3, 10^4, 10^5$.

(2) $0.1^2, 0.1^3, 0.1^4, 0.1^5$.

观察上述计算结果,你发现了什么规律?

对于乘除和乘方的混合运算,应先算乘方,后算乘除;如果遇到括号,就先进行括号里的运算.

例2 计算:

(1) -3^2 .

(2) 3×2^3 .

(3) $(3 \times 2)^3$.

(4) $8 \div (-2)^3$.

解 (1) $-3^2 = -(3 \times 3) = -9$.

(2) $3 \times 2^3 = 3 \times 8 = 24$.

(3) $(3 \times 2)^3 = 6^3 = 216$.

(4) $8 \div (-2)^3 = 8 \div (-8) = -1$.



课内练习

KENEILIANXI

1. 填空:

(1) $\left(\frac{2}{9}\right)^7$ 表示 _____ 个 $\frac{2}{9}$ 相乘,叫做 $\frac{2}{9}$ 的 _____ 次方,也叫做 $\frac{2}{9}$ 的 _____ 次幂. 其中 $\frac{2}{9}$ 叫做 _____, 7 叫做 _____.

(2) $(-3)^{10}$ 的底数是 _____, 指数是 _____, $(-3)^{10}$ 表示 10 个 _____ 相乘,叫做 _____ 的 10 次方,也叫做 -3 的 _____ 次幂.

2. 计算:

(1) $(-5)^3$.

(2) $\left(-\frac{3}{4}\right)^4$.

(3) 5×2^3 .

(4) $(5 \times 2)^3$.

(5) $(-2)^2 \times (-3)^2$.

(6) $(-2)^3 \div 2^2$.



作业题

ZUOYETI

- A** 1. 把下列乘方先写成相同因数相乘的形式,再求出幂.

(1) $(-7)^2$. (2) $\left(-\frac{2}{3}\right)^3$. (3) 1.1^4 .

2. 把下列各式改写成乘方的形式.

(1) $\frac{3}{5} \times \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} = \underline{\hspace{2cm}}$.

(2) $(-2) \times (-2) \times (-2) = \underline{\hspace{2cm}}$.

3. 计算:

(1) $(-12)^2$. (2) $\left(-\frac{3}{2}\right)^5$. (3) $(-0.2)^3$.

(4) -13^2 . (5) $-3 \times (-1.1)^2$. (6) $(-7)^3 \div (-7)^2$.

4. 某种细胞每过 30 分钟便由 1 个分裂成 2 个. 经过 5 小时, 这种细胞由 1 个分裂成了多少个?

- B** 5. 计算:

(1) $2^3 - 3^2$. (2) $(-2)^3 \times 3 + 2 \times (-3)^2$.

(3) $10^5 \times (-0.2)^3$. (4) $5\,600 \times (1 + 20\%)^2$.

6. 2011 年 3 月 11 日, 日本大地震引发福岛核电站核泄漏, 其中一种主要放射性元素是碘 131, 这种物质会不断蜕变为其他物质, 平均每经过 1 天剩留的物质约为原来的 91.7%. 问 3 天后剩留的物质是原来的百分之几(精确到 0.1%)?

2

2003 年 10 月 15 日, 中国首次进行载人航天飞行, 飞船绕地球飞行了 14 圈, 行程约 60 万千米. 已知赤道长约为 40 000 千米, 飞船行程相当于多少个赤道长?

如果某市每人每天节约用水 0.5 千克, 该市约有 1 350 万人口, 那么该市每天节约用水多少千克?



我们经常遇到一些较大的数, 为读写方便, 我们常用带一位整数的数与

10 的乘方的乘积来表示较大的数. 例如,

$$600\ 000=6\times 10^5,$$

$$20\ 000\ 000=2\times 10\ 000\ 000=2\times 10^7,$$

$$6\ 500\ 000=6.5\times 1\ 000\ 000=6.5\times 10^6.$$

这种把一个数表示成 a ($1\leq a<10$) 与 10 的幂相乘的形式, 叫做**科学记数法**(scientific notation).

例3 (1) 用科学记数法表示数: $230\ 000$; $15800\cdots 0$.
 $\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{31\text{个}0}$

(2) 下列用科学记数法表示的数, 原来各是什么数?

$$4.315\times 10^3; \quad 1.02\times 10^6.$$

(3) 计算: $(8.1\times 10^8)\div(9\times 10^5)$.

解 (1) $230\ 000=2.3\times 10^5$; $15800\cdots 0=1.58\times 10^{33}$.
 $\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{31\text{个}0}$

$$(2) \quad 4.315\times 10^3=4\ 315; \quad 1.02\times 10^6=1\ 020\ 000.$$

$$(3) \quad (8.1\times 10^8)\div(9\times 10^5)=\frac{8.1\times 10^8}{9\times 10^5}=\frac{810\ 000\ 000}{900\ 000}=900.$$

例4 如果平均每人每天需要粮食 0.5 kg, 那么全国每天大约需要粮食多少千克? 1 年呢(全国人口约 1.39×10^9 人, 结果用科学记数法表示)?

解 $0.5\times 1.39\times 10^9=0.695\times 1\ 000\ 000\ 000=695\ 000\ 000=6.95\times 10^8$ (kg).
一年按 365 天计算,

$$6.95\times 10^8\times 365=6.95\times 365\times 100\ 000\ 000=253\ 675\ 000\ 000$$
$$\approx 2.5\times 10^{11} \text{ (kg)}.$$

答: 全国一天大约需要粮食 6.95×10^8 kg, 一年大约需要粮食 2.5×10^{11} kg.



课内练习

KENEILIANXI

1. 用科学记数法表示下列叙述中较大的数.

(1) 地球上陆地的面积大约是 $149\ 000\ 000\text{ km}^2$.

(2) 太阳中心的温度可达 $15\ 500\ 000\text{ }^\circ\text{C}$.

(3) 人一年心跳的正常次数约为 3 679.2 万次(用次做单位).

2. 计算下列各式,结果用科学记数法表示.

(1) $8.56 \times 10^2 - 2.1 \times 10^3$.

(2) $(9 \times 10^5) \times (2.5 \times 10^3)$.

探究活动

TAOJIHUODONG

1. 一张纸的厚度为 0.09 mm,那么你的身高是纸的厚度的多少倍?

2. 将这张纸按图 2-16 的方法连续对折 6 次,这时它的厚度是多少?

3. 假设连续对折始终是可能的,那么对折多少次后,所得的厚度可以超过你的身高? 先猜一猜,然后计算出答案. 你的猜想符合计算结果吗?



图 2-16



作业题

ZUOYETI



1. 下列用科学记数法表示的数,原来各是什么数?

(1) 1.7×10^3 .

(2) 5.08×10^9 .

(3) 7.2×10^5 .

2. 用科学记数法表示下列叙述中较大的数.

(1) 银河系中大约有恒星 160 000 000 000 颗.

(2) 太阳与地球的平均距离大约是 150 000 000 千米.

(3) 地球的质量大约是 5 980 000 000 000 000 000 吨.

3. 计算(结果用科学记数法表示):

(1) $7.8 \times 10^3 + 1.2 \times 10^3$.

(2) $8.4 \times 10^3 - 4.8 \times 10^4$.

4. 截至 2018 年,我国约有 2.3×10^8 辆民用汽车,按平均每辆车的车身长为 5 m 计算,让这些汽车头尾相接排列,大约能排多长? 相当于几座万里长城的长度(长城的长度按 5.13×10^3 km 计算)?



(第 4 题)



5. 计算(结果用科学记数法表示):

(1) $(5.2 \times 10^4) \times (2.5 \times 10^2)$.

(2) $(3 \times 10^3)^3$.

6. 估计你的语文教科书每页大约有多少字. 一套《辞海》大约有 1.7×10^7 个字,如果每页字数按语文教科书这样印刷,大约有多少页(结果用科学记数法表示)?

2.6 有理数的混合运算



若已知圆形花坛的半径和中间正方形底座的边长,怎样计算花坛的种花面积?



一座圆形花坛的半径为 3 m, 中间雕塑的底面是边长为 1.2 m 的正方形(如图 2-17). 你能用算式表示该花坛的实际种花面积吗? 这个算式有哪几种运算? 应怎样计算? 这个花坛的实际种花面积是多少?

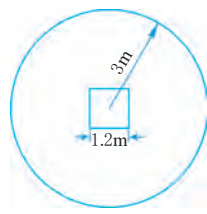


图 2-17

一般地, 有理数混合运算的法则是:

先算乘方, 再算乘除, 最后算加减. 如有括号, 先进行括号里的运算.

例1 计算:

$$(1) (-6)^2 \times \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2} \right) - 2^3.$$

$$(2) \frac{5}{6} \div \frac{2}{3} - \frac{1}{3} \times (-9)^2 + 3^2.$$

解 (1) $(-6)^2 \times \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2} \right) - 2^3$

$$= 36 \times \frac{1}{6} - 8$$

$$= 6 - 8$$

$$= -2.$$

$$(2) \frac{5}{6} \div \frac{2}{3} - \frac{1}{3} \times (-9)^2 + 3^2$$

$$= \frac{5}{6} \times \frac{3}{2} - \frac{1}{3} \times 81 + 9$$

$$= \frac{5}{4} - 27 + 9$$

$$= -\frac{67}{4}.$$

例2 底面半径为 10 cm, 高为 30 cm 的圆柱形水桶中装满了水. 小明先将桶中的水倒满 2 个底面半径为 3 cm, 高为 5 cm 的圆柱形杯子, 再把剩下的水倒入长、宽、高分别为 50 cm, 20 cm 和 20 cm 的长方体容器内. 长方体容器内水的高度大约是多少厘米 (π 取 3, 容器的厚度不计)?

解 水桶内水的体积为 $\pi \times 10^2 \times 30 \text{ cm}^3$, 倒满 2 个杯子后, 剩下的水的体积为 $(\pi \times 10^2 \times 30 - 2 \times \pi \times 3^2 \times 5) \text{ cm}^3$ (如图 2-18).

$$\begin{aligned} & (\pi \times 10^2 \times 30 - 2 \times \pi \times 3^2 \times 5) \div (50 \times 20) \\ &= (9\,000 - 270) \div 1\,000 \\ &= 8\,730 \div 1\,000 \\ &= 8.73(\text{cm}). \end{aligned}$$

答: 容器内水的高度约为 8.73 cm.

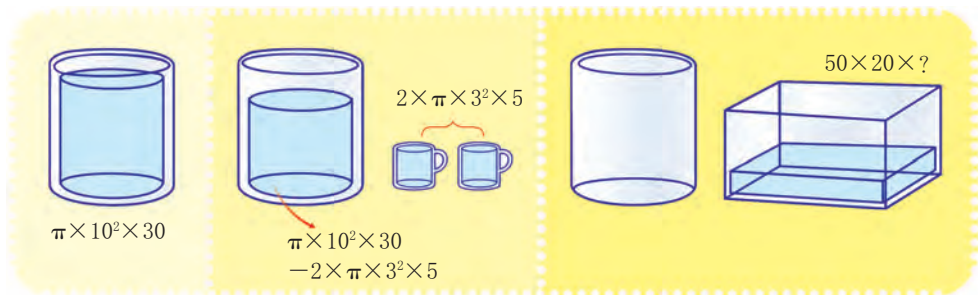


图 2-18



课内练习

KENEILIANXI

1. 计算:

(1) $1.5 - 2 \times (-3)$.

(2) $-\frac{1}{2} \times (-2)^2 \div \frac{2}{3}$.

(3) $8 - 8 \times \left(\frac{3}{2}\right)^2$.

(4) $\frac{3}{2} \div \left(-\frac{3}{4}\right) + \left(-\frac{2}{7}\right)^2 \times 21$.

2. 下列计算错在哪里? 应如何改正?

(1) $74 - 2^2 \div 70 = 70 \div 70 = 1$.

(2) $\left(-1\frac{1}{2}\right)^2 - 2^3 = 1\frac{1}{4} - 6 = -4\frac{3}{4}$.

(3) $2^3 - 6 \div 3 \times \frac{1}{3} = 6 - 6 \div 1 = 0$.



作业题

ZUOYETI



1. 计算:

(1) $4 - 3 \times 2^2$.

(2) $1 - (5 - 7) \div (-3)^3$.

(3) $\frac{1}{4} \times \left(-\frac{6}{7}\right) \div \left(\frac{1}{2} - 2\right)$.

(4) $17 - 8 \div (-2) + 4 \times (-5)$.

2. 下列计算错在哪里? 应如何改正?

(1) $\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \times 3 = 0 \times 3 = 0$.

(2) $-3^2 - (-2)^3 = 9 - 8 = 1$.

(3) $15 \div 5 \times (-3) - 6 \div \left(\frac{3}{2} - \frac{2}{3}\right) = 15 \div (-15) - (4 - 9) = -1 + 5 = 4$.



(第4题)

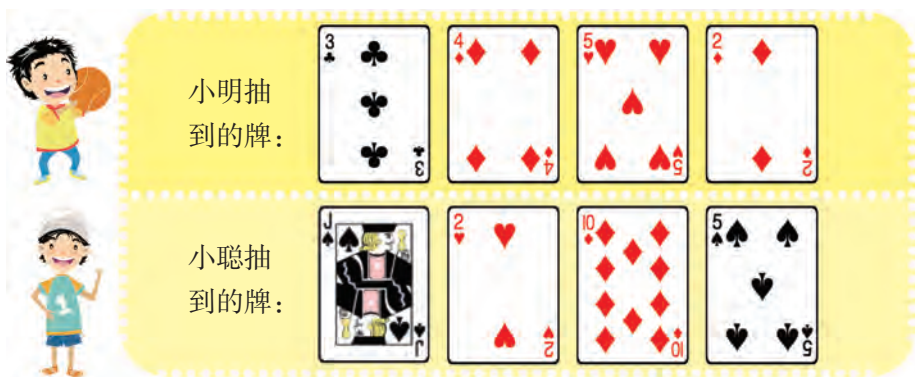
3. 计算: $\left(-\frac{5}{8}\right) \times (-4^2) - 0.25 \times (-5) \times (-4)^3$.

4. 某空调室外机形状是一个长方体, 其长、宽、高尺寸分别为 850 mm, 320 mm, 580 mm, 在朝外一面上有一个圆形的孔, 孔的直径为 440 mm, 除这个孔外外壳均用铁皮包裹. 计算外壳铁皮的面积(π 取 3).



5. 计算: $(-1.25) \times \left(-\frac{2}{5}\right) \times (+8) - 9 \div \left(-1\frac{1}{2}\right)^2$.

6. 有一种“24 点”的扑克牌游戏规则是: 任抽四张牌, 用各张牌上的数和加、减、乘、除四则运算(可用括号)列一个算式, 先得计算结果为“24”者获胜(J, Q, K 分别表示 11, 12, 13, A 表示 1). 小明、小聪两人抽到的四张牌如图所示, 这两组牌都能算出“24 点”吗? 为什么? 如果算式中允许包含乘方运算, 你能列出符合要求的不同的算式吗?



(第6题)

2.7 近似数

曾侯乙编钟由64个青铜编钟组成,分3层排列,共8组,最大的高153.4厘米,最小的高20.2厘米.其造型壮观,配备齐全,音列充实,音频准确,堪称中国古代编钟之最.经考古判断,该编钟是约2400年前春秋晚期的文物.



上面节前语中,64这个数与曾侯乙编钟的实际个数完全符合.像这样与实际完全符合的数称为**准确数**(accurate number).在节前语中,3,8这两个数也是准确数.153.4,20.2,2400这三个数是通过测量或估计得到的,它们与最大编钟和最小编钟的实际高度,以及制造编钟的实际年代比较接近,但不完全符合.像这样与实际接近的数称为**近似数**(approximate number).

做一做

ZUOYIZUO

下列叙述中的各数,哪些是准确数?哪些是近似数?说明你的理由.

- (1) 教室里有24张课桌.
- (2) 小明的身高为1.57 m.
- (3) 某本书的定价是4.50元.
- (4) 月球与地球之间的平均距离大约是38万千米.
- (5) 据美国一家猫粮制作公司调查:“在美国共有8500万只猫咪,22%的猫主人都选择猫咪爱看的频道.”



(第5题)

对近似数,人们常需知道它的精确度.一个近似数的精确度可用四舍五入法表述.一个近似数四舍五入到哪一位,就说这个近似数精确到哪一位.如上面第(2)题,身高1.57 m是千分位上的数四舍五入到百分位的结果,它

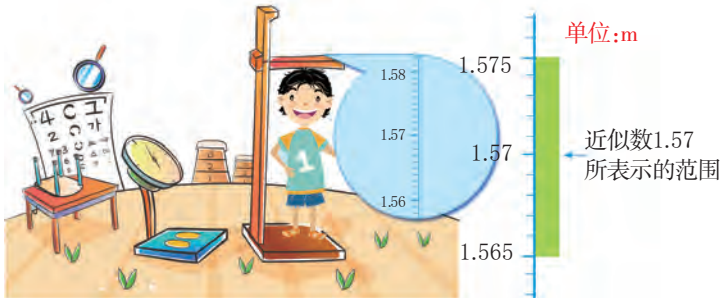


图 2-19

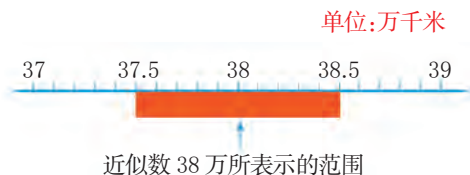


图 2-20

精确到百分位(或精确到 0.01), 表示实际身高大于或等于 1.565 m, 而小于 1.575 m (如图 2-19). 同样, 近似数 38 万是千位上的数四舍五入到万位的结果, 所以说它精确到万位(如图 2-20).

做一做 ZUOYIZUO

- 下列由四舍五入法得到的近似数各精确到哪一位?
(1) 11 亿. (2) 36.8. (3) 1.2 万. (4) 1.20 万.
- 用四舍五入法, 按括号内的要求对下列各数取近似值.
(1) 0.334 48 (精确到千分位).
(2) 64.8 (精确到个位).
(3) 1.595 2 (精确到 0.01).
(4) 0.050 69 (精确到 0.001).
(5) 84 960 (精确到百位, 并用科学记数法表示).

近似数的计算我们一般可用计算器作为辅助计算工具, 人们常用的计算器有简易计算器、科学计算器(如图 2-21)和图形计算器等. 用科学计算器进行混合运算的按键顺序与书写顺序基本相同^①. 近似计算中可按精确度要求将用计算器算得的结果取近似值.

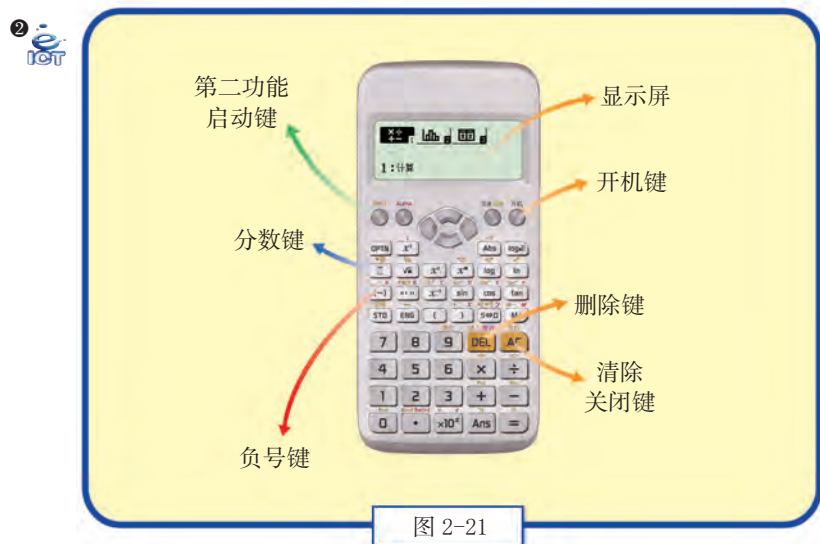


图 2-21

^① 不同型号计算器的按键顺序不一定相同, 请参照你的计算器的说明书.

^② ICT 是英文 Information and Communication Technology 的缩写, 直译为信息和通讯技术(包括计算器、计算机和互联网技术等). 本套教科书加注 ICT 标志的地方均可应用计算器、计算机或互联网等工具.

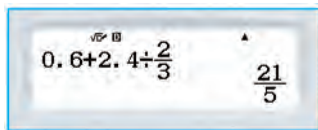


例1 用计算器计算:

(1) $0.6 + 2.4 \div \frac{2}{3}$.

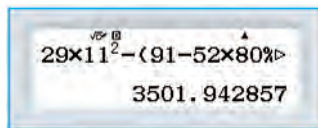
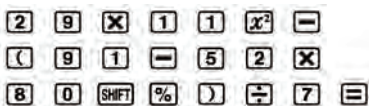
(2) $29 \times 11^2 - (91 - 52 \times 80\%) \div 7$ (精确到个位).

解 (1) 按键顺序为:



$$\therefore 0.6 + 2.4 \div \frac{2}{3} = \frac{21}{5}.$$

(2) 按键顺序为:



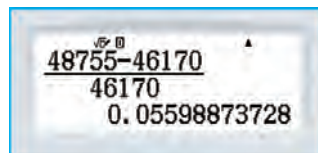
$$\begin{aligned} \therefore 29 \times 11^2 - (91 - 52 \times 80\%) \div 7 \\ = 3\,501.942\,857 \approx 3\,502. \end{aligned}$$



例2 杭州市 2009 年献血量从 2008 年的 46 170 升增加到 48 755 升, 增长的百分比是多少(精确到 0.01%)?

解 2009 年比 2008 年增长的百分比为 $\frac{48\,755 - 46\,170}{46\,170}$.

用计算器计算, 按键顺序为:



$$\therefore \frac{48\,755 - 46\,170}{46\,170} = 0.055\,988\,737\,28 \approx 5.60\%.$$

答: 杭州市献血量 2009 年比 2008 年增长 5.60%.



课内练习

KENEILIANXI

- (口答) 圆周率 $\pi = 3.141\,592\,65 \dots$ 取近似值 3.14, 是精确到哪一位? 取近似值 3.141 6 呢?

2. 用四舍五入法,对下列各数按括号中的要求取近似值.

(1) 46.249 (精确到 0.1).

(2) 0.665 (精确到百分位).

(3) 5 041 (精确到百位,结果用科学记数法表示).

 3. 用计算器计算:

(1) $\frac{2}{3} \times 19.2 - 3.7 \times 5^2$.

(2) $9.1 \div (43 - 2.1)$ (精确到 0.001).



探究活动

TAOJIHUBOBB

利用计算器,按下面的流程图操作.

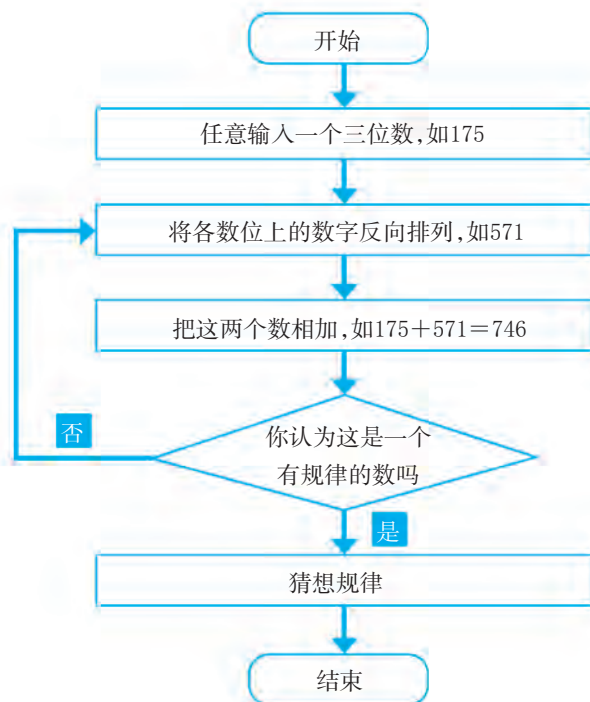


图 2-22

多举几个三位数试一试,你得到怎样的猜想? 与你的同伴得到的结果比较,你们的猜想相同吗?



作业题

ZUOYETI

A 1. 下列表述中,哪些数是准确数?

- (1) 王敏的钢笔长 14.5 cm.
- (2) 一只苹果的质量是 200 g.
- (3) 七年级一班有学生 48 人.

2. 由四舍五入得到的近似数 83.50,精确到_____位,它表示大于或等于_____,而小于_____的数.



3. 用计算器计算:

(1) $5.7 \div \frac{8}{3} - 4 \times 2.$

(2) $\frac{1.2^4}{2.1 - 1.8}.$

(3) $\frac{(2.5 - 4)^2}{13} - 3.1^3$ (精确到 0.01).



4. 某型号计算机每秒运算的次数是 4.66×10^8 次. 该计算机每分钟运算多少次? 每小时呢? 每天呢?

B



5. 2010年上海世博会主题馆屋面太阳能板面积达3万多平方米,是当时世界最大单体积太阳能屋面,年发电量为 2.5×10^6 千瓦时. 与火力发电相比,相当于每年节约用标准煤约1 010吨,每千瓦时电可减排二氧化碳0.001吨. 问一年能减排二氧化碳多少吨? 每发1 000千瓦时电能节约标准煤多少吨(精确到0.01吨)?



(第5题)



6. 用计算器计算,并把结果写在等号右边. 你得到怎样的规律? 你能说明你的猜想正确吗?

$1 \times 9 + 2 =$ _____;

$12 \times 9 + 3 =$ _____;

$123 \times 9 + 4 =$ _____;

$1\ 234 \times 9 + 5 =$ _____.

小结

XIÄQJIE



填空.

1. 有理数的运算法则.

(1) 同号两数相加, 取_____的符号, 并把_____相加; 异号两数相加, 取绝对值_____的加数的符号, 并用_____绝对值减去较小的绝对值; _____的两个数相加得 0, 一个数同 0 相加仍得_____.

(2) 减去一个数, 等于加上这个数的_____.

(3) 两数相乘, _____得正, _____得负, _____相乘.
任何数与 0 相乘, 积为_____.

(4) 两数相除, 同号_____, 异号_____, 并把_____相除.

0 除以任何一个_____都得 0.

除以一个数(不等于 0), 等于乘以这个数的_____.

(5) 有理数混合运算的法则是: 先算_____, 再算_____, 最后算_____. 如有括号, 就先进行_____的运算.

2. 有理数的运算律.

(1) $a + b = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}}$;
 $(a + b) + c = a + (\underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}})$.

(2) $a \times b = \underline{\hspace{2cm}}$;
 $(a \times b) \times c = a \times (\underline{\hspace{2cm}})$;
 $a \times (b + c) = \underline{\hspace{2cm}}$.

3. 有关概念.

(1) 乘积为_____的两个有理数称为互为倒数.

(2) 求几个_____的积的运算叫做乘方, 乘方的_____叫做幂. 在 a^n 中, a 叫做_____, n 叫做_____.

(3) 把一个数表示成_____与_____的幂相乘的形式叫做科学记数法.

(4) 与实际_____的数称为准确数, 与实际_____的数称为近似数.



填表.

技能内容	学会程度		
	学 会	基本学会	不 会
运用有理数四则运算法则和运算律运算			
用四舍五入法按预定精确度取近似值			
用科学记数法表示较大的数			
用计算器进行有理数的运算			

目标与评定

MUBIAOYUPINGDING

目标A

2.1节 2.2节

●掌握有理数的加法和减法及简单的混合运算.

●理解有理数加法的交换律和结合律,能运用加法运算律简化运算.

1. 计算:

(1) $5+(-6)$.

(2) $-1.3+(-1.7)$.

(3) $(-11)-7$.

(4) $(-7)-(-8)$.

2. 计算:

(1) $\frac{1}{7}+(-2.5)-(-\frac{6}{7})$.

(2) $(-73)+9.1-(-7)+(-9)$.

(3) $5.6-7+3.4$.

(4) $21-(4.5-10)$.

3. 一个粮库至8月31日有存粮112吨,从9月1日至9月10日,该粮库粮食进出情况如下表(记进库为正).

日期	1日	2日	3日	4日	5日	6日	7日	8日	9日	10日
数量(吨)	50	-11	-21	41	89	-72	86	0	-54	-12

(1) 至9月10日运粮结束时,仓库内存粮为多少吨?

(2) 9月1日至9月10日共进出粮食多少吨?

目标B

2.3节 2.4节

●掌握有理数的乘法和除法及简单的混合运算.

●理解有理数乘法的交换律、结合律和分配律,能运用乘法运算律简化运算.

4. 计算:

(1) $(-15)\times(-4)$.

(2) $\frac{5}{9}\times(-2.7)$.

(3) $(-\frac{7}{5})\times\frac{1}{5}$.

(4) $(-8)\div(-1.25)$.

5. 计算:

(1) $3\times(-1.7)\times 2$.

(2) $8\times(-\frac{5}{3})\times(-0.25)\times(-\frac{6}{5})$.

(3) $11\div\frac{1}{7}\times(-\frac{4}{11})$.

(4) $(-1.5)\times\frac{4}{5}\div(-\frac{2}{5})\times\frac{3}{4}$.

目标C

2.5 节

●理解乘方的意义,掌握有理数的乘方运算.

●会用科学记数法表示较大的数.

6. 计算:

$$(1) (-9)^2. \quad (2) (-0.3)^3. \quad (3) \left(\frac{3}{7}\right)^2.$$

$$(4) (-10)^5. \quad (5) -4 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2. \quad (6) \left(\frac{2}{5} \times \frac{5}{3}\right)^2.$$

7. 用科学记数法表示下列表述中较大的数.

- (1) 世界上最深的海沟是太平洋的马里亚纳海沟,海拔为 $-11\,034\text{ m}$.
 (2) 据科学家估计,地球的年龄大约是 $4\,600\,000\,000$ 年.

8. 一次自然灾害导致大约 20 万人受困,急需准备一批帐篷和粮食进行援助. 估计每顶帐篷可以住 10 人,平均每人每天需要粮食 0.4 千克,共维持 15 天,那么有关部门需要筹集多少顶帐篷? 多少吨粮食(结果用科学记数法表示)?

目标D

2.6 节 2.7 节

●掌握有理数的加、减、乘、除、乘方及简单的混合运算.

●了解近似数的概念,会根据预定精确度取近似值.

●能用计算器进行加、减、乘、除和乘方的运算,以及一些简单的混合运算.

9. 计算:

$$(1) (-66) \times \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \times \frac{5}{11}\right).$$

$$(2) 4 - (-3)^2 \times 2.$$

$$(3) -2^2 \div \frac{2}{3} \times \left(1 - \frac{1}{3}\right)^2.$$

$$(4) 3^2 \div \left(-\frac{1}{3}\right)^3 - 2^4 \div \left(-\frac{1}{2}\right).$$

10. 用四舍五入法将下列各数取近似值.

- (1) $0.033\,95$ (精确到 $0.000\,1$).
 (2) 106.49 (精确到个位).
 (3) $8.050\,4$ (精确到 0.01).
 (4) $5\,109\,500$ (精确到万位,并用科学记数法表示).



11. 用计算器计算:

$$(1) 1.85 - \left(2 - 1\frac{3}{4}\right) \times 7.$$

$$(2) \frac{1.6^4}{2.5 - 1.7}.$$

$$(3) 91 \times 13^3 \div 21\% \text{ (精确到 } 0.01\text{)}.$$



底面半径
(第 12 题)

12. 计算高为 7.6 cm, 底面半径为 2.7 cm 的圆锥的体积 (精确到 1 cm^3 , 圆锥的体积 $= \frac{1}{3} \times \text{底面积} \times \text{高}$).

13. 用计算器计算:
 $99\,999 \times 11$, $99\,999 \times 12$, $99\,999 \times 13$, $99\,999 \times 14$.
 你发现了什么规律? 用你所发现的规律口算 $99\,999 \times 19$.

目标 E

●能运用有理数的运算解决简单的实际问题.

14. 有一个水库某天 8:00 的水位为 -0.1 m (以警戒线为基准, 记高于警戒线的水位为正), 在以后的 6 个时刻测得的水位升降情况如下 (记上升为正, 单位: m):
 0.5 , -0.8 , 0 , -0.2 , -0.3 , 0.1 .
 经这 6 次水位升降后, 水库的水位超过警戒线了吗?

15. 小江家的住房户型结构如图所示. 请算出小江家的住房面积.



(第 15 题)

第3章

实数

目录

CONTENTS<<

3.1	平方根	68
3.2	实数	71
	● 阅读材料 神奇的 π	75
3.3	立方根	77
3.4	实数的运算	80
	● 小结	83
	● 目标与评定	84

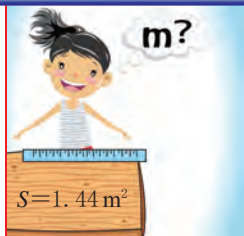
跳伞运动员跳离飞机,在打开降落伞前,下降的高度 d (米)和下降的时间 t (秒)之间有关系式 $d=5 \times t^2$ (不计空气阻力).你能算出跳伞运动员在打开降落伞前下降 875 米所需要的时间吗?

当你站在 h 千米高处时,你能看到的最远距离 d 可表示为 $d=112 \times \sqrt{h}$ 千米.上海金茂大厦观光厅高 340 米,人站在观光厅里能看多远?

本章将学习平方根、立方根、实数及其运算.实数的引入,使我们进入了一个更广阔的数的世界.



3.1 平方根



一张正方形桌面的面积为 1.44 m^2 , 它的边长为多少米?

一个正方形的面积为 1.44 m^2 (如图 3-1), 这个正方形的边长为多少米? 你是怎么想的? 什么数的平方等于 1.44 ?

一般地, 如果一个数的平方等于 a , 那么这个数叫做 a 的平方根(square root), 也叫做 a 的二次方根. 例如, 因为 $1.2^2=1.44$, 所以 1.2 是 1.44 的平方根. 又因为 $(-1.2)^2=1.44$, 所以 -1.2 也是 1.44 的平方根.

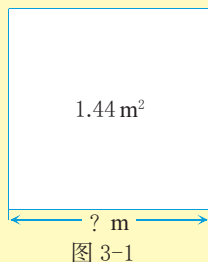


图 3-1

请分别说出 $49, \frac{1}{25}, 0$ 的平方根.

关于数的平方根, 我们有以下事实:

一个正数有正、负两个平方根, 它们互为相反数; 0 的平方根是 0; 负数没有平方根.

一个正数 a 的正平方根用“ $\sqrt{a}$ ”表示 (读做“根号 a ”); a 的负平方根用“ $-\sqrt{a}$ ”表示 (读做“负根号 a ”), 因此, 一个正数 a 的平方根就用“ $\pm\sqrt{a}$ ”表示 (读做“正、负根号 a ”), 其中 a 叫做被开方数.

求一个数的平方根的运算叫做开平方. 开平方是平方运算的逆运算, 因此, 可以运用平方运算求一个数的平方根.

例1 求下列各数的平方根:

- (1) 9 . (2) $\frac{1}{4}$. (3) 0.36 . (4) $\frac{16}{9}$.

解 (1) $\because 3^2=9, (-3)^2=9$ (简记为 $(\pm 3)^2=9$),

$\therefore 9$ 的平方根是 ± 3 , 即 $\pm\sqrt{9}=\pm 3$.

(2) $\because \left(\pm\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$,

$\therefore \frac{1}{4}$ 的平方根是 $\pm\frac{1}{2}$, 即 $\pm\sqrt{\frac{1}{4}}=\pm\frac{1}{2}$.

(3) $\because (\pm 0.6)^2=0.36$,

$\therefore 0.36$ 的平方根是 ± 0.6 , 即 $\pm\sqrt{0.36}=\pm 0.6$.

(4) $\because \left(\pm\frac{4}{3}\right)^2=\frac{16}{9}$,

$\therefore \frac{16}{9}$ 的平方根是 $\pm\frac{4}{3}$, 即 $\pm\sqrt{\frac{16}{9}}=\pm\frac{4}{3}$.

正数的正平方根称为**算术平方根**, 0 的算术平方根是 0. 一个数 $a(a\geq 0)$ 的算术平方根记做“ $\sqrt{a}$ ”. 例如, 9 的算术平方根是 3, 即 $\sqrt{9}=3$, $\frac{1}{4}$ 的算术平方根是 $\frac{1}{2}$, 即 $\sqrt{\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}$.

例2 先说出下列各式的意义, 再计算.

(1) $\pm\sqrt{\frac{49}{100}}$. (2) $\sqrt{225}$. (3) $-\sqrt{\frac{9}{4}}$.

解 (1) $\pm\sqrt{\frac{49}{100}}$ 表示 $\frac{49}{100}$ 的平方根.

$$\pm\sqrt{\frac{49}{100}}=\pm\frac{7}{10}.$$

(2) $\sqrt{225}$ 表示 225 的算术平方根.

$$\sqrt{225}=15.$$

(3) $-\sqrt{\frac{9}{4}}$ 表示 $\frac{9}{4}$ 的负平方根.

$$-\sqrt{\frac{9}{4}}=-\frac{3}{2}.$$



课内练习

KENEILIANXI

1. 填空:

(1) $\because$ ()²=1,

$\therefore$ 1 的平方根是_____, 即 $\pm\sqrt{1}$ = _____.

(2) $\because$ ()²=64,

$\therefore$ 64 的平方根是_____, 即 _____ = _____.

(3) $\because$ ()²=0.04,

$\therefore$ 0.04 的平方根是_____, 即 _____ = _____.

(4) $\because$ ()²= $\frac{36}{25}$, $\therefore \pm\sqrt{\frac{36}{25}}$ = _____.

2. 求下列各数的平方根: $64, \frac{16}{25}, \frac{4}{81}, 0.01$.

3. 下列各数有没有平方根? 如果有, 求出它的算术平方根; 如果没有, 请说明理由.

$100, \frac{1}{16}, 0.09, -0.36, 0$.



作业题

ZUOYETI



1. 填空:

(1) _____ 数的平方根有两个, 它们互为_____.

(2) _____ 数没有平方根.

(3) 0.25 的算术平方根是_____.

2. 填空:

(1) $\because$ ()²= $\frac{9}{4}$,

$\therefore \frac{9}{4}$ 的平方根是_____, 即 $\pm\sqrt{\frac{9}{4}}$ = _____.

(2) $\because$ ()²=0.16,

$\therefore$ 0.16 的平方根是_____, 即 _____ = _____.

3. 下列各数有没有平方根? 如果有, 求出它的平方根; 如果没有, 请说明理由.

$0.000\ 1, (-7)^2, -9, \frac{4}{49}$.

4. 先说出下列各式的意义,再计算.

(1) $\sqrt{169}$. (2) $\pm\sqrt{4}$. (3) $-\sqrt{7.3^2}$.

B 5. 计算:

(1) $\sqrt{196}$. (2) $\pm\sqrt{324}$. (3) $\sqrt{0.81}$. (4) $-\sqrt{\frac{9}{25}}$.

6. 已知一个长方形的长是宽的2倍,面积为 72 cm^2 ,求这个长方形的周长.

C 7. 用计算器比较下列数的大小: $1^2, 2^2, 2.5^2, 5.7^2, 11^2, 17^2, 101^2$,你发现了什么规律? 算术平方根的大小与被开方数的大小有什么关系?

3.2 实数

图中这个食物罐上绘有精美的印第安图案.有趣的是,它的宽与高之比恰好为 $\sqrt{2}$.



如图 3-2,依次连结 2×2 方格四条边的中点 A, B, C, D ,得到一个阴影正方形.设每一方格的边长为1个单位,讨论下面的问题:

- (1) 阴影正方形的面积是多少?
- (2) 阴影正方形的边长是多少? 应怎样表示?
- (3) 阴影正方形的边长介于哪两个相邻整数之间?

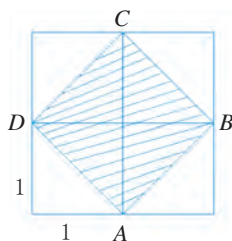


图 3-2

观察图 3-2,我们可得图中阴影正方形的边长为 $\sqrt{2}$. 因为 $1 < \sqrt{2} < 2$, 所以它不是整数. 下面让我们一起探究 $\sqrt{2}$ 的十分位、百分位、千分位等数

位上的值.

我们可以通过计算,得到下表.



$1.4^2 < 2 < 1.5^2$	$1.4 < \sqrt{2} < 1.5$
$1.41^2 < 2 < 1.42^2$	$1.41 < \sqrt{2} < 1.42$
$1.414^2 < 2 < 1.415^2$	$1.414 < \sqrt{2} < 1.415$
$1.4142^2 < 2 < 1.4143^2$	$1.4142 < \sqrt{2} < 1.4143$
$1.41421^2 < 2 < 1.41422^2$	$1.41421 < \sqrt{2} < 1.41422$
...	...

如此进行下去,可以得到一系列越来越接近 $\sqrt{2}$ 的近似值.事实上,
 $\sqrt{2}=1.414213562373095048801688724209698078569\cdots$,
 它既不是有限小数,也不是无限循环小数(不能化为分数).

像 $\sqrt{2}$ 这种无限不循环小数叫做**无理数**(irrational number).无理数广泛存在着,例如,

$$\pi=3.1415926535897932384626433832795028841971693\cdots,$$

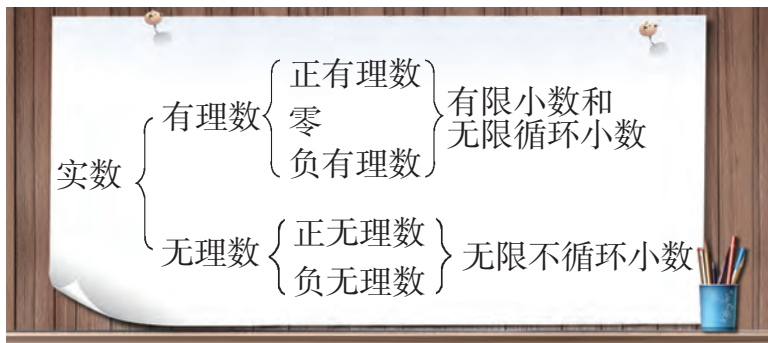
$$\sqrt{3}=1.7320508075688772935274463415058723669\cdots,$$

任意写一个无限不循环小数,如 $1.010010001\cdots$ (两个“1”之间依次多一个“0”),它也是无理数.

如果我们把整数看做小数部分为零的有限小数,那么有理数便是有限小数与无限循环小数的统称.

和有理数一样,无理数也可分为正无理数和负无理数.例如, $\pi, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}$ 都是正无理数, $-\pi, -\sqrt{2}, -\sqrt{3}, -\sqrt{5}$ 都是负无理数.

有理数和无理数统称**实数**(real number).



把数从有理数扩充到实数以后,有理数中的相反数和绝对值的概念同样适用.例如, $\sqrt{2}$ 与 $-\sqrt{2}$ 是互为相反数, $|\sqrt{2}| = |-\sqrt{2}| = \sqrt{2}$.

做一做

1. 填空:

- (1) $-\sqrt{3}$ 的相反数是_____.
- (2) $|-\sqrt{5}| =$ _____.
- (3) 一个数的绝对值是 $\frac{\pi}{2}$,则这个数是_____.

2. 下列各数中,哪些是有理数? 哪些是无理数?

$3.141\ 59, -\frac{1}{8}, 0.\dot{3}\dot{6}, \sqrt{2}, 2\pi, \sqrt{3}$.

我们已经知道,每一个有理数都可以用数轴上的点表示出来.例如,可把 $-2, -0.5, \frac{1}{4}$ 和 2 表示在数轴上(图 3-3).



图 3-3

那么,数轴上的每一个点都表示一个有理数吗? 答案是否定的.

如图 3-4,通过画图 3-2 中正方形 $ABCD$ 的边长,就能准确地把 $\sqrt{2}$ 和 $-\sqrt{2}$ 表示在数轴上.

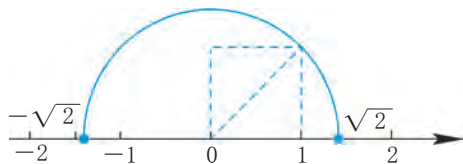


图 3-4

在实数范围内,每一个实数都可以用数轴上的点来表示;反过来,数轴上的每一个点都表示一个实数.我们说实数和数轴上的点一一对应.

有理数的大小比较法则也适用于实数.

在数轴上表示的两个实数,右边的数总比左边的数大.

例 把下列实数表示在数轴上,并比较它们的大小(用“ $<$ ”连接).

$$\frac{8}{3}, -\pi, 1.5, -\sqrt{3}.$$

分析 对于 $\pi, -\sqrt{3}$ 等无理数,我们可以取其适当的近似值,把它们近似地表示在数轴上,如取 $\pi \approx 3.1, -\sqrt{3} \approx -1.7$.

解 把 $\frac{8}{3}, -\pi, 1.5, -\sqrt{3}$ 表示在数轴上,如图 3-5.

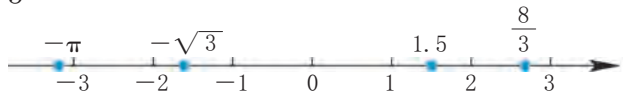


图 3-5

$$\therefore -\pi < -\sqrt{3} < 1.5 < \frac{8}{3}.$$



课内练习

KENEILIANXI

1. 在 $\frac{1}{7}, -\pi, 0, 3.14, -\sqrt{2}, 0.3, -\sqrt{49}, 3\frac{1}{3}$ 中,

属于有理数的有:_____;

属于无理数的有:_____;

属于实数的有:_____.

2. 用“ $<$ ”,“ $>$ ”或数字填空:

(1) $\because 1.73^2$ _____ 3 _____ 1.74^2 ,

$\therefore 1.73$ _____ $\sqrt{3}$ _____ 1.74 ,

$\therefore \sqrt{3} \approx$ _____ (精确到 0.1).

(2) $\because 2.449^2$ _____ 6 _____ 2.450^2 ,

$\therefore 2.449$ _____ $\sqrt{6}$ _____ 2.450 ,

$\therefore \sqrt{6} \approx$ _____ (精确到 0.01).



作业题

ZUOYETI

A 1. 指出下列各数是有理数还是无理数:

$$1, -\sqrt{4}, \sqrt{\frac{25}{9}}, 3.141\ 59, \frac{1}{6}, -\sqrt{3}, 3.i3i,$$

3.131 331 333 133 331... (两个“1”之间依次多一个“3”).

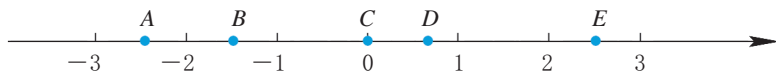
2. 请写出四个无理数.

3. 分别求下列各数的绝对值和相反数:

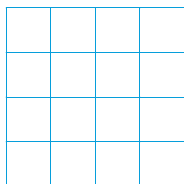
(1) $-\sqrt{2}$. (2) $\sqrt{5}$. (3) $-\pi$.

4. 请将下列实数与它们在数轴上的对应点连起来,并把它按从小到大的顺序排列,用“ $<$ ”连接.

$$0.\dot{6}, -\sqrt{6}, -\sqrt{2}, \frac{5}{2}, 0.$$



(第4题)



(第6题)

B 5. 用第72页考察 $\sqrt{2}$ 的近似值的方法,求 $\sqrt{5}$ 的近似值. 写出精确到十分位的近似值. 你能将 $\sqrt{5}$ 的近似值精确到哪一位?

G 6. 利用如图 4×4 方格,作出面积为8平方单位的正方形,然后在数轴上表示实数 $\sqrt{8}$ 和 $-\sqrt{8}$.

神奇的



我们已经知道, π 是一个无理数,即无限不循环小数.在日常应用中,大多数人只需要知道 π 的前4位小数值就足够了,然而数学家对 π 的价值的研究却经历了许多世纪.

公元前1700年,埃及人使用 $\pi = \frac{256}{81} \approx 3.16049$ 的圆周率,并由此认为圆的面积公式为 $S = \left(d - \frac{d}{9}\right)^2$ (d 为圆的直径).后来,阿基米德(Archimedes, 前287~前212年)证明了 $\frac{223}{71} < \pi < \frac{22}{7}$.

在中国古代,张衡(78~139年)给出 $\pi = \sqrt{10} = 3.162\cdots$,后来,中国两位

杰出的数学家刘徽(约公元3世纪)和祖冲之(429~500年)又对 π 的研究作出了重要的贡献. 263年,刘徽撰《九章算术注》,首创一种称为“割圆术”的数学方法,算出 π 的近似值为3.141 6. 460年,祖冲之仍采用刘徽的“割圆术”,算得 $3.141\ 592\ 6 < \pi < 3.141\ 592\ 7$,还得到 π 的两个近似值: $\frac{22}{7}$ (约率)和 $\frac{355}{113}$ (密率). 这个纪录在世界上保持了一千多年,直至1593年,欧洲才有人算得具有15位小数的 π 值.



▲祖冲之

1609年,德国数学家卢道夫(Ludolph, 1540~1610年)把 π 的近似值算到了小数点后35位数. 为了纪念他的这项成就,人们给他树了一块奇特的墓碑,上面刻着他算得的 π 值:

3.141 592 653 589 793 238 462 643 383 279 502 88...

1655年,英国数学家瓦里斯(Wallis, 1616~1703年)将 π 表示为无穷乘积的形式:

$$\pi = 4 \times \left(\frac{2 \times 4 \times 4 \times 6 \times 6 \times 8 \times 8 \times 10 \times 10 \times 12 \times 12 \cdots}{3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 \times 7 \times 9 \times 9 \times 11 \times 11 \times 13 \cdots} \right),$$

此后,德国数学家莱布尼兹(Leibniz, 1646~1716年)证明了

$$\pi = 4 \times \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13} - \frac{1}{15} + \frac{1}{17} - \frac{1}{19} + \cdots \right).$$

1874年,英国数学家詹克斯(Shanks, 1812~1882年)出版了一本关于 π 估值的书,他把 π 的值求到小数点后707位. 由于当时没有现代计算机,他是用手工算的,足足算了15年. 然而到1946年,有数学家提出詹克斯给出的 π 值的第528位以后是错的.

为什么 π 的近似值计算有如此的魅力,吸引着众多数学家如此执著地追求呢? 这是因为 π 除了它本身的意义之外,还在以下这些方面有着重要作用:

- 它与概率论等其他数学领域的研究有着密切的联系;
- 它可以检验超级计算机的硬件和软件的性能;
- 计算 π 的方法和思路可以引发新的数学概念和思想.

据已公布的结果,至2011年,利用计算机, π 的值已算到小数点后10万亿位. 人们对 π 的研究还将继续.



▲刘徽

3.3 立方根

这是由8个同样大小的单位立方体组成的魔方.这8个单位立方体可以重新排列,组成魔方表面的各种不同图案.



要做一个体积为 8 cm^3 的立方体模型(如图 3-6),它的棱要取多少长? 你是怎么知道的?

什么数的立方等于-8?

一般地,一个数的立方等于 a ,这个数就叫做 a 的 **立方根** (cube root),也叫做 a 的 **三次方根**,记做 $\sqrt[3]{a}$. 其中 a 是被开方数,3 是根指数,符号“ $\sqrt[3]{\quad}$ ”读做“三次根号”.例如, $2^3=8$, 其中 2 是 8 的立方根,即 $\sqrt[3]{8}=2$; $(-2)^3=-8$, 其中 -2 是 -8 的立方根,即 $\sqrt[3]{-8}=-2$.

求一个数的立方根的运算,叫做**开立方**.

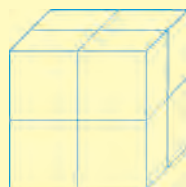


图 3-6

注意

$\sqrt[3]{a}$ 中的根指数 3 不能省略,要写在根号的左上角.

例1 求下列各数的立方根:

- (1) 27. (2) -27. (3) $\frac{1}{27}$. (4) -0.064. (5) 0.

解 (1) $\because 3^3=27$,

$\therefore 27$ 的立方根是 3, 即 $\sqrt[3]{27}=3$.

(2) $\because (-3)^3=-27$,

$\therefore -27$ 的立方根是 -3, 即 $\sqrt[3]{-27}=-3$.

(3) $\because \left(\frac{1}{3}\right)^3=\frac{1}{27}$,

$\therefore \frac{1}{27}$ 的立方根是 $\frac{1}{3}$, 即 $\sqrt[3]{\frac{1}{27}}=\frac{1}{3}$.

(4) $\because (-0.4)^3 = -0.064,$

$\therefore -0.064$ 的立方根是 -0.4 , 即 $\sqrt[3]{-0.064} = -0.4.$

(5) $\because 0^3 = 0,$

$\therefore 0$ 的立方根是 0 , 即 $\sqrt[3]{0} = 0.$

一般地, 我们有以下事实:

一个正数有一个正的立方根; 一个负数有一个负的立方根; 0 的立方根是 0.

例2 计算:

(1) $\sqrt[3]{\frac{27}{8}}.$

(2) $\sqrt[3]{-64} + \sqrt{16}.$

解 (1) $\sqrt[3]{\frac{27}{8}} = \frac{3}{2}.$

(2) $\sqrt[3]{-64} + \sqrt{16} = -4 + 4 = 0.$



课内练习

KENEILIANXI

1. 判断下列说法是否正确, 并说明理由.

(1) $\frac{8}{27}$ 的立方根是 $\pm \frac{2}{3}.$

(2) 负数不能开立方.

2. 求 $1, -1, -\frac{1}{27}$ 的立方根.

3. 分别求下列各式的值:

(1) $\sqrt[3]{216}.$ (2) $\sqrt[3]{-0.008}.$ (3) $\sqrt[3]{\frac{1}{64}}.$



1. 判断下列说法是否正确,并说明理由.

- (1) 4 的平方根是 2.
- (2) -8 没有立方根.
- (3) 8 的立方根是 ± 2 .
- (4) -8 的立方根是 -2.

2. 填空:

$$(1) \because (\quad)^3 = -125, \\ \therefore \sqrt[3]{-125} = \underline{\quad}.$$

$$(2) \because (\quad)^3 = \frac{64}{27}, \\ \therefore \sqrt[3]{\frac{64}{27}} = \underline{\quad}.$$

3. 求下列各数的立方根:

$$(1) 0. \quad (2) -0.027. \quad (3) -\frac{343}{8}.$$

4. 计算:

$$(1) \sqrt[3]{-8} - \sqrt{25}. \\ (2) \sqrt[3]{0.001} + \sqrt{0.01}.$$



5. 判断下列说法是否正确,并说明理由.

- (1) 互为相反数的数的立方根也互为相反数.
- (2) 立方根是它本身的数只有 0.
- (3) 平方根是它本身的数只有 0.

6. 如果要制作一个立方体,使它的体积是已知立方体体积的 27 倍,那么它的棱长应是已知立方体的棱长的几倍?



7. 计算: $\sqrt{1.21} \times \sqrt[3]{1.331}$.

3.4 实数的运算



一个物体自由下落时,它所经过的距离 h (米)和时间 t (秒)之间的关系我们可以用 $t=\sqrt{\frac{h}{5}}$ 来估计.



我们学过哪些有理数的运算律和运算法则? 把它们总结出来.

实数运算的顺序是: 先算乘方和开方, 再算乘除, 最后算加减. 如果遇到括号, 则先进行括号里的运算.

数从有理数扩展到实数后, 有理数的运算律和运算法则在实数范围内同样适用.

例1 计算: $2 \times (3 + \sqrt{5}) + 4 - 2 \times \sqrt{5}$.

解 $2 \times (3 + \sqrt{5}) + 4 - 2 \times \sqrt{5}$
 $= 2 \times 3 + 2 \times \sqrt{5} + 4 - 2 \times \sqrt{5}$
 $= 6 + 4 + 2 \times \sqrt{5} - 2 \times \sqrt{5}$
 $= 10.$

我们同样可以用计算器进行实数的运算. 近似计算时按题目的要求将用计算器算得的结果取近似值.

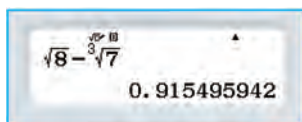


例2 用计算器计算:

- (1) $\sqrt{8} - \sqrt[3]{7}$ (精确到 0.001).
- (2) $3\pi - 2 \times (4 + \sqrt{3})$ (精确到 0.01).

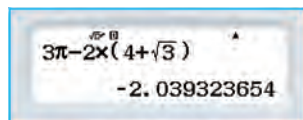
解 (1) 按键顺序为:

$\sqrt{}$ 8 $\rightarrow$ $\sqrt[3]{}$ 7 $\rightarrow$ $\pm/\mp$



$$\therefore \sqrt{8} - \sqrt[3]{7} = 0.915\,495\,942 \approx 0.915.$$

(2) 按键顺序为:



$$\therefore 3\pi - 2 \times (4 + \sqrt{3}) = -2.039323654 \approx -2.04.$$

做一做 ZUOYIZUO

用计算器计算:

- (1) $\sqrt{1.21}$.
- (2) $\sqrt[3]{2}$ (精确到 0.001).
- (3) $\sqrt{32} + \sqrt[3]{125}$ (精确到 0.01).
- (4) $3 \times \sqrt{5} - 1.3^2 \times \pi$ (精确到 0.1).

例3 俗话说,登高望远.从理论上说,当人站在距地面 h 千米高处时,能看到的最远距离约为 $d = 112 \times \sqrt{h}$ 千米.上海金茂大厦观光厅高 340 米,人在观光厅里最多能看多远 (精确到 0.1 千米)?

解 $d = 112 \times \sqrt{h} = 112 \times \sqrt{0.340} \approx 65.3$ (千米).

答:最多大约能看到 65.3 千米远.



▲ 上海金茂大厦

课内练习 KENEILIANXI

1. 计算:

- (1) $\sqrt{2} \times \pi$ (精确到 0.1).
- (2) $\sqrt{4} - \sqrt{18}$ (精确到 0.01).
- (3) $\sqrt[3]{10} - \sqrt{7}$ (精确到 0.01).

2. 计算: $12 \times \sqrt{5} - 2(6 \times \sqrt{5})$.

3. 判断下面说法是否正确,并举例说明理由.

- (1) 两个无理数的和一定是无理数.
- (2) 两个无理数的积一定是无理数.



用计算器探究:

将 2 连续开平方, 按键顺序如下:

① $\sqrt{\square}$ $\square$ $\square$

② $\sqrt{\square}$ $\square$ $\square$

③ $\square$

1.414213562

1.189207115

1.090507733

继续按 $\square$ ……你发现了什么? 再用 5, 14, 23, …等大于 1 的数试一试.



作业题

ZUOYETI

A 1. 计算(结果精确到 0.01):



(1) $\sqrt{6} - \sqrt{12}$.

(2) $4 \times \pi - \sqrt{1.1^2}$.

(3) $\frac{\pi}{\sqrt{3.1}}$.



2. 计算(结果精确到 0.01):

(1) $\sqrt{2} + (-1) \times (\sqrt{3} + \sqrt{2})$.

(2) $(\sqrt{5} + 2) \times 2$.



3. 已知一个立方体的体积为 100 cm^3 , 求它的表面积(精确到 1 cm^2).



4. 数轴上两点 A, B 分别表示实数 $\sqrt{2}$ 和 $\sqrt{2} - 1$, 求 A, B 两点之间的距离.

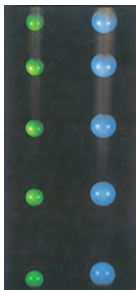


5. 计算: $[5 - 2 \times (\sqrt{3} - 2)] - 3 \times (\sqrt{2} + 1)$ (结果精确到 0.001).



6. 根据节前语, 假设物体从 5 米的高度自由下落, 那么这个物体每经过 1 米需要多少时间(精确到 0.01)? 请把结果填入下表.

距 离	第 1 米	第 2 米	第 3 米	第 4 米	第 5 米
时 间					



(第 6 题)

小结

XIAOJIE



填空.

1. 如果一个数的_____等于 a , 那么这个数叫做 a 的平方根 (也叫做二次方根).

一个正数 a 有_____个平方根, 正平方根用_____表示, 负平方根用_____表示. 0 的平方根等于_____, _____没有平方根.

求一个数的平方根的运算叫做_____.
_____是平方运算的逆运算.

2. 正数的_____平方根称为算术平方根. 0 的算术平方根是_____. 一个数 a ($a \geq 0$) 的算术平方根记做_____.
_____.

3. 一个数的立方等于 a , 这个数就叫做 a 的_____ (也叫做 a 的三次方根), 记做_____. 一个正数有一个_____的立方根; 一个负数有一个_____的立方根; 0 的立方根是_____.

4. _____叫做无理数, 有理数和无理数统称_____.

5. 在数轴上表示的两个实数, _____的数总比_____的数大.



填表.

技能内容	学会程度		
	学 会	基本学会	不 会
用符号表示一个数的平方根和立方根			
求一个数的平方根和立方根			
用逐步逼近的方法探究 $\sqrt{2}$ 的近似值			
用计算器进行实数运算			

目标与评定

MUBIAOYUPINGDING

目标A

3.1 节

●了解平方根、算术平方根的概念,会用根号表示数的平方根和算术平方根.

●了解开平方和平方互为逆运算,会用平方运算求某些非负数的平方根.

1. 下列各数有没有平方根? 如果有,求出它的平方根;如果没有,请说明理由.

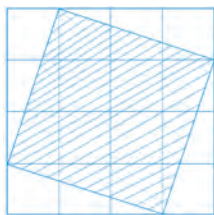
$$1.21, -4, (-2)^4.$$

2. 已知某数的一个平方根为 $\sqrt{13}$,求这个数和它的另一个平方根.

3. 求下列各数的算术平方根:

$$\frac{16}{81}, 0.01, (-8)^2, \left(-\frac{4}{3}\right)^2.$$

4. 求如图 4×4 方格中阴影正方形的面积和边长(小正方格的边长为 1 个长度单位).



(第 4 题)

目标B

3.3 节

●了解立方根的概念,会用根号表示数的立方根.

●了解开立方与立方互为逆运算,会用立方运算求某些数的立方根.

5. 一个立方体的体积是 125 cm^3 ,它的棱长是多少?

6. 求下列各数的立方根:

$$(1) \frac{1}{8}. \quad (2) -0.125. \quad (3) 9^3.$$

7. 计算:

$$(1) \sqrt[3]{-\frac{1}{27}}. \quad (2) \sqrt[3]{\left(-\frac{3}{4}\right)^3}.$$



目标C

3.4 节

●会用计算器求平方根和立方根.

8. 用计算器求下列各数的平方根和立方根:

$$(1) 729. \quad (2) 4\,096.$$

9. 用计算器计算:

$$(1) \sqrt{961}. \quad (2) \sqrt[3]{1.728}.$$

$$(3) \sqrt[3]{(-3)^5} \text{ (精确到 } 0.001 \text{)}. \quad (4) \sqrt{\pi} \text{ (精确到 } 0.001 \text{)}.$$

目标D

3.2 节 3.4 节

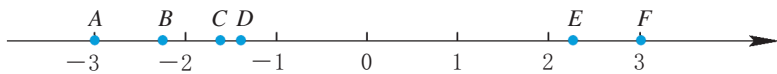
- 了解无理数和实数的概念,知道实数与数轴上的点一一对应.
- 能用有理数估计一个无理数的大致范围.
- 会进行简单的实数四则运算,进一步认识近似数的概念,能用计算器进行近似计算,并按问题的要求对结果取近似值.

10. 分别指出下列各数是有理数还是无理数.

$$0, -\sqrt[3]{4}, \sqrt{\frac{16}{9}}, \sqrt[3]{-1.331}, \sqrt{10}, 3.3, 2\pi, \\ 2.121\ 221\ 222\ 122\ 221\cdots(\text{两个“1”之间依次多一个“2”}).$$

11. 将下列实数与它们在数轴上的对应点连起来,并把这些数按从小到大的顺序排列,用“<”连接.

$$-1.6, \sqrt{5}, 3, -\sqrt{2}, -\sqrt{5}, -3.$$



(第 11 题)



12. 计算:

$$(1) 2 - \sqrt[3]{5} \text{ (精确到 } 0.01 \text{)}.$$

$$(2) \pi - \sqrt{10} \text{ (精确到 } 0.001 \text{)}.$$

$$(3) \frac{\sqrt{45}}{\sqrt{5}}.$$

$$(4) 3 \times (\sqrt{2} - \sqrt{11}) + 2 \left(-\frac{3}{2} \times \sqrt{2} + \frac{3}{2} \right) \text{ (精确到 } 0.01 \text{)}.$$

目标E

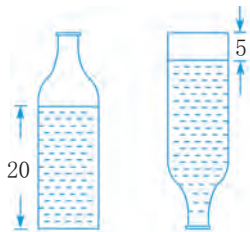
- 能运用实数的运算解决一些简单的实际问题.

13. 把一个长、宽、高分别为 50 cm, 8 cm, 20 cm 的长方体铁块锻造成一个立方体铁块,问锻造成的立方体铁块的棱长是多少厘米?

14. 如图,一个瓶子的容积为 1 L,瓶内装着一些溶液.当瓶子正放时,瓶内溶液的高度为 20 cm,倒放时,空余部分的高度为 5 cm. 现把瓶内的溶液全部倒在一个圆柱形的杯子里,杯内的溶液高度为 10 cm,求:

(1) 瓶内溶液的体积.

(2) 圆柱形杯子的内底面半径(精确到 0.1 cm).



(第 14 题)

第4章

代数式

目录

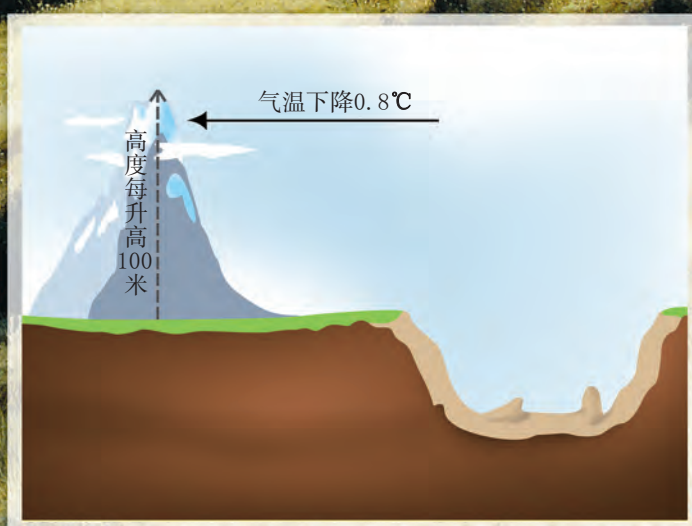
CONTENTS <<

4.1	用字母表示数	88
4.2	代数式	91
4.3	代数式的值	93
●	阅读材料 数学中的符号	96
4.4	整式	97
4.5	合并同类项	100
4.6	整式的加减	102
●	小结	108
●	目标与评定	109



在某地区,高度每升高100米,气温下降 0.8°C . 若在该地区的山脚测得气温是 15°C ,在山上某观测点测得气温是 $t^{\circ}\text{C}$,怎样表示从山脚到该观测点的高度?

本章我们将学习代数式、整式和整式的加减运算. 通过本章的学习,我们将找到解决类似上述问题的方法.



4.1 用字母表示数



一只青蛙一张嘴,二只眼睛四条腿,扑通一声跳下水;二只青蛙二张嘴,四只眼睛八条腿,扑通扑通跳下水……

根据上面节前语中的儿歌:

- (1) 如果青蛙有 10 只,100 只,500 只,那么这首儿歌该怎么唱?
- (2) 如果青蛙的只数用字母 n 表示,那么这首儿歌又该怎么唱?

利用字母表示数,能把数和数量关系一般化地、简明地表示出来.

例1 练习簿的单价为 a 元,怎样表示 100 本练习簿的总价?

解 因为练习簿的总价 = 练习簿的数量 $\times$ 单价,所以 100 本练习簿的总价为 $100 \times a$ 元,即 $100a$ 元.

例 1 中的字母 a 可以取不同的数,相应地, $100a$ 也就有不同的数值.

注意

数和表示数的字母相乘,或字母和字母相乘时,乘号可以省略不写,或用“ $\cdot$ ”来代替.数和字母相乘,在省略乘号时,要把数字写在字母的前面.如 $n \times 2$ 写成 $2n$,一般不要写成 $n2$.

做一做

ZUOYIZUO

1. 父亲的年龄比儿子大 28 岁. 如果用 x 表示儿子现在的年龄,那么父亲现在的年龄为_____岁.
2. 设奶粉每袋 p 元,橘子每千克 q 元,则买 10 袋奶粉、6 千克橘子共需_____元.

例2 下列表述中,字母表示什么?

- (1) 正方形的面积为 a^2 .

(2) 七年级一班有男生 20 人,全班共有 $(20+x)$ 名同学.

解 (1) 字母 a 表示该正方形的边长.

(2) 字母 x 表示七年级一班的女生人数.

我们知道,利用字母表示数还能简明地表示一些数学规律,例如:

加法交换律: $a+b=b+a$; 乘法结合律: $(ab)c=a(bc)$;

若 $a \geq 0$, 则 $|a|=a$; 若 $a < 0$, 则 $|a|=-a$. 即 $|a| = \begin{cases} a (a \geq 0); \\ -a (a < 0). \end{cases}$



回顾已学过的数学规律,用字母表示数的方式把它们表示出来. 要求每人至少说出两例,并与你的同伴交流.



课内练习

KENEILIANXI

1. 填空:

- (1) 长方形的长是 a 米,宽是 3 米,则面积是_____平方米,周长是_____米.
- (2) 小明每小时走 v 千米,1.5 小时走_____千米,36 分钟走_____千米, t 小时走_____千米.
- (3) $a (a \neq 0)$ 的倒数是_____, a 的相反数是_____.

2. 下列表述中,字母各表示什么?

- (1) 圆的面积为 πr^2 .
- (2) 买 10 件衬衣需 $10s$ 元.
- (3) 底面积为 50 cm^2 的长方体的体积为 $100l (\text{cm}^3)$.

3. 若 $a > 0, b > 0$, 则 $|ab| =$ _____;

若 $a > 0, b < 0$, 则 $|ab| =$ _____.

若 $a < 0, b > 0$, 则 $|ab| =$ _____;

若 $a < 0, b < 0$, 则 $|ab| =$ _____.

4. 说出两个可以用 $\frac{a+b}{2}$ 表示结果的实际问题.



1. 填空:

(1) a 的 $\frac{1}{2}$ 可表示为_____.(2) 面积为 S 的正方形的边长为_____.(3) 据预测,到 2050 年,亚洲人口将占世界人口的 58.5% 左右. 设 2050 年世界人口为 x 亿人,则亚洲人口约为_____亿人.(4) 买 n 千克苹果,花了 m 元,则这种苹果的单价是每千克_____元.

2. 用字母表示:任何一个不为 0 的数与它的倒数的积等于 1.

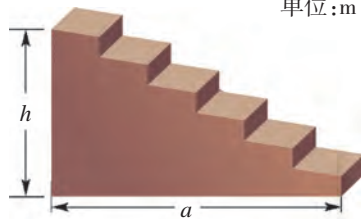
3. 下列表述中,字母各表示什么?

(1) 圆的周长为 $2\pi r$.(2) 一条高线长为 4 cm 的三角形的面积为 $2l$ (cm^2).(3) 老师抽查了班上 20% 的同学的作业,共有 $20\%x$ 本.

(第 6 题)

4. 若 $m < 0$, 则 $|-2m| =$ _____.5. 说出一个可以用 $\frac{10}{t}$ 表示结果的实际问题.6. 图中的字母分别表示什么? 请用 r, h 表示图中罐头的体积(圆柱的体积 = 底面积 $\times$ 高).7. 一座楼梯的示意图如图所示. 要在楼梯上铺一条地毯, 则地毯至少需多少长? 若楼梯的宽为 b , 则地毯的面积为多少?

单位: m



(第 7 题)

4.2 代数式

一条隧道长 l 米, 一列火车长 180 米. 如果该列火车穿过隧道所花的时间为 t 分, 则列车的速度怎么表示?



请解答下面的问题:

(1) 大米的单价为每千克 a 元, 食油的单价为每千克 b 元. 买 10 千克大米、2 千克食油共需_____元.

(2) 日平均气温是指一天中 2:00, 8:00, 14:00, 20:00 四个时刻气温的平均值. 若上述四个时刻气温的摄氏度数分别是 a, b, c, d , 则日平均气温的摄氏度数是_____.

(3) 一个五彩花圃的形状如图 4-1, 花圃的面积为_____.

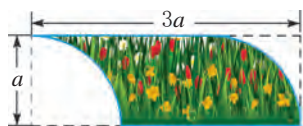


图 4-1

上面我们所得到的算式和以前学过的算式有什么区别?

像 $10a+2b$, $\frac{a+b+c+d}{4}$, $2a^2$, $\frac{l+180}{t}$ 这样, 由数、表示数的字母和运算符号组成的数学表达式称为**代数式** (algebraic expression). 这里的运算是指加、减、乘、除、乘方和开方. 单独一个数或者一个字母也称代数式.

例1 用代数式表示:

(1) x 的 3 倍与 3 的差. (2) x 的 2 倍与 y 的 $\frac{1}{2}$ 的和.

(3) a 与 b 的和的平方. (4) $2a$ 的立方根.

解 (1) $3x-3$. (2) $2x+\frac{1}{2}y$. (3) $(a+b)^2$. (4) $\sqrt[3]{2a}$.

代数式可以简明地、具有普遍意义地表示实际问题中的量, 给数量关系的研究带来方便.

例2 一辆汽车以 80 km/h 的速度行驶,从 A 城到 B 城需 $t(\text{h})$. 如果该车的行驶速度增加 $v(\text{km/h})$,那么从 A 城到 B 城需多少时间?

解 由题意得, A,B 两城之间的路程为 $80t(\text{km})$. 如果该车的行驶速度增加 $v(\text{km/h})$,那么汽车的行驶速度为 $(80+v)\text{km/h}$,此时从 A 城到 B 城需 $\frac{80t}{80+v}(\text{h})$.

答:若该车的行驶速度增加 $v(\text{km/h})$,则从 A 城到 B 城需 $\frac{80t}{80+v}(\text{h})$.



课内练习

KENEILIANXI

1. 用代数式表示:

- (1) a 与 b 的 $\frac{1}{2}$ 的和.
- (2) a 与 b 的平方的差.
- (3) m 与 n 的差的平方.
- (4) v_1, v_2 的和除 s 所得的商.
- (5) x 与 1 的差的平方根.

2. 已知甲数比乙数的 2 倍少 1 . 设乙数为 x ,用关于 x 的代数式表示甲数.

3. 举一个用代数式 $3a+2b$ 表示结果的实际问题的例子.



作业题

ZUOYETI



1. 用代数式表示:

- (1) x 的 2 倍与 3 的和.
- (2) a 的相反数与 a 的 3 倍的差.
- (3) x 的 3 倍与 y 的 4 倍的比.
- (4) a, b, c 的平均数.

2. 已知甲数是乙数的倒数的 2 倍. 设乙数为 x ,用关于 x 的代数式表示甲数.

3. 若 $\frac{1}{3}$ 桶油漆能刷 2 m^2 的墙,问 a 桶油漆能刷多少平方米的墙?

- B** 4. 甲、乙两品牌上衣的单价分别为 x 元、 y 元. 在换季时, 甲品牌上衣按 4 折(即原价的 40%)销售, 乙品牌上衣按 6 折销售. 这时购买两种品牌上衣各一件, 共需多少元?

5. 你知道吗? 12 头大象 1 天的食品可供 1 000 只老鼠吃 600 天. 假定每头大象的食量都一样, 每只老鼠的食量也相等, 那么 t 头大象 1 天的食品可供 100 只老鼠吃多少天?



(第 5 题)

4.3 代数式的值

2001 年 7 月 13 日, 莫斯科时间 17:08, 北京获得 2008 年第 29 届夏季奥运会的主办权. 此时此刻, 举国欢腾, 激情飞扬. 你知道这时的北京时间是几时吗?



北京时间与莫斯科时间的时差为 5 小时, 如图 4-2. 若用 x 表示莫斯科

时间 17:08 即 $x=17\frac{2}{15}$, 则

$$x+5=17\frac{2}{15}+5=22\frac{2}{15}(\text{时}).$$

所以莫斯科时间 17:08 时的北京时间是 22:08.



北京



莫斯科

图 4-2

一般地, 用数值代替代数式里的字母, 计算后所得的结果叫做**代数式的值**. 例如, $22\frac{2}{15}$ 是代数式 $x+5$ 当 $x=17\frac{2}{15}$ 时的值.

如图表示同一时刻的英国伦敦(夏时制)时间和北京时间.

(1) 你能根据右图知道北京与伦敦(夏时制)的时差吗?

(2) 设伦敦(夏时制)时间为 x , 怎样用关于伦敦(夏时制)时间 x 的代数式表示同一时刻的北京时间?



伦敦(夏时制)

北京

(3) 第30届夏季奥运会定于当地时间2012年7月27日20时12分在伦敦举行开幕式. 问:这一时刻的北京时间是几时几分?

例1 当 n 分别取下列值时, 求代数式 $\frac{n(n-1)}{2}$ 的值.

(1) $n=-1$. (2) $n=4$. (3) $n=0.6$.

解 (1) 当 $n=-1$ 时,

$$\frac{n(n-1)}{2} = \frac{(-1) \times (-1-1)}{2} = 1.$$

(2) 当 $n=4$ 时,

$$\frac{n(n-1)}{2} = \frac{4 \times (4-1)}{2} = 6.$$

(3) 当 $n=0.6$ 时,

$$\frac{n(n-1)}{2} = \frac{0.6 \times (0.6-1)}{2} = -0.12.$$

例2 圆柱的体积等于底面积乘高. 如图4-3, 用 h 表示圆柱的高, r 表示底面半径, V 表示圆柱的体积.

(1) 用字母 h, r, V 写出圆柱的体积公式.

(2) 求底面半径为 50 cm, 高为 20 cm 的圆柱的体积.

解 (1) $V = \pi r^2 h$.

(2) $\because r=50, h=20,$

$$\therefore V = \pi \times 50^2 \times 20 = 50\,000\pi \text{ (cm}^3\text{)}.$$

答: 所求圆柱的体积为 $50\,000\pi \text{ cm}^3$.

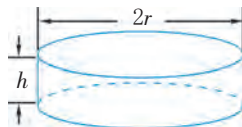


图 4-3



课内练习

KENEILIANXI

- 当 x 分别取下列值时,求代数式 $20(1+x\%)$ 的值.
(1) $x=40$. (2) $x=25$.
- 当 $x=-2, y=-13$ 时,求下列代数式的值.
(1) $3y-x$. (2) $|3y+x|$.
- 设一长方体的底面是边长为 a 的正方形,高为 b ,体积为 V . 用关于 a, b, V 的代数式写出该长方体的体积公式,并求当 $a=2\text{ cm}, b=3\text{ cm}$ 时该长方体的体积.



作业题

ZUOYETI



- 当 x 分别取下列值时,求代数式 $4-3x$ 的值.

(1) $x=1$. (2) $x=\frac{4}{3}$. (3) $x=-\frac{5}{6}$.

- 当 $a=3, b=-\frac{2}{3}$ 时,求下列代数式的值.

(1) $2ab$. (2) $a^2+2ab+b^2$.

- 纳米是一种比微米 $\left(1\text{ 微米}=\frac{1}{10^6}\text{ 米}\right)$ 更小一级的长度单位,1 纳米=

$\frac{1}{10^3}$ 微米. 直径在 $1\sim 100$ 纳米范围内的粒子称为纳米粒子, 纳米粒子做成的材料称为纳米材料. 假如把 m 个直径为 50 纳米的粒子一个紧挨一个地排成一串, 长度是多少毫米? 由 100 个这样的纳米粒子组成的纳米粒子串的长度与一根头发丝的直径相比, 哪个更小 (一根头发丝的直径约为 $50\sim 150$ 微米)?

- 设圆锥的高为 h , 底面半径为 r , 体积为 V .

(1) 请查阅有关资料, 写出圆锥体积的公式.



(2) 若圆锥的高为 2 dm , 底面半径为 1.2 dm , 求圆锥的体积.



- 一种蓝喉蜂鸟的心跳频率是鸟类中最快的, 每分钟心跳的次数大约是 1 260 次. 写出这种蜂鸟 n 分钟心跳的次数, 并计算这种蜂鸟一天心跳的次数.



(第 5 题)

- 若将一个棱长为 10 cm 的立方体的体积减少 $V(\text{cm}^3)$, 而保持立方体形状不变, 则棱长应减少多少厘米? 若 $V=875\text{ cm}^3$, 则棱长应减少多少厘米?

数学中的符号

人们学习数学,通常是从学习数学符号开始的. $1, 2, 3, \dots, 9, +, -, \times, \div$ 等,是数学中最简单、最常用的符号.

借助于符号,数学语言可变得简洁明了.例如,用文字来叙述“ $5+3=8$ ”,就是“五加三等于八”,如果数学书都这样表述,那将是十分繁琐的.又如,某市住宅价格的计算方法是“房价等于地段基准价(元/平方米)乘以建筑面积(平方米),再乘以楼层差价率与1的和,再乘以朝向差价率与1的和所得的积”.如果用符号表示,那么就可以简明地表示为: $W=aS(1+b)(1+c)$,其中 W 表示一套住宅的价格, a 表示某一地段的基准价, S 表示一套住宅的建筑面积, b, c 分别表示楼层差价率和朝向差价率.当然,采用数学符号来描述不仅仅为了省事,更重要的是,符号是正确地表述概念、说明方法和进行推理的有力工具.使用较好的符号系统,可帮助人们总结出便于运算的各种运算法则,简明地揭示数量之间的相互关系.

数学符号一般有以下几种:

数量符号:如 $\frac{5}{2}, 3, 1.4\dot{2}, \pi, a, x$ 等;

运算符号:如 $+, -, \times, \div, : (比), \sqrt{\quad}, \sqrt[3]{\quad}$ 等;

关系符号:如 $=, \approx, \neq (不等), >, <, // (平行), \perp (垂直)$ 等;

结合符号:如 $() (圆括号), [] (方括号)$ 等;

性质符号:如 $\pm (正负号), | | (绝对值符号)$ 等;

省略符号:如 $\triangle (三角形), \because (因为), \therefore (所以)$ 等.

现代数学符号系统的建立是经历了长期演变、发展而形成的.

例如,在“ $+$ ”号出现大约 100 年左右,英国的奥特雷德(Oughtred, 1574~1660 年)首先使用“ $\times$ ”作为乘号.据说乘法符号是根据加法符号得到的,因为乘法运算可以看做是一种特殊的加法运算,所以将加法符号“ $+$ ”稍作变动,就变成了乘号“ $\times$ ”.

最早的小数点记法是在 16 世纪德国数学家克拉维斯(Clavius, 1537~1612 年)的著作中出现的,他使用的小数点“.”与现在的意义相同,是作为整数部分与小数部分分界的记号.在我国南宋数学家秦九韶(1202~1261 年)的著

作中,出现了10进制小数的记法.例如,他把324 506.25记为如图4-4的形式,用“余”字明确表示该位以后都是小数部分,“余”字就相当于现在的小数点.

我国在1905年清朝学堂的课本中还用“ $\frac{\text{五}}{\text{丁}} \text{丁} \frac{\text{三}}{\text{丙}} \text{丙} \perp \frac{\text{二七}}{\text{甲乙}} \text{甲乙}$ ”来表示相当于 $\frac{d^2}{5} - \frac{c^2}{3} + \frac{a^2b^2}{27}$ 的代数式.直到辛亥革命以后,我国的学校才全面采用现代的数学符号体系.



图 4-4

我们学过的数学符号还有哪些? 请通过互联网或图书馆查找这些符号的发明者与发明时间,充实这篇文章.

4.4 整 式

国家体育场“鸟巢”是2008年第29届北京奥运会的主体育场.若参观“鸟巢”门票的全价是50元,半价是25元.某人买了 x 张全价票, y 张半价票,共付多少元?

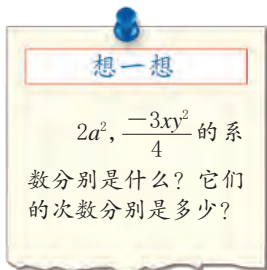


思考并讨论下面的问题:

(1) $-3x$, $2a^2$, ab , $\frac{-3xy^2}{4}$ 这些代数式是怎样组成的? 有什么共同特点?

(2) $50x + 25y$, $a^2 + 3a - 2$, $a^2 - b^2 + 3$ 这些代数式是怎样组成的? 和第(1)题中的代数式相比,有什么特点?

由数与字母或字母与字母相乘组成的代数式叫做**单项式** (monomial). 单独一个数或一个字母也叫单项式, 如 $0, -1, a$.



单项式中的数字因数叫做这个单项式的**系数** (coefficient). 例如, $-3x$ 的系数是 -3 , ab 的系数是 1 .

一个单项式中, 所有字母的指数的和叫做这个单项式的**次数** (degree). 例如, $-3x$ 的次数是 1 , ab 的次数是 $1+1=2$.

由几个单项式相加组成的代数式叫做**多项式** (polynomial). 在多项式中, 每个单项式叫做多项式的**项** (term), 不含字母的项叫做**常数项** (constant term), 次数最高的项的次数就是这个多项式的次数. 例如, a^2+3a-2 的项有 $a^2, 3a, -2$, 常数项是 -2 , 次数最高的项 a^2 的次数是 2 . a^2+3a-2 称为二次多项式.

单项式和多项式统称为**整式**.

做一做 ZUOYIZUO

1. 下列代数式中, 哪些是整式? 哪些是单项式? 哪些是多项式?

$$\frac{x}{2}, \frac{s}{t}, \frac{1}{x+y}, 2x+y, (1-20\%)x, \sqrt{ab}, \sqrt{2}ab, \frac{2a+b}{3}.$$

2. 下列多项式各由哪些项组成? 各是几次多项式?

(1) $3x-7$. (2) x^2-3x+4 . (3) $ab-a^2-1$.

例 一座花坛的形状如图 4-5, 它的两端是半径相等的半圆. 求:

- (1) 花坛的周长 l .
(2) 花坛的面积 S .

解 (1) $l=2a+2\pi r$.

(2) 花坛的面积是一个长方形的面积与两个半圆的面积之和, 即 $S=2ar+\pi r^2$.

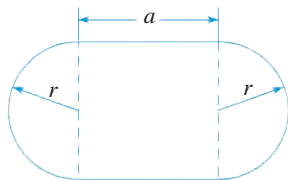


图 4-5

想一想: $2a+2\pi r, 2ar+\pi r^2$ 分别是几次多项式? 分别由哪些项组成? 每一项的系数是什么?



课内练习

KENEILIANXI



(第(1)题)

列出表示下列各题结果的代数式,并指出这些代数式是单项式还是多项式.

- (1) 某场赛车比赛的门票价格是每张 50 元,共售出了 n 张.总收入为多少元?
- (2) 某城市预计明年固体污染物排放的增长率为 -11.2% . 设今年该市固体污染物排放总量为 x 万吨,那么预计明年该市固体污染物的排放总量为多少?
- (3) 已知一个二位数的个位数字是 b ,十位数字是 a . 用关于 a 和 b 的代数式表示这个二位数.



作业题

ZUOYETI



1. 填空:

- (1) 单项式 $-5y$ 的系数是_____,次数是_____.
- (2) 单项式 a^3b 的系数是_____,次数是_____.
- (3) 单项式 $\frac{3ab}{2}$ 的系数是_____,次数是_____.
- (4) 单项式 $-\sqrt{7}xy^2$ 的系数是_____,次数是_____.

2. 下列代数式中,哪些是整式? 哪些是单项式? 哪些是多项式?

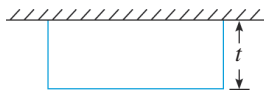
$$\frac{a}{2}, \frac{2}{a}, -2xy^2, -2x+y^2, \sqrt[3]{a}, \frac{1}{x+y}, \sqrt{3}a, \pi.$$

3. 下列多项式各由哪些项组成? 每一项的系数是什么? 各项的次数分别是多少?

- (1) $7x+4y$.
- (2) $-2x^2+2x$.
- (3) $bc-b+c$.



4. 有长为 l 的篱笆,利用它和房屋的一面墙围成如图形状的长方形园子,园子的宽为 t .



(第4题)

- (1) 用关于 l, t 的代数式表示园子的面积.

- (2) 当 $l=100\text{m}, t=30\text{m}$ 时,求园子的面积.

July						
sun	mon	tue	wed	thu	fri	sat
26	27	28	29	30	1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30
31	1	2	3	4	5	6

(第6题)

5. 列举一个实际应用题,要求用含两个字母的一次多项式表示结果.

6. 设在排成每行 7 天的月历表中某个数是 a ,那么它下方第一个数是几? 用代数式表示. 这是几次多项式? 若 a 表示 7 月 16 日,那么它下方第一个数表示几月几日?

4.5 合并同类项



有一堆面值分别为 5 分, 1 角, 5 角, 1 元的硬币, 怎样清点比较方便?

如图 4-6, 如果一块砖的外侧面面积为 x , 怎样计算图中残缺墙面的面积? 你有几种方法?

残缺墙面的面积为

$$\begin{aligned} & 4 \times 4x - 3x - \frac{1}{2}x \\ &= \left(16 - 3 - \frac{1}{2} \right) x \text{ (根据什么?)} \\ &= \end{aligned}$$

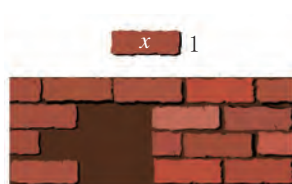


图 4-6

如图 4-7, 有甲、乙两块长方体木块, 它们的长、宽、高分别为 b, a, a 和 $2b, 2a, a$. 请完成下面的填空, 并说明理由.

两块木块的体积和为

$$\begin{aligned} & a^2b + \underline{\hspace{2cm}} \\ &= (\underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}}) a^2b \\ &= \underline{\hspace{1cm}} a^2b. \end{aligned}$$

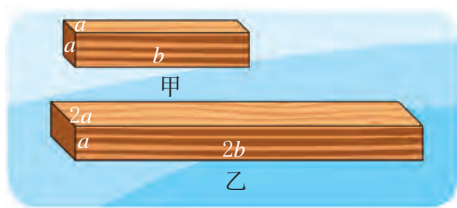


图 4-7

比较 $16x, -3x$ 与 $-\frac{1}{2}x, a^2b$ 与 $4a^2b$,

你发现了什么?

多项式中, 所含字母相同, 并且相同字母的指数也相同的项, 叫做**同类项** (like terms). 所有常数项也看做同类项. 把多项式中的同类项合并成一项, 叫做**合并同类项** (combining like terms).

合并同类项的法则是:

把同类项的系数相加, 所得结果作为系数, 字母和字母的指数不变.

做一做

ZUOYIZUO

1. 下列各组中的两项是不是同类项？为什么？

(1) $2a^2b$ 与 $2ab^2$. (2) $3xy$ 与 $-\frac{1}{2}yx$.

(3) -2.1 与 $\frac{3}{4}$. (4) $2a$ 与 $2ab$.

2. 合并同类项：

(1) $3b-5b$. (2) $6xy-10x^2-5yx+7x^2$.

例 已知 $a=-\frac{1}{2}$, $b=4$, 求多项式 $2a^2b-3a-3a^2b+2a$ 的值.

解 $2a^2b-3a-3a^2b+2a$
 $= (2a^2b-3a^2b) + (-3a+2a)$
 $= (2-3)a^2b + (-3+2)a$ (根据什么?)
 $= -a^2b - a.$

把 $a=-\frac{1}{2}$, $b=4$ 代入, 得

$$\begin{aligned} & 2a^2b-3a-3a^2b+2a \\ &= -a^2b-a \\ &= -\left(-\frac{1}{2}\right)^2 \times 4 - \left(-\frac{1}{2}\right) \\ &= -\frac{1}{2}. \end{aligned}$$

想一想

可以把 a 和 b 的值直接代入原多项式进行计算吗？与先合并同类项，再代入求值相比，哪种方法比较简便？

课内练习

KENEILIANXI

1. 先合并同类项，再求代数式的值.

(1) $2x-7y-5x+11y-1$, 其中 $x=-\frac{1}{6}$, $y=0.25$.

(2) $5a^2+2ab-4a^2-4ab$, 其中 $a=2$, $b=-\sqrt{2}$.

2. 将 m 元按一年期定期储蓄存入银行. 假设年利率为 r , 利息税税率为 20% , 用字母 m 和 r 的代数式表示到期时的实得本利和(扣除利息税).



作业题

ZUOYETI

- A** 1. 指出下列各项中哪些是同类项:

$$2x, -\frac{x}{2}, 3xy, 2ab, -2x^2y, 2xy^2, 3y^2x, 2ac, \sqrt{3}x.$$

2. 合并同类项(填空):

$$(1) -7x+3x= \quad. \quad (2) a+70\%a= \quad.$$

3. 合并同类项:

$$(1) 3x-8x-9x.$$

$$(2) -3x+4y+7x-\frac{1}{2}y.$$

$$(3) 3ab-4a+2ab-5a-1.$$

4. 求当 $a=\sqrt{3}$, $b=-1$ 时, 代数式 $-2a^2b-a^2+3ba^2+a^2$ 的值.



(第6题)

- B** 5. 植树节, 某校植树任务为 n 棵树苗, 九年级共种了任务数的一半, 八年级种了剩下任务数的一半, 七年级种完了剩下的所有树苗.

(1) 用关于 n 的代数式分别表示每个年级所种的树苗数.

(2) 若七年级种的树苗数为 30 棵, 问全校的植树任务是多少棵?

6. 如图, 一个大立方体由若干大小相同的小立方体组成. 若原大立方体的体积为 $27a^3$, 切去一部分后, 剩下部分的体积为多少?

4.6 整式的加减



从大拇指开始, 按食指、中指、无名指、小指, 再回到大拇指的顺序, 依次数正整数 $1, 2, 3, 4, 5, \dots$. 当第四次数到中指时, 这个数是几? 当第 n 次数到中指时, 这个数是多少? 当数到 2011 时, 是哪一个手指?

1

如图4-8, 要计算这个图形的面积, 你有几种不同的方法? 请计算结果.

用不同方法得到的结果应当相等, 由此你发现了什么?

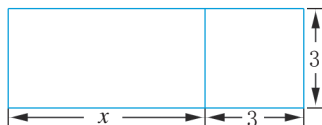


图 4-8

从上面的讨论我们得到 $3(x+3)=3x+9$. 事实上, 由于字母 x 表示数, 根据数的运算的分配律, 我们也能得到 $3(x+3)=3x+9$. 由此可见分配律同样适用于代数式的运算.

根据分配律, 有

$$\begin{aligned} &+(a-b+c) && -(a-b+c) \\ &=1 \times (a-b+c) && =(-1) \times (a-b+c) \\ &=a-b+c; && =-a+b-c. \end{aligned}$$

一般地, 我们有代数式运算的去括号法则:

括号前是“+”号, 把括号和它前面的“+”号去掉, 括号里各项都不变号; 括号前是“-”号, 把括号和它前面的“-”号去掉, 括号里各项都改变符号.

例1 将下列各式去括号:

$$(1) +(2a-3b). \quad (2) -\left(-\frac{2}{3}x+\frac{1}{2}\right). \quad (3) -3(2x^2-3x).$$

解 $(1) +(2a-3b)=2a-3b.$

$$(2) -\left(-\frac{2}{3}x+\frac{1}{2}\right)=\frac{2}{3}x-\frac{1}{2}.$$

$$(3) -3(2x^2-3x)=-3 \times 2x^2+(-3) \times (-3x)=-6x^2+9x.$$

例2 化简并求值: $2(a^2-ab)-3\left(\frac{2}{3}a^2-ab\right)$, 其中 $a=-2, b=3$.

解 $2(a^2-ab)-3\left(\frac{2}{3}a^2-ab\right)=2a^2-2ab-2a^2+3ab=ab.$

当 $a=-2, b=3$ 时, 原式 $=ab=(-2) \times 3=-6$.



课内练习

KENEILIANXI

1. 化简:

$$(1) -\frac{1}{2}x-(x-3). \quad (2) -\frac{1}{2}(4x-6)+\frac{1}{3}(6-3x).$$

$$(3) -(x^2-2x-2)+2(x^2-1). \quad (4) 2n-(2-n)+(6n-2).$$

2. 化简并求值: $(a^2b-ab)-2(ab^2-ba)$, 其中 $a=-\frac{1}{2}, b=2$.



作业题

ZUOYETI

A 1. 去括号:

(1) $3(2x-3y)$.

(2) $-(2x^2-x+1)$.

(3) $-2\left(\frac{1}{2}x-y\right)$.

(4) $-0.5(1-2c)$.

2. 化简:

(1) $2\left(x-\frac{1}{2}\right)-(x-1)$.

(2) $2(x+2)+3\left(1-\frac{1}{3}x\right)$.

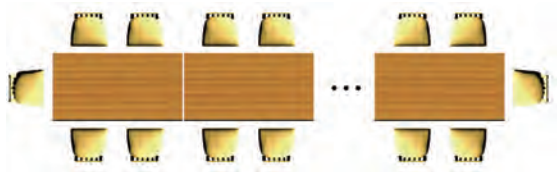
(3) $(a^2+2a)-2\left(\frac{1}{2}a^2+4a\right)$.

3. 化简并求值: $(a-ab)+(b+2ab)-(a+b)$, 其中 $a=7, b=-\frac{1}{7}$.

4. 某人买了甲、乙两个品牌的衬衣共 n 件, 其中甲品牌衬衣比乙品牌衬衣多 5 件. 已知甲品牌衬衣的单价为 120 元, 乙品牌衬衣的单价为 90 元, 则买这 n 件衬衣共需付款多少元?

B 5. 近年来我国太阳能电池产业发展迅速. 某太阳能电池企业的年产值今年比去年翻了一番(增加 1 倍), 预计明年和后年按平均年增长率 60% 增长. 设去年的产值为 a 万元, 估计今年、明年和后年这三年产值的总和为多少万元.

6. 一种长方形餐桌的四周可坐 6 人用餐. 现把 n 张这样的餐桌按如图方式拼接起来, 问四周可坐多少人用餐? 若用餐的人数有 18 人, 则这样的餐桌需要多少张?



(第 6 题)

C 7. 请解答本节节前语中的问题.

如图 4-9,甲、乙两个零件截面的面积哪一个较大?大多少?把结果填入下面的横线上.

截面甲的面积是_____.

截面乙的面积是_____.

甲、乙两个截面面积的差是
(_____)-(_____).

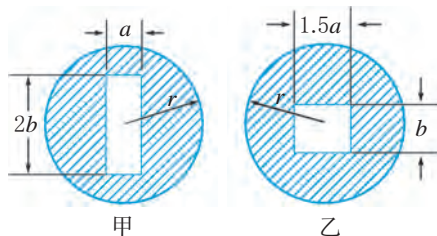


图 4-9

在解决实际问题时,经常需要把若干个整式相加减.整式的加减可以归结为去括号和合并同类项.

例3 求整式 $3x+4y$ 与 $2x-2y-1$ 的和.

解 $(3x+4y)+(2x-2y-1)$
 $=3x+4y+2x-2y-1$
 $=(3x+2x)+(4y-2y)-1$
 $=5x+2y-1.$

做一做

ZUOYIZUO

填空:

(1) $3x$ 与 $-5x$ 的和是_____, $3x$ 与 $-5x$ 的差是_____;

(2) $a-b, b-c, c-a$ 三个多项式的和是_____.

例4 小红家的收入分农业收入和其他收入两部分.今年农业收入是其他收入的 1.5 倍,预计明年农业收入将减少 20%,而其他收入将增加 40%,那么预计小红家明年的全年总收入是增加还是减少?

解 设小红家今年其他收入为 a 元,则今年农业收入为 $1.5a$ 元,全年总收入为 $a+1.5a=2.5a$ (元).

预计小红家明年的农业收入为 $1.5(1-20\%)a$,其他收入为 $(1+40\%)a$ 元,全年的总收入为

$$\begin{aligned}
 & 1.5(1-20\%)a + (1+40\%)a \\
 &= 1.2a + 1.4a \\
 &= 2.6a(\text{元}) > 2.5a(\text{元}) \quad (a > 0).
 \end{aligned}$$

答:预计小红家明年的全年总收入将增加.

在解决实际问题时,我们常常需要列有关代数式. 这时我们应首先把其中的一个量或几个量用字母表示,这是运用数学解决实际问题的一个重要策略.



课内练习

KENEILIANXI

1. 计算:

$$(1) \frac{3}{2}x^2 - \left(-\frac{1}{2}x^2\right) + (-2x^2).$$

$$(2) 2(x-3x^2+1) - 3(2x^2-x-2).$$

2. (1) 求整式 $6a+b$ 与 $-2a-3b+1$ 的和.

(2) 求整式 $3a^2b-ab^2$ 的 5 倍与 ab^2+3a^2b 的差.

3. 已知某三角形第一条边长为 $(2a-b)\text{cm}$, 第二条边比第一条边长 $(a+b)\text{cm}$, 第三条边比第一条边的 2 倍少 $b(\text{cm})$. 求这个三角形的周长.

探究活动

TANJIUHUODONG

有一个关于猜数的游戏如下:游戏甲方把自己的出生月份数乘 2,加 10,把所得的和乘 5,再加上他家的人口数(小于 10),将结果告诉游戏乙方,乙方就能猜出甲方出生的月份和他家的人口数.

你能用代数式的知识来解释这个游戏的原理吗?

……把我的出生月份数乘 2,加 10,再把和乘 5,加上我家的人口数,我家人口不到 10 人,结果为 133. 我家有几口人?

你生于 8 月份,你家有 3 口人.



图 4-10



作业题

ZUOYETI



1. 填空:

- (1) x 与 $-30\%x$ 的和是_____.
- (2) $(2x-3y-1)$ 与 $(x-y)$ 的 2 倍的差是_____.

2. 设 $A=2a^2-a$, $B=-a^2-a$, 求:

- (1) $A+B$. (2) $A-B$.

3. 先化简, 再求值: $(2x^2+x)-[4x^2-(3x^2-x)]$, 其中 $x=-\frac{5}{3}$.

4. 某企业有 A, B 两类经营收入. 今年 A 类年收入是 B 类年收入的 2 倍, 预计明年 A 类年收入将减少 10%, B 类年收入将增加 18%. 问明年该企业的年总收入是增加还是减少?



5. 求当 $x=4, y=-\frac{2}{3}$ 时, 代数式 $2\left(\frac{1}{2}x^2-3xy-y^2\right)-(2x^2-7xy-2y^2)$ 的值.

6. 甲、乙两个油桶中装有体积相等的油. 先把甲桶的油倒一半到乙桶, 再把乙桶的油倒出 $\frac{1}{3}$ 给甲桶. 问结果哪个桶中的油多?



设计题

SHEJITI



向家人了解或查阅你家支付电费, 或水费, 或其他费用的收据、账单等. 这些费用是怎样计算的? 请用适当的代数式表示, 然后把你得到的结果在班里交流.

建议:

- ① 根据收集到的收据或账单, 确定你要选择的费用类别;
- ② 仔细研究有关的收据、账单, 向家长或有关部门询问, 搞清每一项内容的含义, 如在电费项目中可能会有“峰电”、“谷电”、“阶梯式收费”等;
- ③ 确定哪些项目可用字母表示, 把计算方法用代数式表示;
- ④ 写一份简短的报告, 与你的同学交流, 并探讨你的结果是否正确, 能否进一步改进, 等等.

小结

XIAOJIE

填空.

1. 由数、表示数的字母和运算符号组成的数学表达式称为_____. 这里的运算是指_____, _____、_____, _____、_____. 单独的一个数或者一个字母也称代数式.

用数代替代数式里的字母, 计算后所得结果叫做_____.

2. 由数与字母或字母与字母相乘组成的代数式叫做_____. 单项式中数字因数叫做这个单项式的_____, 所有字母的指数的和叫做这个单项式的_____.

由几个_____相加组成的代数式叫做多项式. 在多项式中, 每个单项式叫做多项式的_____, 不含字母的项叫做_____, _____就是这个多项式的次数.

单项式、多项式统称为_____.

3. 多项式中, 所含_____相同, 并且_____也相同的项, 叫做同类项.

4. 主要运算法则.

(1) 合并同类项法则: 把同类项的

_____相加, 所得的结果作为系数, _____不变.

(2) 去括号法则: 括号前面是“+”号, 把_____去掉, 括号里各项_____; 括号前面是“-”号, 把_____去掉, 括号里各项_____. 去括号法则的依据是分配律, $a(b+c)=$ _____.

(3) 整式的加减运算可归结为_____和_____.

填表.

技能内容	学会程度		
	学 会	基本学会	不 会
用代数式表示实际问题中的量			
求代数式的值			
整式的加减运算			

目标与评定

MUBIAOYUPINGDING

目标A

4.1 节

●借助现实情境了解代数式,进一步理解用字母表示数的意义.

1. $30\%x$ 可以表示什么? 请举出三个实例.
2. 圆柱的体积公式为 $V=\pi r^2h$, 其中 r 表示底面的半径, h 表示什么?
3. 通过用字母表示数, 简化下列叙述.
 - (1) 正数的绝对值等于它本身.
 - (2) 负数的立方根仍是负数.

目标B

4.2 节 4.4 节

●理解代数式的概念.

●了解单项式、多项式、整式的概念, 会辨别单项式的系数和次数、多项式中的项、项的系数、多项式的次数.

4. 代数式 $\frac{x^2+\sqrt{2}y}{2x-3y}$ 中含有哪些运算?
5. 代数式 $3a, \frac{3}{a}, \frac{a-b}{2}, \sqrt{a}, a^2-2ab+1, 5, -xy$ 中, 哪些是单项式? 哪些是多项式? 哪些是整式? 哪些不是整式?
6. 分别说出下列单项式的系数和次数(填入下表).

单项式	系 数	次 数
x		
$-2ab^2$		
$\sqrt{7}ab$		

7. 分别说出下列多项式的次数、项和相应的项的系数(填入下表).

多项式	次 数	项	项的系数
$2x-3y-1$			
$a^2-0.5a-2$			
$\frac{3ab}{4}+bc-2c$			

目标C

4.2 节 4.3 节

- 能分析简单问题的数量关系,并用代数式表示.
- 能解释一些简单代数式的实际背景或几何意义.
- 会求代数式的值.

8. 用代数式表示:

- (1) a 的 $\frac{1}{3}$ 与 $\frac{1}{3}$ 的差.
- (2) a 与 b 的差的立方根.
- (3) x 的 2 倍与 y 的 3 倍的差.
- (4) a, b 两数的平方和与 a, b 乘积的差.

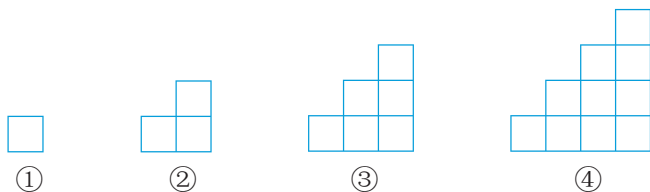
9. 代数式 $\frac{a}{b+1}$ 的意义是()

- (A) a 除以 b 加 1. (B) b 加 1 除 a .
(C) b 与 1 的和除以 a . (D) a 除以 b 与 1 的和所得的商.

10. 在某地区,高度每升高 100 米,气温下降 0.8°C . 若在该地区的山脚测得气温为 15°C ,在山上某观测点测得气温为 $t^{\circ}\text{C}$,怎样表示从山脚到该观测点的高度? 如果测得该观测点的温度为 -5°C ,求出从山脚到该观测点的高度.

11. 一串图形按如图所示的规律排列.

- (1) 第 5 个图形中有几个小正方形? 第 6 个呢? 第 n 个呢?
- (2) 你能很快写出第 10 个图形中有几个小正方形吗?



(第 11 题)

12. 代数式 $a(1+x\%)$ 可以表示什么? 试举一个实际例子,并说明当 $a=3\ 600, x=-10$ 时代数式的值的具体意义.

目标D

4.5 节 4.6 节

- 掌握合并同类项法则,会通过合并同类项把整式化简.
- 掌握去括号法则,会通过去括号、合并同类项将整式化简.
- 能进行简单的整式加法和减法运算.

13. 合并同类项:

- (1) $-x + \frac{2}{5}x$.
- (2) $a^2b - ab^2 - ba^2$.
- (3) $r^2 + \pi r^2$.
- (4) $5xy^2 + 3x^2y - xy^2 - 2x^2y - 1$.

14. 去括号:

(1) $-(2x^2-3x-1)$. (2) $6\left(\frac{1}{2}x^2-\frac{2}{3}x+2\right)$.

(3) $1000(1-p\%)$. (4) $-2(n+1)$.

15. 先化简,再求值:

(1) $1-(3a-1)-a^2$, 其中 $a=-99$.

(2) $-(a^2-6ab+9)+2(a^2+4ab-4.5)$, 其中 $a=-\frac{2}{3}$, $b=6$.

目标E

●会运用整式的加减解决简单的实际问题.

16. 植树节,小明种树的棵数是小聪的 1.2 倍,小慧种树的棵数比小明少 10 棵. 设小明种了 x 棵,问他们三人一共种了多少棵树?



(第 16 题)

17. 某公司的年销售额为 a 元,成本为销售额的 60% ,税额和其他费用合计为销售额的 $p\%$.

(1) 用关于 a, p 的代数式表示该公司的年利润.

(2) 若 $a=8\,000$ 万, $p=7$,则该公司的年利润为多少万元?

第5章

一元一次方程



CONTENTS <<

5.1	一元一次方程	114
5.2	等式的基本性质	116
5.3	一元一次方程的解法	120
5.4	一元一次方程的应用	125
●	阅读材料 丢番图	134
●	课题学习 问题解决的 基本步骤	135
●	小结	137
●	目标与评定	138



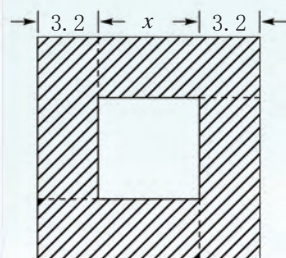
方程是刻画现实世界中数量关系的一个有效的数学模型. 例如, 在 2010 年亚运会上, 我国获 416 枚奖牌, 其中银牌 119 枚, 金牌数是铜牌数的 2 倍还多 3 枚. 问金牌有多少枚?

一标志性建筑的底面呈正方形, 在其四周铺上花岗石, 形成一个边宽为 3.2 米的正方形框. 已知铺这个框恰好用了 144 块边长为 0.8 米的正方形花岗石, 问这一标志性建筑的底面边长是多少米?

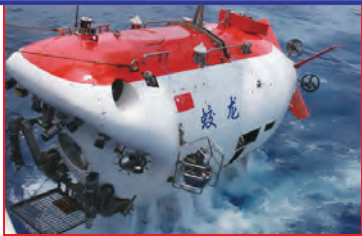
上述问题可方便地用一元一次方程求解.

本章将学习一元一次方程的概念、解法及其应用. 通过本章的学习, 我们还将初步认识问题解决的策略、思想和方法.

单位: 米



5.1 一元一次方程



2012年6月27日,我国“蛟龙”号潜水器载人下潜试验突破7000米大关,标志着“蛟龙”号具备到达全球99%以上海洋深处进行作业的能力.潜水器在水下怎样根据承受的压力计算它所在的深度?



在小学里我们已经学过,方程是指含有未知数的等式.请你运用已学的知识,根据下列问题中的条件,分别列出方程.

(1) 一件衣服按8折销售的售价为72元,这件衣服的原价是多少元?

设这件衣服的原价为 x 元,可列出方程:_____.

(2) 物体在水下,水深每增加10.33米承受的压力就会增加1个大气压.当“蛟龙”号下潜至3500米时,它承受的压力约为340个大气压.问当它承受压力增加到500个大气压时,它又继续下潜了多少米?

设它又继续下潜了 x 米,可列出方程:_____.

(3) 小强、小杰、张明参加投篮比赛,每人投了20次.小强投进10个球,小杰比张明多投进2个,三人平均每人投进14个球.问小杰和张明各投进多少个?

设张明投进 x 个,可列出方程:_____.

观察你所列的方程,这些方程之间有哪些共同的特点?

方程 $80\%x=72$, $340+\frac{1}{10.33}x=500$, $\frac{2x+12}{3}=14$ 中,两边都是整式,只含有一个未知数,并且未知数的指数是一次,这样的方程叫做**一元一次方程**(linear equation in one unknown).

使一元一次方程左右两边的值相等的未知数的值叫做一元一次方程的**解**(solution),也叫做方程的根^❶.对于上面“合作学习”第(3)题所列的方程 $\frac{2x+12}{3}=14$,不妨依次取 x 的值为11,12,13,14,15,16,17,代入方程

❶ 含有一个未知数的方程的解也可以称为方程的根.

左边的代数式 $\frac{2x+12}{3}$, 求出代数式的值, 如下表:

x	11	12	13	14	15	16	17
$\frac{2x+12}{3}$	$\frac{34}{3}$	12	$\frac{38}{3}$	$\frac{40}{3}$	14	$\frac{44}{3}$	$\frac{46}{3}$

由上表知, 当 $x=15$ 时, $\frac{2x+12}{3}=14$, 所以 $x=15$ 就是一元一次方程 $\frac{2x+12}{3}=14$ 的解.

对于一些较简单的方程, 可以确定未知数的一个较小的取值范围, 逐一将这些可取的值代入方程进行尝试检验, 能使方程两边相等的未知数的值就是方程的解. 这种尝试检验的方法是解决问题的一种重要的方法.



课内练习

KENEILIANXI

1. 下列各式中, 哪些是方程? 哪些是一元一次方程?

- (1) $5x=0$. (2) $1+3x$.
(3) $y^2=4+y$. (4) $3m+2=1-m$.

2. 判断下列 t 的值是不是方程 $2t+1=7-t$ 的解.

- (1) $t=-2$. (2) $t=2$.

3. 有的温度计有华氏、摄氏两种温标, 华氏($^{\circ}\text{F}$)、摄氏($^{\circ}\text{C}$)温标的转换公式是 $F=1.8C+32$. 请填写下表:

华氏($^{\circ}\text{F}$)	摄氏($^{\circ}\text{C}$)	温度描述
212		水沸腾的温度
	37	人体温度
68		舒适室温
	0	水结冰的温度

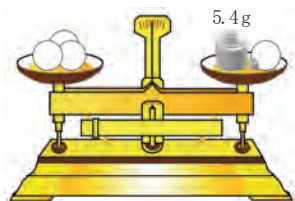


作业题

ZUOYETI

A 1. 下列各式中, 哪些是方程? 哪些是一元一次方程?

- (1) $3x=4$. (2) $\frac{3}{x}=4$. (3) $1-x$.
(4) $1-x^2=0$. (5) $5-3x=x$. (6) $3x-2y=1$.



(第3题)

2. 判断下列 x 的值是不是一元一次方程 $3x=4x+5$ 的解:

- (1) $x=5$. (2) $x=-3$. (3) $x=-5$.

3. 如图,天平左边放着 3 个乒乓球,右边放 5.4 g 的砝码和 1 个乒乓球,天平恰好平衡. 如果设 1 个乒乓球的质量为 $x(\text{g})$,请你列出一个含有未知数 x 的方程,并说明所列方程是哪一类方程.

4. 请填写下表,然后说出方程 $4x-5=x$ 的解.

x	-1	0	1	$\frac{4}{3}$	$\frac{5}{3}$	2	$\frac{7}{3}$	...
$4x-5$	-9							...

B 5. 写出两个不同的方程,使它们的解都是 $x=-2$.

6. 已知 $x=-2$ 是一元一次方程 $5-ax=x$ 的解,求 a 的值.

5.2 等式的基本性质



比较左、右两个天平图,你发现了什么?



观察图 5-1,图 5-2,并完成其中的填空. 图中的字母表示相应物品的质量,两图中天平均保持平衡.

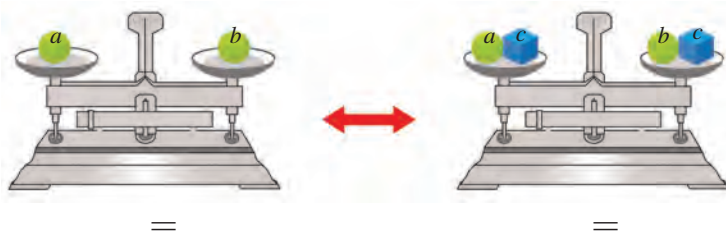


图 5-1

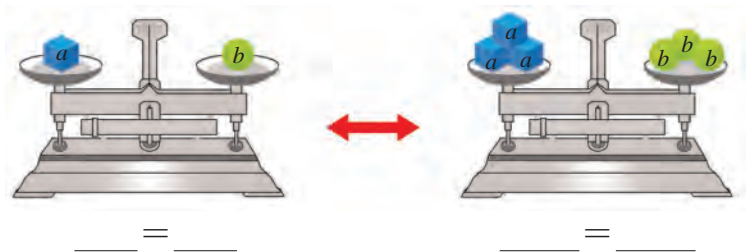


图 5-2

你从上述过程中发现了等式的哪些性质？怎样用字母表示数来表示等式的性质？

一般地，等式有以下的基本性质：

等式的性质 1 等式的两边都加上(或都减去)同一个数或式，所得结果仍是等式. 用字母可以表示为：

如果 $a=b$ ，那么 $a \pm c = b \pm c$.

等式的性质 2 等式的两边都乘或都除以同一个数或式（除数不能为 0），所得结果仍是等式. 用字母可以表示为：

如果 $a=b$ ，那么 $ac=bc$ ，或 $\frac{a}{c} = \frac{b}{c} (c \neq 0)$.

做一做 ZUOYIZUO

已知 $x+3=1$ ，下列等式成立吗？根据是什么？

(1) $3=1-x$. (2) $-2(x+3)=-2$.

(3) $\frac{x+3}{3} = \frac{1}{3}$. (4) $x=1-3$.

例1 已知 $2x-5y=0$ ，且 $y \neq 0$ ，判断下列等式是否成立，并说明理由.

(1) $2x=5y$. (2) $\frac{x}{y} = \frac{5}{2}$.

解 (1) 成立. 理由如下：已知 $2x-5y=0$ ，
两边都加上 $5y$ ，得 $2x-5y+5y=0+5y$ （等式的性质 1），
 $\therefore 2x=5y$.

(2) 成立. 理由如下:

由第(1)题知 $2x=5y$, 而 $y \neq 0$,

两边都除以 $2y$, 得 $\frac{x}{y} = \frac{5}{2}$ (等式的性质 2).

方程是含有未知数的等式, 方程中的未知数与已知数一起参与了运算. 通过运算将一元一次方程一步一步变形, 最后变形成“ $x=a$ (a 为已知数)”的形式, 就求出了未知数的值, 即方程的解. 等式的性质是方程变形的依据.

例2 利用等式的性质解下列方程:

(1) $5x=50+4x$.

(2) $8-2x=9-4x$.

解 (1) 方程的两边都减去 $4x$, 得

$$5x-4x=50+4x-4x \text{ (等式的性质 1),}$$

合并同类项, 得 $x=50$.

检验: 把 $x=50$ 代入方程,

$$\text{左边} = 5 \times 50 = 250,$$

$$\text{右边} = 50 + 4 \times 50 = 250.$$

$\therefore$ 左边 = 右边,

$\therefore x=50$ 是方程的解.

(2) 方程的两边都加上 $4x$, 得

$$8-2x+4x=9-4x+4x.$$

合并同类项, 得 $8+2x=9$.

两边都减去 8, 得 $2x=1$.

两边都除以 2, 得 $x=\frac{1}{2}$ (根据什么?).

注意

对一元一次方程, 解的检验过程可以省略不写.



课内练习

KENEILIANXI

1. 根据下列各题的条件, 写出仍然成立的等式.

(1) $a=-b$, 两边都加上 b .

(2) $3a=2a+1$, 两边都减去 $2a$.

(3) $\frac{a}{3}=\frac{b}{2}$, 两边都乘 6.

2. 利用等式的性质解下列方程,并写出检验过程.

(1) $5x-3=7$.

(2) $4x-1=3x+3$.

3. 已知 $2x+4y=0$, 且 $x \neq 0$, 求 y 与 x 的比.



作业题

ZUOYETI



1. 已知 $a-b=0$. 下列等式成立吗? 请说明理由.

(1) $a=b$.

(2) $2a=2b$.

(3) $\frac{a}{3}=\frac{b}{3}$.

(4) $a=b+1$.

2. 根据下列各题的条件,写出仍然成立的等式.

(1) $a-b-1=0$, 等式的两边都加上 1.

(2) $a+b=2b$, 等式的两边都减去 b .

(3) $\frac{a}{12}=\frac{b}{5}$, 等式的两边都乘 60.

(4) $-8a=24b$, 等式的两边都除以 -8 .

3. 利用等式的性质解下列方程,并写出检验过程.

(1) $x-5=6$.

(2) $8-2x=10$.

4. 利用等式的性质解下列方程:

(1) $11-x=10x$.

(2) $4x-3=2x-9$.

(3) $5+\frac{1}{4}x=\frac{1}{2}x-4$.

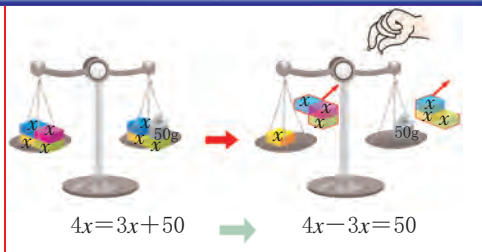
(4) $0.8x=0.7x-1$.



5. 解方程: $3x-\sqrt{2}=2x+1$ (精确到 0.01).

6. 由等式 $\frac{a}{3}-\frac{b}{4}=0$ 能变形成 $4a=3b$ 吗? 若能,请说出每一步的变形过程及其依据.

5.3 一元一次方程的解法



比较左、右两个天平图,你发现了什么?

1

在方程 $4x = 3x + 50$ 的两边都减去 $3x$, 就得到另一个方程 $4x - 3x = 50$. 方程的这种变形过程可以直观地看做是把方程 $4x = 3x + 50$ 中的项 $3x$ 改变符号后, 从右边移到左边(图 5-3).

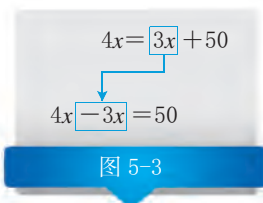


图 5-3

一般地, 把方程中的项改变符号后, 从方程的一边移到另一边, 这种变形叫做**移项**(transposition of terms). 移项时, 通常把含有未知数的项移到等号的左边, 把常数项移到等号的右边.

例1 解下列方程:

(1) $5 + 2x = 1$.

(2) $8 - x = 3x + 2$.

解 (1) 移项, 得 $2x = 1 - 5$,

即 $2x = -4$.

两边同除以 2, 得 $x = -2$.

(2) 移项, 得 $-x - 3x = 2 - 8$.

合并同类项, 得 $-4x = -6$.

两边同除以 -4 , 得 $x = \frac{3}{2}$.

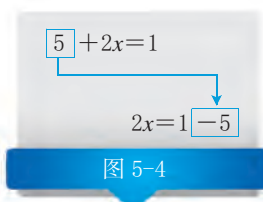


图 5-4

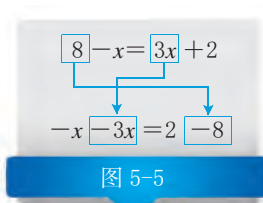


图 5-5

移项和合并同类项在方程变形中经常用到, 移项时应注意改变项的符号.

例2 解下列方程:

(1) $3-(4x-3)=7$.

(2) $x-\sqrt{2}=2(x+1)$ (结果精确到 0.01).

分析 当方程中的一边或两边有括号时,我们往往先去掉括号,再进行移项、合并同类项等变形求解.

解 (1) 去括号,得 $3-4x+3=7$.

移项,得 $-4x=7-3-3$.

合并同类项,得 $-4x=1$.

两边同除以 -4 ,得 $x=-\frac{1}{4}$.

(2) 去括号,得 $x-\sqrt{2}=2x+2$.

移项,得 $x-2x=2+\sqrt{2}$.

合并同类项,得 $-x=2+\sqrt{2}$,

即 $x=-(2+\sqrt{2})$.

 $\therefore x \approx -3.41$.



课内练习

KENEILIANXI

1. 解下列方程,并口算检验.

(1) $2.4x-2=2x$.

(2) $3x+1=-2$.

(3) $10x-3=7x+3$.

(4) $8-5x=x+2$.

2. 解下列方程:

(1) $2-3(x-5)=2x$.

(2) $4(4-y)=3(y-3)$.

(3) $2(2x-1)=1-(3-x)$.

(4) $2(x-1)-(x-3)=2(1.5x-2.5)$.

3. 下列变形对吗? 若不对,请说明理由,并改正.

解方程 $3-2(0.2x+1)=\frac{1}{5}x$.

解: 去括号,得 $3-0.4x+2=0.2x$.

移项,得 $-0.4x+0.2x=-3-2$.

合并同类项,得 $-0.2x=-5$.

两边同除以 -0.2 ,得 $x=25$.

**A** 1. 解下列方程:

(1) $10x+7=12x-5$.

(2) $3x+17=3.5x$.

(3) $1-3x=\frac{3}{2}x-\frac{3}{4}$.

2. 解下列方程:

(1) $3x-(4x-5)=6+(2-5x)$.

(2) $-(1.5x+1)+2x=2(1.5x-1)$.

(3) $5x+2(1-3x)=3\left(2-\frac{1}{2}x\right)$.

3. x 与 2 的差的 3 倍比 x 的 2 倍大 5, 求 x .**B** 4. 解下列方程:

(1) $5-6\left(\frac{5}{6}x-\frac{1}{2}\right)=2\left(x-\frac{3}{4}\right)$.

(2) $5x-[1-(3+2x)]=7$.

5. 已知 $x=-2$ 是关于 x 的方程 $\frac{1}{2}(1-2ax)=x+a$ 的解, 求 a 的值.**例3** 解下列方程:

(1) $\frac{3y+1}{3}=\frac{7+y}{6}$.

(2) $\frac{x}{5}-\frac{3-2x}{2}=x$.

分析 由于方程中的某些项含有分母, 我们可先依据等式的性质, 将方程的两边同乘各分母的最小公倍数, 去掉分母, 再进行去括号、移项、合并同类项等变形求解.

解 (1) 方程的两边同乘 6, 得 $6 \times \frac{3y+1}{3} = \frac{7+y}{6} \times 6$ (根据什么?),

即 $2(3y+1)=7+y$.

去括号, 得 $6y+2=7+y$.

移项, 得 $6y-y=7-2$.

合并同类项, 得 $5y=5$.

两边同除以 5, 得 $y=1$.

(2) 方程的两边同乘 10, 得 $2x-5(3-2x)=10x$.

去括号, 得 $2x-15+10x=10x$.

移项, 得 $2x+10x-10x=15$.

合并同类项, 得 $2x=15$.

两边同除以 2, 得 $x=\frac{15}{2}$.

从前面的例题中我们看到, 去分母、去括号、移项、合并同类项等都是方程变形的常用方法. 值得注意的是, 移项和去分母的依据是等式的性质, 而去括号和合并同类项的依据是代数式的运算法则.

一般地, 解一元一次方程的基本程序是:

去分母 $\longrightarrow$ 去括号 $\longrightarrow$ 移项 $\longrightarrow$ 合并同类项 $\longrightarrow$ 两边同除以未知数的系数



解方程: $\frac{x}{3} - \frac{x-6}{12} = 2 - \frac{2}{3}x$.

例4 解方程: $\frac{1.5x}{0.6} - \frac{1.5-x}{2} = 0.5$.

分析 当分母中含有小数时, 可以应用分数的基本性质把它们先化为整数, 如 $\frac{1.5x}{0.6} = \frac{10 \times 1.5x}{10 \times 0.6} = \frac{15x}{6} = \frac{5}{2}x$.

解 将原方程化为 $\frac{5x}{2} - \frac{1.5-x}{2} = 0.5$.

去分母, 得 $5x - (1.5 - x) = 1$.

去括号, 得 $5x - 1.5 + x = 1$.

移项, 合并同类项, 得 $6x = 2.5$.

$$\therefore x = \frac{5}{12}.$$



1. 解下列方程:

(1) $2x + (1 - x) = 2(4 - 3x)$.

(2) $\frac{3-4x}{7} = \frac{2-5x}{3} - 1$.

2. 下面方程的解法对吗? 若不对, 请改正.

解方程 $\frac{3x-1}{3} = 1 - \frac{4x-1}{6}$.

解: 去分母, 得 $2(3x-1) = 1 - 4x - 1$.去括号, 得 $6x - 1 = 1 - 4x - 1$,移项, 得 $6x - 4x = 1 - 1 + 1$,

$\therefore 2x = 1$, 即 $x = \frac{1}{2}$.

探究活动

TANJIUHUODONG

有三位同学编了下面的数学谜题.



图 5-6

要求以上各题中的“□”内分别填入同一个数字. 请探索下面的问题:

- (1) 每个题中, 哪个是未知数?
- (2) 列出各题的相应方程, 并求解.
- (3) 小结解上述这类数学谜题的经验.



作业题

ZUOYETI



1. 解下列方程:

(1) $6+2(x-3)=x$.

(2) $8-2(x-7)=x-(x-4)$.

(3) $2x-(1.5x-1)=2(1.5x-1)$.

2. 解下列方程:

(1) $\frac{5x+3}{2}=\frac{1+7x}{3}$.

(2) $1-\frac{4-3x}{4}=\frac{5x+3}{6}-x$.

3. 解方程: $\frac{2x-1}{0.7}=\frac{x}{0.3}-\frac{1}{7}$.



4. 用不同方法解方程 $\frac{12x-1}{4}-\frac{18x+1}{6}=\frac{x}{3}$. 你认为哪一种方法更

简便?

5. 解方程: $x-\frac{3}{2}\left(1-\frac{3-x}{3}\right)=\frac{1}{3}$.



6. 解方程: $4x-3+6(3-4x)=7(4x-3)$.

你有几种不同的解法? 你认为哪一种方法比较简便?

5.4 一元一次方程的应用

2010年第16届亚运会在我国广州进行. 会徽(如图)设计以柔美上升的线条, 构成了一个造型酷似火炬的五羊外形轮廓, 象征着亚运会的圣火熊熊燃烧、永不熄灭.



1

运用一元一次方程的知识可以解决许多在现实生活中遇到的问题.

请讨论和解答下面的问题.

- (1) 能直接列出算式求 2010 年亚运会我国获得的金牌数吗?
- (2) 如果用列方程的方法来解, 设哪个未知数为 x ?
- (3) 根据怎样的相等关系来列方程? 方程的解是多少?

2010 年广州亚运会上, 我国获得奖牌 416 枚, 其中银牌 119 枚, 金牌数是铜牌数的 2 倍还多 3 枚. 请你算一算, 其中金牌有多少枚?



图 5-7

例1 某文艺团体为“希望工程”募捐义演, 全价票为每张 18 元, 学生享受半价. 某场演出共售出 966 张票, 收入 15 480 元, 问这场演出共售出学生票多少张?

分析 题中涉及的数量有票数、票价、总价等, 它们之间的相等关系有:

票数 $\times$ 票价 = 总票价;

学生的票价 = $\frac{1}{2} \times$ 全价票的票价;

全价票张数 + 学生票张数 = 966;

全价票的总票价 + 学生票的总票价 = 15 480.

解 设这场演出售出学生票 x 张, 则售出全价票 $(966 - x)$ 张. 根据题意, 得 $(966 - x) \times 18 + \frac{1}{2} \times 18 \times x = 15\,480$.

解这个方程, 得 $x = 212$.

检验: $x = 212$ 适合方程, 且符合题意.

答: 这场演出共售出学生票 212 张.

从上面的例子我们可以看到,运用方程解决实际问题的一般过程是:

1. 审题:分析题意,找出题中的数量及其关系.
2. 设元:选择一个适当的未知数用字母表示(例如 x).
3. 列方程:根据相等关系列出方程.
4. 解方程:求出未知数的值.
5. 检验:检查求得的值是否正确和符合实际情形,并写出答案.

例2 A, B 两地相距 60 千米,甲、乙两人同时从 A, B 两地骑自行车出发,相向而行.甲每小时比乙多行 2 千米,经过 2 小时相遇.问甲、乙两人的速度分别是多少?

分析 本题涉及路程、速度、时间三个基本数量,它们之间有如下关系:

$$\begin{aligned} \text{路程} &= \text{速度} \times \text{时间}; \\ \text{甲的速度} &= \text{乙的速度} + 2; \\ \text{甲的行程} + \text{乙的行程} &= 60. \end{aligned}$$

解 设乙的速度为 x 千米/时,则甲的速度为 $(x+2)$ 千米/时.由题意,得 $2x + 2(x+2) = 60$.

解这个方程,得 $x = 14$.

检验: $x = 14$ 适合方程,且符合题意.

则甲的速度为 $14 + 2 = 16$ (千米/时).

答:甲的速度为 16 千米/时,乙的速度为 14 千米/时.



课内练习

KENEILIANXI

1. 三个连续奇数的和为 57,求这三个数.
2. 甲、乙两人沿运动场中一条 400 米长的环形跑道跑步.甲的速度是乙速度的 $\frac{5}{3}$ 倍.他们从同一起点、朝同一方向同时出发,5 分钟后甲第一次追上乙.求甲、乙两人跑步的速度.



作业题

ZUOYETI

- A** 1. 小明以 3 千米/时的速度走了 45 分钟, 然后以一定的速度跑 30 分钟, 一共前进了 6 千米. 求小明跑步的速度.
2. 今年父亲的年龄是儿子年龄的 3 倍, 5 年前父亲的年龄是儿子年龄的 4 倍. 问今年父亲、儿子各几岁?
3. 在一列车上的乘客中, $\frac{4}{7}$ 是成年男性, $\frac{1}{3}$ 是成年女性, 剩余的是儿童. 若儿童的人数是 42, 求:
- (1) 乘客的总人数.
 - (2) 乘客中成年男性比成年女性多多少人?
- B** 4. 从某个月的月历表中取一个 2×2 方块. 已知这个方块所围成的 4 个方格的日期之和为 44, 求这 4 个方格中的日期.
5. 请编一个实际应用题, 要求所列的方程为 $15x + 45x = 180$.



(第 4 题)

2

例3 一标志性建筑的底面呈正方形, 在其四周铺上花岗石, 形成一个边宽为 3.2 米的正方形框(如图 5-8 中阴影部分). 已知铺这个框恰好用了 144 块边长为 0.8 米的正方形花岗石(接缝忽略不计), 问标志性建筑的底面边长是多少米?

分析 如图 5-8, 用 x 表示中间空白正方形的边长, 本题的数量关系是:

阴影部分的面积 = 144 块边长为 0.8 米的正方形花岗石的面积;
阴影部分可以分割成 4 个长为 $(x + 3.2)$ 米, 宽为 3.2 米的长方形.

解 设标志性建筑底面的边长为 x 米, 根据题意, 得

$$4 \times 3.2(x + 3.2) = 0.8 \times 0.8 \times 144.$$

解这个方程, 得 $x = 4$.

答: 这一标志性建筑的底面边长为 4 米.

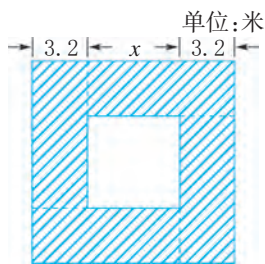


图 5-8

在应用方程解决有关实际问题时,清楚地分辨量之间的关系,尤其是相等关系是建立方程的关键. 解题中的检验对确保答案的正确和合理很有帮助,但具体过程可以省略不写.

例4 如图 5-9,用直径为 200 mm 的钢柱锻造一块长、宽、高分别为 300 mm, 300 mm 和 80 mm 的长方体毛坯底板. 问应截取钢柱多少长 (不计损耗,结果误差不超过 1 mm)?

分析 钢柱在锻造过程中体积不变,即

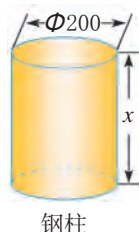
截取的圆柱体体积 = 锻造成的长方体体积.

解 设截取圆柱的高为 x (mm), 根据题意,得

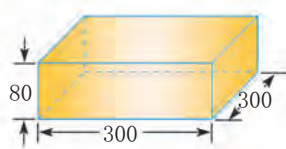
$$\pi \times 100^2 \times x = 300 \times 300 \times 80.$$

 解这个方程,得 $x = \frac{720}{\pi} \approx 230$.

答:应截取钢柱的长约为 230 mm.



钢柱



长方体毛坯

图 5-9



课内练习

KENEILIANXI

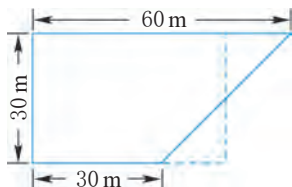
- 请指出下列过程中,哪些量发生了变化,哪些量保持不变.
 - 把一小杯水倒入另一只大杯中.
 - 用一根 15 cm 长的铁丝围成一个三角形,然后把它改围成长方形.
 - 用一块橡皮泥先做成一个立方体,再把它改做成球.
- 一书架能放厚为 6.3 cm 的书 45 本. 现在准备放厚为 2.1 cm 的书,问能放这种书多少本?



作业题

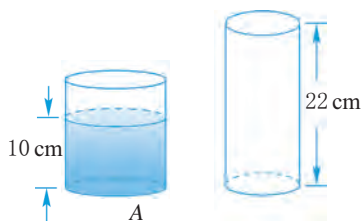
ZUOYETI

- A** 一种小麦磨成面粉后,质量将减少 15%, 为了要得到 5 100 千克面粉,需多少千克小麦?
- 把一块梯形空地(如图)改成宽为 30 m 的长方形运动场地,要求面积不变,则应将原梯形的上、下底边作怎样的调整?



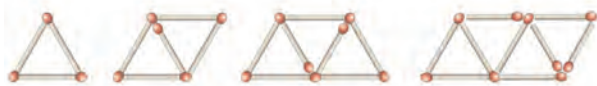
(第 2 题)

- B** 3. 如图,有 A, B 两个圆柱形容器, A 容器的底面积是 B 容器底面积的 2 倍, B 容器的壁高为 22 cm. 已知 A 容器内装水的高度为 10 cm,若把这些水倒入 B 容器,水会溢出吗?



(第 3 题)

4. 按图示的方法搭 1 个三角形需要 3 根火柴棒,搭 2 个三角形需要 5 根火柴棒. 设共搭成 n 个三角形,怎样用关于 n 的代数式表示 n 个三角形需要火柴棒的根数? 现有 2 009 根火柴棒,能搭几个这样的三角形? 2 100 根呢?



(第 4 题)

3

应用方程解实际问题时,我们还常常通过列表或画示意图来分析数量关系,并建立方程.

例5 学校组织植树活动,已知在甲处植树的有 23 人,在乙处植树的有 17 人. 现调 20 人去支援,使在甲处植树的人数是乙处植树人数的 2 倍,问应调往甲、乙两处各多少人?

分析 设应调往甲处 x 人,题目中所涉及的有关数量及其关系可以用下表表示:

	甲 处	乙 处
原有人数	23	17
增加人数	x	$20-x$
增加后人数	$23+x$	$17+20-x$



甲处增加后人数 = $2 \times$ 乙处增加后人数.

解 设应调往甲处 x 人,根据题意,得

$$23+x=2(17+20-x).$$

想一想

如果设调往乙处的人数为 x , 方程应怎么列?

解这个方程,得 $x=17$.

$\therefore 20-x=20-17=3$.

答:应调往甲处 17 人,乙处 3 人.

例6 甲每天生产某种零件 80 个,甲生产 3 天后,乙也加入生产同一种零件,再经过 5 天,两人共生产这种零件 940 个.问乙每天生产这种零件多少个?

分析 可以用示意图(图 5-10)来分析本题中的数量关系.

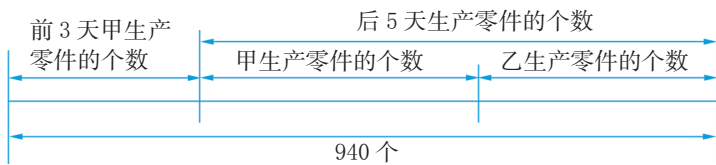


图 5-10

从图5-10 得如下的相等关系.

$$\text{前3天甲生产零件的个数} + \text{后5天甲生产零件的个数} + \text{后5天乙生产零件的个数} = 940.$$

根据这一相等关系,设乙每天生产零件 x 个,就可以列出方程.

解 设乙每天生产零件 x 个.根据题意,得 $3 \times 80 + 5 \times 80 + 5x = 940$.

解这个方程,得 $x=60$.

答:乙每天生产零件 60 个.



课内练习

KENEILIANXI

某种商品的进价是每件 400 元,原标价为每件 600 元.商店打折销售该商品时的毛利率为 5%,问该商品是打几折销售的(毛利率= $\frac{\text{销售价}-\text{进价}}{\text{进价}}$)?



作业题

ZUOYETI



1. 一件商品按成本价提高 30% 后标价,又以 8 折销售,售价为 208 元.这种商品的成本价是多少元?

2. 一收割机队每天收割小麦 12 公顷,收割完一片麦地的 $\frac{2}{3}$ 后,该收割机队改进操作,效率提高到原来的 $\frac{5}{4}$ 倍,因此比预定时间提早 1 天完成. 问这片麦地有多少公顷?
3. 甲煤场有煤 432 吨,乙煤场有煤 96 吨. 为了使甲煤场存煤数是乙煤场的 2 倍,应从甲煤场运多少吨煤到乙煤场?
- B** 4. 列举一个实际情境的应用题,要求能用方程 $(1-25\%)x=112.5$ 求解.
5. 某商店有两种不同型号的计算器,售价都是 64 元,卖出其中一种计算器商店盈利为进货价的 60%,卖出另一种计算器商店亏损为进货价的 20%. 若卖出这两种计算器各 1 台,这家商店的盈亏情况如何?

4

例7 小明把压岁钱按定期一年存入银行. 当时一年期定期存款的年利率为 1.98%,利息税的税率为 20%. 到期支取时,扣除利息税后小明实得本利和为 507.92 元. 问小明存入银行的压岁钱有多少元?

分析 题中的数量有本金、利息、年利率、利息税税率和实得本利和. 它们之间有如下的相等关系:

本金 $\times$ 利率 $\times$ 存期 = 利息;
 利息 $\times$ 税率 = 利息税;
 本金 + 利息 - 利息税 = 实得本利和.

如果设本金为 x 元,那么根据上述前两个数量关系,就能用关于 x 的代数式分别表示利息和利息税,然后利用第三个等量关系列出方程.

解 设小明存入银行的压岁钱有 x 元,则到期支取时,利息为 $1.98\%x$ 元,应缴利息税为 $1.98\%x \cdot 20\% = 0.00396x$ 元. 根据题意,得

$$x + 0.0198x - 0.00396x = 507.92.$$

解这个方程,得 $1.01584x = 507.92.$

$$\therefore x = 500.$$

答:小明存入银行的压岁钱有 500 元.

例8 七年级二班有 45 人报名参加了文学社或书画社. 已知参加文学社的人数比参加书画社的人数多 5 人, 两个社都参加的有 20 人, 问参加书画社的有多少人?

分析 我们可通过画示意图来分析数量关系.

在图 5-11 中, 左边圆的面积表示参加书画社的人数, 右边圆的面积表示参加文学社的人数, 则两圆公共部分的面积表示两个社都参加的人数. 根据图中的面积关系, 有下面的相等关系:

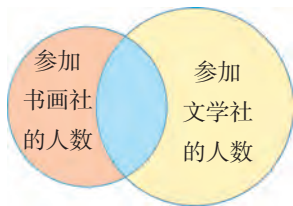


图 5-11

$$\text{参加书画社的人数} + \text{参加文学社的人数} - \text{两个社都参加的人数} = \text{总人数}.$$

根据前面的分析, 可用列方程求解.

解 设参加书画社的有 x 人, 那么参加文学社的有 $(x+5)$ 人. 根据题意, 得 $x + (x+5) - 20 = 45$.

解这个方程, 得 $x = 30$.

答: 参加书画社的有 30 人.

想一想

图 5-11 中, 哪一部分的面积表示只参加文学社的人数?



课内练习

KENEILIANXI

- 2011 年 2 月 9 日国家公布的二年期整存整取储蓄的年利率为 3.90%, 免缴利息税. 已知某储户存满两年后到期获得本利和为 3 234 元, 问该储户存入本金多少元?
- 如果把例 8 的已知条件“两个社都参加的有 20 人”中的“20 人”改为“23 人”, 其余都不变, 那么结果将怎么样?

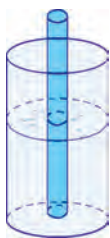


作业题

ZUOYETI



- 老王把 5 000 元按一年期定期储蓄存入银行. 到期支取时, 扣去利息税后实得本利和为 5 080 元. 已知利息税税率为 20%, 问当时一年定期储蓄的年利率为多少?
- 某班有学生 45 人, 会下象棋的人数是会下围棋人数的 3.5 倍, 两种棋都会或都不会的人数都是 5 人. 求只会下围棋的人数.



(第3题)

- B** 3. 如图,一个盛有水的圆柱形玻璃容器的内底面半径为 10 cm ,容器内水的高度为 12 cm . 把一根半径为 2 cm 的玻璃棒垂直插入水中,问容器内的水将升高多少厘米(假设水不会溢出)?

- C** 4. 以 $4\sim 5$ 人为一组,结合图中有关数据,设计一个可用一元一次方程求解的实际问题.



(第4题)

丢番图

古希腊数学家丢番图(Diophantus,约公元250年前后),被人们称为代数之父. 对于他的生平事迹,人们知道得很少,但在了一本《希腊诗文选》(公元500年前后的遗物)中,收录了他的墓志铭:

“坟中安葬着丢番图,
多么令人惊讶,它忠实地记录了所经历的道路.
上帝给予的童年占六分之一,
又过十二分之一,两颊长胡,
再过七分之一,点燃起结婚的蜡烛.
五年之后天赐贵子,
可怜迟到的宁馨儿,享年仅及其父之半,便进入冰冷的墓.

悲伤只有用数论的研究去弥补,又过四年,他也走完了人生的旅途.”

这块奇特的墓志铭,数千年来一直引起人们极大的兴趣. 根据这个墓志铭,人们把这位数学家死亡时的年龄、人生中的重要事件时的年龄都一一推算出来了. 请你也试着算一算.



问题解决的基本步骤

我们学习的目的之一是运用知识和技能去解决问题. 解决问题通常可以按理解问题、制订计划、执行计划、回顾四个步骤来进行. 我们也可以按这四个步骤来解决数学问题.

1 理解问题 弄清问题的意思, 以及问题中涉及的术语、词汇的含义; 分清问题中的条件和要求的结论等.

2 制订计划 在理解问题的基础上, 运用有关的数学知识和方法拟订出解决问题的思路 and 方案.

3 执行计划 把已制定的计划具体地进行实施, 包括建立数学模型, 求解等.

4 回顾 对整个解题过程进行必要的检查和反思, 也包括检验得到的答案是否符合问题的实际, 思考对原来的解法进行改进或尝试用不同的方法, 进行适当的引申、拓展、举一反三等.

想一想, 应用一元一次方程解决实际问题的一般过程体现了问题解决的上述四个基本步骤吗? 审题、分析、设元、列方程、解方程、检验分别属于哪些基本步骤?

例 一家电信公司推出两种移动电话计费方法: 计费方法 A 是每月收月租费 58 元, 通话时间不超过 150 分钟的部分免费, 超过 150 分的按每分钟 0.25 元加收通话费; 计费方法 B 是每月收月租费 88 元, 通话时间不超过 350 分钟的部分免费, 超过 350 分的按每分钟 0.20 元收通话费.

用计费方法 A 的用户一个月累计通话 360 分钟所需的话费, 若改用计费方法 B, 则可多通话多少分钟?

理解问题 这两种收费方法可以列成下表:



	计费方法A	计费方法B
月租费(元/月)	58	88
不加收通话费时限(分)	150	350
超时加收通话费标准(元/分)	0.25	0.20

制订计划 所求的问题有如下相等关系:

用计费方法A的用户一个月通话 360 分钟的话费 = 改用计费方法B,并增加通话时间后的话费

利用这一相等关系,可用列方程求解. 具体步骤为:

设所求的
通话时间
为 x 分

用关于 x 的代数式
表示A,B两种计费
方法的话费

根据上述相等
关系列出方程

解方程

检 验

执行计划 设所求的通话时间为 x 分,则用计费方法A的话费为 $[58+(360-150)\times 0.25]$ 元,用计费方法B的话费为 $[88+(360+x-350)\times 0.20]$ 元.由题意,列出方程为

$$58+(360-150)\times 0.25=88+(360+x-350)\times 0.20.$$

解这个方程,得 $x=102.5$.

答:用计费方法A的用户一个月内通话360分钟的话费,若改用计费方法B,可多通话102.5分钟.

回顾 (1) 检验:把方程的解代入方程,左边=右边,说明求解无误,结果也符合实际.

(2) 提出一些适当引申、拓展的问题,并进行探究.例如,如果每月通话时间为 x 分,当 $x\leq 150$ 时,按A,B两种计费方法,所需的话费会相等吗?如果 $150<x\leq 360$ 呢?如果 $x>360$ 呢?

小结

XIAOJIE



填空.

1. 含有_____的等式叫做方程, 方程的解就是使方程左右两边的值相等的_____.

2. 方程的两边都是_____, 只含有_____未知数, 并且未知数的指数是_____, 这样的方程叫做一元一次方程.

3. 等式的性质 1: 等式的两边都加上(或都减去)_____数或式, 所得结果仍是等式.

等式的性质 2: 等式的两边都乘或除以同一个_____ (_____不能为 0), 所得结果仍是等式.

4. 解方程常见的变形有_____, _____, _____.

5. 问题解决的基本步骤:

- (1) _____,
- (2) _____,
- (3) _____,
- (4) _____.



填表.

技能内容	学会程度		
	学 会	基本学会	不 会
用等式的性质将等式变形			
解一元一次方程			
列一元一次方程解应用题			

目标与评定

MUBIAOYUPINGDING

目标A

5.1节 5.2节

●理解一元一次方程及解的概念,会检验一个数值是不是某个方程的解.

●会根据数量关系或简单问题情境列一元一次方程.

●会用尝试、检验的方法解简单的一元一次方程.

●掌握等式的基本性质.

1. 在下列各式中,哪些是方程? 哪些是一元一次方程?

(1) $2x+1=5$. (2) $\frac{1}{x}+1=5$. (3) $2x^2=8$.
(4) $\frac{4x+1}{3}+2=2x$. (5) $2x+3y=2$. (6) $3y-2$.

2. 下列方程中,以 $x=-1.5$ 为解的是()

(A) $2x=3$. (B) $3x=x+3$.
(C) $x=3x+3$. (D) $x=3x-3$.

3. 检验下列各 x 的值是不是方程 $4x-3=3+x$ 的解.

(1) $x=2$. (2) $x=-\frac{1}{2}$.

4. 在地球表面以下,每下降 1 km 温度就上升约 10°C . 假设地表温度是 18°C ,某矿井内的温度是 25°C ,问该矿井在地表以下约多少千米处? 若设该煤矿在地表以下 $x(\text{km})$ 处,请列出方程.

5. 已知 x 为自然数,用尝试、检验的方法解方程: $x=4-\frac{1}{3}x$.

6. 根据下列各题的条件,写出仍能成立的等式.

(1) $a-b+c=0$,两边都加上 b .
(2) $7x=6x-1$,两边都减去 $6x$.
(3) $3x-6=6x$,两边都除以 3.
(4) $\frac{2a}{3}=\frac{3b}{4}$,两边都乘 12.
(5) $4x-1=3x+2$,两边都加上 $-3x+1$.

目标B

5.3节

●掌握解一元一次方程的一般方法.

7. 解下列方程:

(1) $7x-3=6x-5$. (2) $2-\frac{2}{3}x=x-\frac{3}{2}$.

8. 解下列方程:

$$(1) 3x - (x - 1) = 5.$$

$$(2) 10 + 2\left(x - \frac{1}{2}\right) = 7(x - 2).$$

$$(3) 1 - \frac{38x - 2}{19} = \frac{2 - 3x}{3}.$$

$$(4) 3x - \frac{3x - 1}{4} = \frac{x}{6}.$$

目标C

5.4 节

●能够根据具体问题中的数量关系,列出方程,体会方程是刻画现实世界的一个有效的数学模型.

●掌握列方程解应用题的一般过程.了解问题解决过程中理解问题、制订计划、执行计划、回顾(检验和反思)等的意义和重要性.

●会利用一元一次方程解决简单的实际问题.

9. 小红按 8 折的价格买了一件羊毛衫,付款 120 元. 问这件羊毛衫的原价是多少元?
10. 汽车队运送一批货物. 若每辆车装 4 吨,还剩下 8 吨未装;若每辆车装 4.5 吨,恰好装完. 这个车队有多少辆车?
11. 据有关部门预测,到 2015 年,我国第三产业劳动力所占的比重为 50.5%,与 1996 年相比,增加 1 倍少 1.5 个百分点(1.5%). 求 1996 年我国第三产业劳动力所占的百分比.
12. 有一架飞机最多能在空中连续飞行 8.8 小时,它来回的平均速度分别为 920 千米/时和 840 千米/时. 这架飞机最远飞行多少千米就应返回?
13. 某人将一笔钱按活期储蓄存入银行,存了 10 个月,扣除利息税(税率为 20%)后,实得本利和为 2 528 元. 已知这 10 个月期间活期存款的月利率为 0.14%(不计复利),问此人存入银行的本金是多少元?
14. 甲、乙两人从 A, B 两地出发,甲骑自行车,乙骑摩托车,沿同一条路线相向匀速行驶. 出发后经 3 小时两人相遇. 已知在相遇时乙比甲多行驶了 90 千米,相遇后经 1 小时乙到达 A 地. 问甲、乙行驶的速度分别是多少?

第6章

图形的初步知识



CONTENTS <<

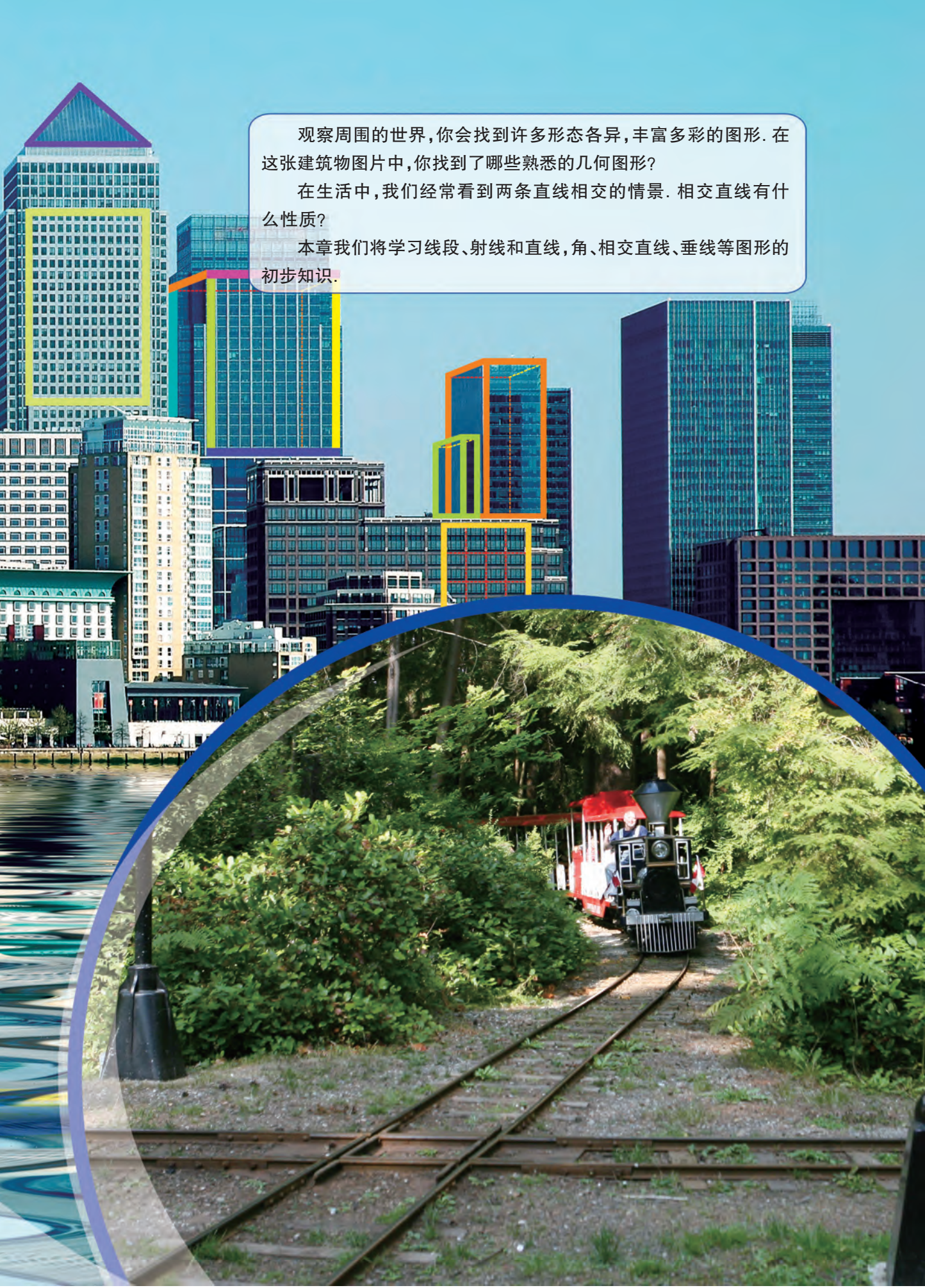
6.1 几何图形	142
6.2 线段、射线和直线	145
6.3 线段的长短比较	147
6.4 线段的和差	150
6.5 角与角的度量	154
6.6 角的大小比较	157
6.7 角的和差	160
6.8 余角和补角	163
6.9 直线的相交	166
● 阅读材料 初识“几何画板”	172
● 小结	174
● 目标与评定	175



观察周围的世界,你会找到许多形态各异,丰富多彩的图形. 在这张建筑物图片中,你找到了哪些熟悉的几何图形?

在生活中,我们经常看到两条直线相交的情景. 相交直线有什么性质?

本章我们将学习线段、射线和直线,角、相交直线、垂线等图形的初步知识.



6.1 几何图形



图中有你认识的几何体吗？

观察图 6-1 的黑板及平静的湖面,它们都给我们以平面的形象,数学中的平面是可以无限伸展的. 再观察图 6-2 中的篮球、油桶、烟囱的表面,它们给我们以曲面的形象. 一些日常生活中见到的物体,如果不考虑它们的颜色、构成材料等,可以抽象出如图 6-3 的几何体. 你还能举出其他几何体吗?



黑板



平静的湖面



篮球



油桶



烟囱

图 6-1

图 6-2



立方体
(cube)



长方体
(cuboid)



圆柱体
(cylinder)



圆锥体
(cone)



球体
(sphere)

图 6-3

观察图 6-4 和图 6-5. 图 6-4 中的点是夜空中的星星;图 6-5 中的点表示城市,而那些曲线通常表示河流、公路、铁路等.

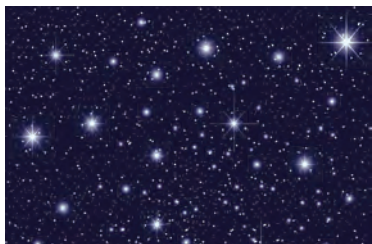


图 6-4



图 6-5

图片来源:国家测绘地理信息局
审图号:GS(2008)1408 号

点、线、面、体称为**几何图形** (geometric figure). 这些基本图形可帮助人们有效地刻画错综复杂的现实世界.

图 6-3 中的这些图形所表示的各个部分不在同一个平面内, 这样的图形称为**立体图形** (solid figure). 另外, 如直线、射线、角、三角形、平行四边形、梯形和圆也都是几何图形, 这些图形所表示的各个部分都在同一个平面内, 称为**平面图形** (plane figure)^①.

课内练习 KENEILIANXI



(第 2 题)



(第 3 题)

1. 你从图中观察到哪些熟悉的几何图形? 把它们在图中描出来, 并注明几何图形的名称.
2. 一个长方体如图.
 - (1) 它有多少个面? 多少条棱(线段)? 多少个顶点?
 - (2) 从它的表面上, 你观察到哪些平面图形?
3. 如图所示的字母是怎样形成的?



(第 1 题)

探究活动

TANJIUHUODONG

七巧板(图 6-6)是我们祖先的一项卓越创造, 在 19 世纪曾极为流行. 七巧板虽然只由 7 块板组成, 但用它们可以拼出人、动物、交通工具等各种图形.

- (1) 从图 6-6 中, 你能观察到哪些你所熟悉的图形?
- (2) 你能用七巧板拼出图 6-7 吗?
- (3) 发挥你的创造力, 尽可能多地用七巧板拼出表示人或物的图案.

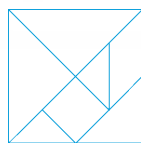


图 6-6



图 6-7

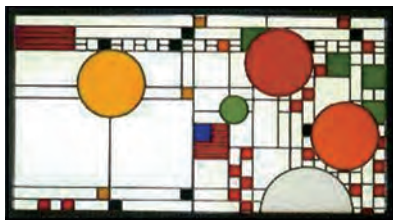
① 在没有特别说明的情况下, 本套教科书所涉及的图形都是指平面图形.



作业题

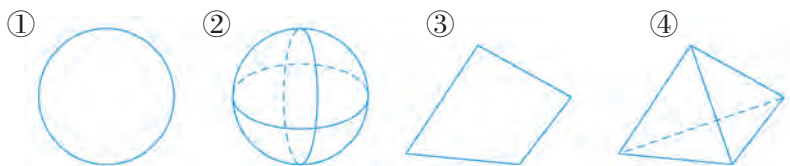
ZUOYETI

- A** 1. 从所给的图中,你能找到哪些几何图形?



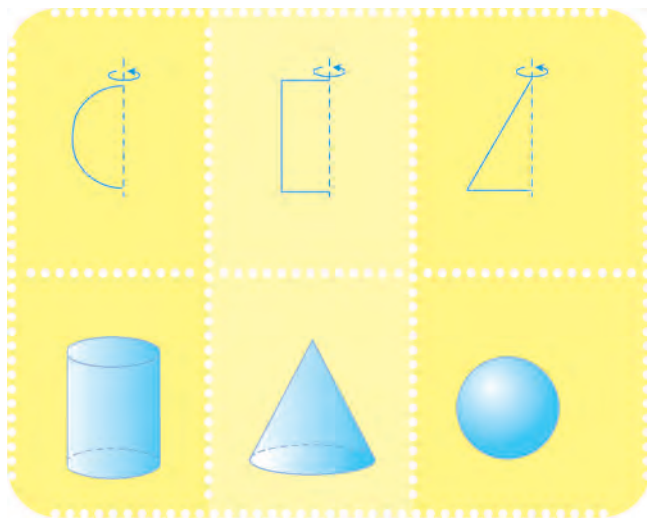
(第1题)

2. 分别说出两种你所熟悉的、形状是球体和圆锥的物体.
3. 下面这些图形中,哪些表示立体图形,哪些表示平面图形?



(第3题)

4. 如图,将第一行中的平面图形绕虚线旋转一周,能分别得到第二行中哪个几何体? 将它们分别用线连起来.

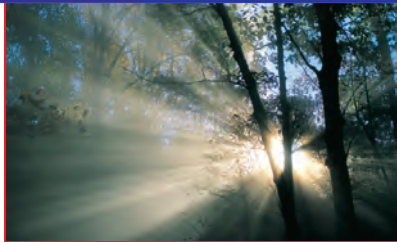


(第4题)

- B** 5. 请用七巧板拼一幅动物图案,并画出示意图.

6.2 线段、射线和直线

太阳光线给我们以射线的形象.



在小学里,我们已经认识了**线段**(segment)、**射线**(ray)和**直线**(straight line). 请你把左边对图形的描述和右边相应的图形(图 6-8)用线连起来.



以 A 为端点, 经过点 B 的射线



连结 A, B 两点的线段



经过 A, B 两点的直线



图 6-8

线段可以用表示它的两个端点的大写字母表示, 也可以用一个小小写字母表示, 如图 6-8 中的线段可以记做“线段 AB ”或“线段 BA ”, 也可以记做“线段 a ”.

直线可以用它上面任意两个点的大写字母表示, 也可以用一个小小写字母表示, 如图 6-8 中的直线可以记做“直线 AB ”或“直线 BA ”, 也可以记做“直线 l ”.

射线用表示它的端点和射线上另外任意一点的两个字母表示, 表示端点的字母要写在前面. 如图 6-9 中的射线记做“射线 BA ”, 而不能记做“射线 AB ”(为什么?).

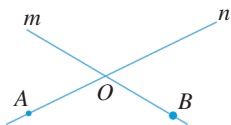


图 6-9

做一做

ZUOYIZUO

1. 用两种方式表示图中的两条直线.



(第 1 题)

Q

O

P

(第 2 题)

2. 已知点 O, P, Q (如图), 画线段 PQ , 射线 OP 和直线 OQ .

画一画,并回答下列问题:

- (1) 经过一个已知点画直线,可以画多少条?
- (2) 经过两个已知点画直线,可以画多少条?
- (3) 如果你想将一根细木条固定在墙上,至少需要几个钉子(图 6-10)?



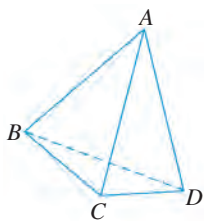
图 6-10

直线有下面的基本事实:

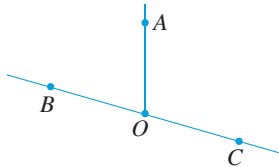
经过两点有一条而且只有一条直线. 可以简单地说成:**两点确定一条直线.**

课内练习 KENEILIANXI

1. 图中的几何体有多少条棱? 写出这些表示棱的线段.



(第 1 题)



(第 2 题)



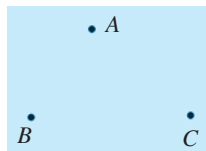
(第 3 题)

2. 写出图中以 O 为端点的各条射线.
3. 经过刨平的木板上的两个点,能弹出一条笔直的墨线,而且只能弹出一条这样的墨线(如图). 请说明理由.

作业题 ZUOYETI

1. 已知点 A, B, C (如图), 请画出下列图形.

- (1) 直线 AB .
- (2) 射线 CA .
- (3) 线段 BC .



(第 1 题)

2. 举一个实际例子,说明“经过两点有一条而且只有一条直线”的应用.
3. 按下列语句画出图形.
 - (1) 直线 EF 经过点 C .
 - (2) 经过点 O 的三条线段 a, b, c .
 - (3) 射线 OA 与射线 OB .



(第4题)

B 4. 用 7 根火柴棒可以摆出数字“8”(如图). 这种用 7 条线段构成的数字称为“7 画字”,它通常用在计算器或电梯的楼层显示屏上. 你能去掉其中的若干根火柴棒,摆出 0~9 十个数字吗?

5. 下面两个图中有多少条以 A, B, C, D 这些点为端点的线段? 把它们都写出来.



(第5题)

6.3 线段的长短比较

要比较两根绳子的长短,你有几种方法?



如图 6-11,在等腰三角形中, $AB=2\text{ cm}$, $AC=2\text{ cm}$, $BC=3\text{ cm}$. 比较 AB, BC, AC 这三条线段长度的大小. 它们之间有怎样的关系?

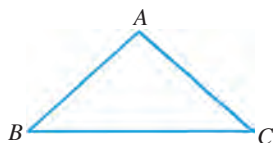


图 6-11

一般地,如果两条线段长度相等,那么我们就说这两条线段相等. 例如图 6-11 中,线段 AB 与 AC 相等,记为 $AB=AC$. 如果两条线段的长度不相等,那么我们就说长度较大的线段大于长度较小的线段. 例如图 6-11 中,线段 BC 大于线段 AB ,记为 $BC>AB$,也可以说成线段 AB 小于线段 BC ,记为 $AB<BC$.

要比较两条线段的长短,还可以用圆规把它们“叠”在一起进行比较,如图 6-12.

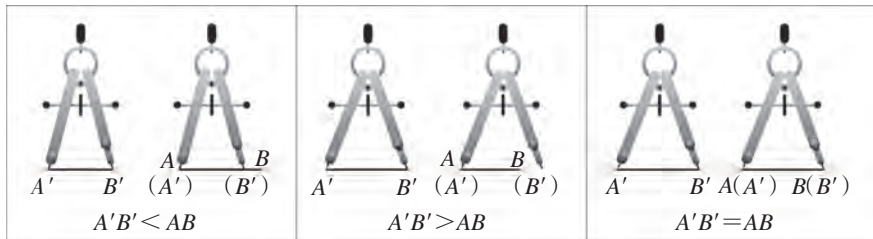
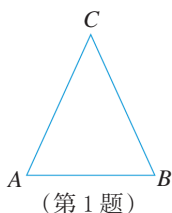


图 6-12



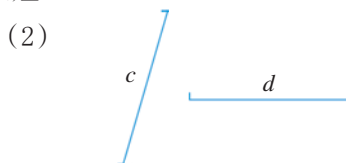
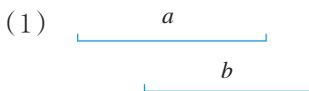
1. (1) 用刻度尺量出图中三角形三条边的长.

$AC = \underline{\hspace{1cm}} \text{ cm}$; $BC = \underline{\hspace{1cm}} \text{ cm}$; $AB = \underline{\hspace{1cm}} \text{ cm}$.

- (2) 用“=”“<”“>”填入下面的空格.

$AC \underline{\hspace{1cm}} BC$, $AC \underline{\hspace{1cm}} AB$, $AB \underline{\hspace{1cm}} BC$.

2. 用圆规比较下列各对线段的长短.



(第2题)

例 已知线段 a (图 6-13), 用直尺和圆规作一条线段, 使它等于已知线段 a .

作法 如图 6-14.

1. 任意画一条射线 AC .
2. 用圆规量取已知线段 a 的长度.
3. 在射线 AC 上截取 $AB = a$.

线段 AB 就是所求作的线段.



图 6-13

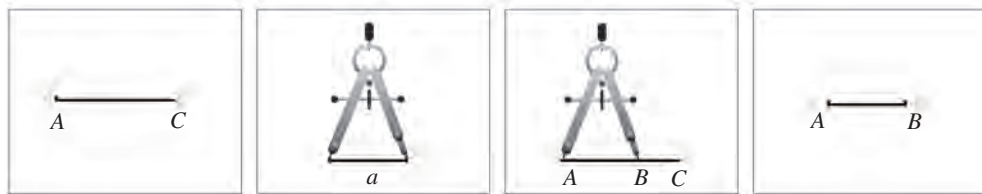


图 6-14

现在让我们考虑下面的事例:

- (1) 小狗看到远处的食物, 总是径直奔向食物 (图 6-15).



图 6-15



图 6-16

(2) 从 A 地到 B 地有三条路可走(图 6-16), 为了尽快到达, 人们通常选择其中的直路.

根据这些事例, 你会提出什么问题? 你发现了什么?

线段有以下的基本事实:

在所有连结两点的线中, 线段最短. 简单地说, **两点之间线段最短.**

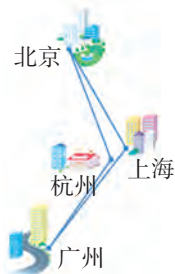
连结两点的线段的长度叫做这**两点间的距离**(distance).



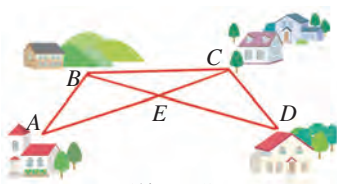
课内练习

KENEILIANXI

1. 北京—上海, 北京—杭州, 上海—广州的航线示意图如图, 请比较它们的大小, 并说明你采用的方法.



(第 1 题)



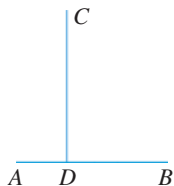
(第 2 题)

2. A, B, C, D 四个村庄之间的道路如图. 从 A 去 D 有三条路线: $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$, $A \rightarrow C \rightarrow D$, $A \rightarrow E \rightarrow D$, 它们的长分别记为 l, m, n . 请把 l, m, n 按从小到大排列, 并用不等号连接.



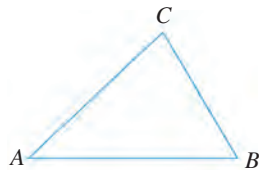
作业题

ZUOYETI



(第 1 题)

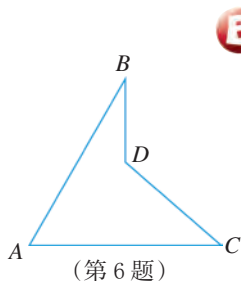
1. 观察图中的线段 AB, CD , 你觉得哪一条线段比较长? 再量一量, 你原先的判断正确吗?
2. 比较图中三角形三条边的长短, 并用“ $<$ ”表示.
3. 用直尺和圆规作一条线段, 使它等于第 2 题图中边 AB 的长.



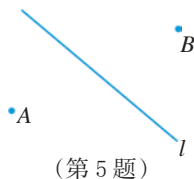
(第 2 题)

① 本套教科书中, 作图题只要求作出图形, 并说明结果. 在没有特别说明的情况下可以不写作法, 但要保留作图痕迹.

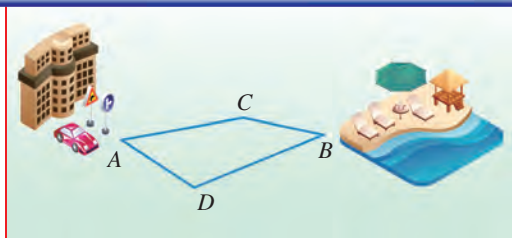
4. 下面四种说法中,正确的是()
- (A) 两点间的连线的长度,叫做两点间的距离.
- (B) 连结两点的线段,叫做两点间的距离.
- (C) 两点间的距离就是两点间的路程.
- (D) 两点间的距离是连结两点的线段的长度.



- B** 5. 图中的直线 l 表示一条小河, 点 A, B 表示两个村庄. 在何处架桥才能使 A 村到 B 村的路程最短?
6. 如图, 比较 $B \rightarrow A \rightarrow C$ 与 $B \rightarrow D \rightarrow C$ 这两条路径的长短. 你能用“两点之间线段最短”来说明理由吗?



6.4 线段的和差



从宾馆 A 出发去景点 B 有 $A \rightarrow C \rightarrow B$, $A \rightarrow D \rightarrow B$ 两条道路. 你有哪些方法判别哪条路更近些? 如果工具只有没有刻度的直尺和圆规呢?

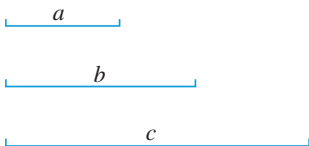


图 6-17

如图 6-17, 已知线段 $a=1.5\text{ cm}$, $b=2.5\text{ cm}$, $c=4\text{ cm}$.

请议一议, a, b, c 三条线段的长度之间有什么样的关系?

一般地, 如果一条线段的长度是另两条线段的长度的和, 那么这条线段就叫做另 **两条线段的和**; 如果一条线段的长度是另两条线段的长度的差, 那么这条线段就叫做另 **两条线段的差**. 两条线段的和或差仍是一条线段. 例如, 在图 6-17 中, 线段 c 是线段 a 与 b 的和, 记做 $c=a+b$; 线段 a 是线段 c 与 b 的差, 记做 $a=c-b$.



做一做

ZUOYIZUO

如图, C 是线段 AB 上的一点. 请完成下面的填空.

(1) $AC + CB =$ _____.

(2) $AB - CB =$ _____.

(3) $BC =$ _____ $- AC$.



例1 已知线段 a, b (图 6-18). 用直尺和圆规作图:

(1) $a + b$. (2) $b - a$.

(1) **作法** 如图 6-19.

1. 作射线 AD .

2. 在射线 AD 上截取 $AB = a$.

3. 在射线 BD 上截取 $BC = b$.

线段 $AC = AB + BC = a + b$, 线段 AC 就是所求作的线段.

(2) **作法** 如图 6-20.

1. 作线段 $AB = b$.

2. 在线段 AB 上截取 $AC = a$.

线段 $BC = AB - AC = b - a$, 线段 BC 就是所求作的线段.



图 6-18

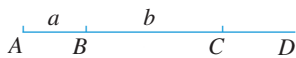


图 6-19



图 6-20

如图 6-21, 点 C 把线段 AB 分成相等的两条线段 AC 与 BC , 点 C 叫做线段 AB 的**中点**(midpoint), 这时 $AC = BC = \frac{1}{2}AB$, $AB = 2AC = 2BC$.

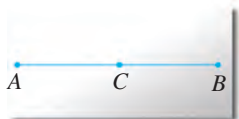


图 6-21

例2 如图 6-22, P 是线段 AB 的中点, 点 C, D 把线段 AB 三等分. 已知线段 CP 的长为 1.5 cm , 求线段 AB 的长.

分析 如果能得到线段 CP 与线段 AB 之间的长度比, 就能求出线段 AB 的长.

解 $\because$ 点 P 是线段 AB 的中点,

$$\therefore AP = BP = \frac{1}{2}AB.$$

$\because$ 点 C, D 把线段 AB 三等分,

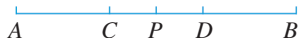


图 6-22

$$\therefore AC=CD=DB=\frac{1}{3}AB.$$

$$\because AP-AC=CP,$$

$$\therefore \frac{1}{2}AB-\frac{1}{3}AB=CP, \text{ 即 } CP=\frac{1}{6}AB.$$

$$\therefore AB=6CP=6\times 1.5=9(\text{cm}).$$

答:线段 AB 的长为 9 cm .



课内练习

KENEILIANXI

a

b

(第1题)

1. 已知线段 a, b (如图). 用直尺和圆规作图: (1) $a-b$. (2) $2b$.

2. 已知线段 AB , 用刻度尺作出它的中点.



(第2题)



(第3题)

3. 已知线段 AB 的长为 a , 延长线段 AB 至点 C (如图), 使 $BC = \frac{1}{2}AB$. 问线段 AC 的长为多少?



作业题

ZUOYETI

A 1. 如图, 已知 C 是线段 AB 的中点, 点 D 是线段 AC 的中点. 请完成下列填空.

(1) $AD+DB=$ _____.

(2) _____ $-CD=BC$.

(3) $AB=$ _____ BC .

(4) $AD=$ _____ AC .

(5) $BD=$ _____ AD .



(第1题)

2. 已知线段 a, b (如图), 用直尺和圆规作图: (1) $2a$. (2) $2a-b$.

a

b

(第2题)

a

(第3题)

3. 已知线段 a (如图), 利用刻度尺把线段 a 二等分.

❶ “延长线段 AB ”是指将线段沿 AB 方向延长. 若沿 BA 方向延长线段, 则要说成“延长线段 BA ”. 线段的延长线通常画成虚线.

4. 已知线段 $AB=a$ (如图), 延长 BA 至点 C , 使 $AC=\frac{1}{2}AB$. D 为线段 BC 的中点.

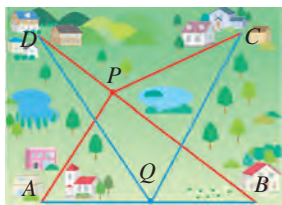
(1) 求 CD 的长.

(2) 若 $AD=3\text{ cm}$, 求 a 的值.



(第4题)

- B** 5. 已知 P 为线段 AB 上一点, AP 与 PB 的长度之比为 $2:3$. 若 $AP=4\text{ cm}$, 求 PB, AB 的长.



(第6题)

6. 如图, A, B, C, D 表示四个村庄, 村民们准备合打一口水井.
- (1) 水井的位置现有 P, Q 两种选择方案. 点 P 在线段 BD 上, 点 Q 在线段 AB 上. 哪一种方案的水井到各村庄的距离总和较小?
 - (2) 你能给出一种使水井到各村庄的距离之和最小的方案吗? 若能, 请标出水井的位置, 并说明理由.



SHEJITI

用叠合法比较线段的长短是度量线段长度的基本原理. 根据这个原理, 以及线段的和差的意义, 我们可以得到一些简易的测量线段长的方法.

1 拇(mǔ)



大拇指第1节长称为1拇.

1 肘(zhǒu)



前臂长(包括手掌、手指)称为1肘.

1 拃(zhǎ)



张开的大拇指尖和中指尖之间的最大距离称为1拃.

图 6-23

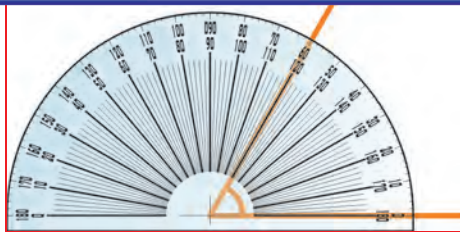
如图6-23, 如果我们没有带合适的测量工具, 那么用我们身体的“尺子”来测量不失为好方法. 然而每个人“1拇”, “1肘”, “1拃”的长度不尽相同, 所以测量者可先测量出自己的“1拇”, “1肘”和“1拃”究竟有多长.

现在我们来进行以下实践活动:

1. 与同伴合作, 用刻度尺测量每人的“1拇”, “1肘”, “1拃”的长度.
2. 分别选择我们身体中的“尺子”测量数学课本的长与宽, 课桌的长、宽、高, 教室中黑板的长与宽等. 再用刻度尺量一量, 评价上述测量的精确程度.

你的身体中还有哪些“尺子”? 把你在户外使用上述测量方法的典型案例记录下来, 在适当的场合与同伴交流.

6.5 角与角的度量



量角器是度量角的大小的常用工具之一。

在小学,我们已初步认识了“角”. 你能在图 6-24 中找到角的实例吗?



图 6-24

角 (angle)是由两条有公共端点的射线所组成的图形, 这个公共端点叫做这个角的**顶点** (vertex). 角也可以看成是由一条射线绕着它的端点旋转而成的图形 (图 6-25). 起始位置的射线叫做**角的始边**, 终止位置的射线叫做**角的终边**.

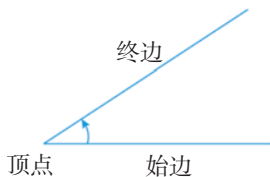


图 6-25

你能举出几个在现实生活中反映角是由一条射线绕其端点旋转而成的例子吗?

角用符号“ $\angle$ ”表示, 读做“角”, 通常有以下几种表示角的方法:

1. 用三个大写字母表示. 如图 6-26 中的角可以表示成 $\angle ABC$ 或 $\angle CBA$, 中间的字母 B 表示顶点, 其他两个字母 A, C 分别表示角的两边上的点.

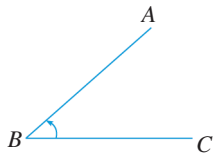


图 6-26

2. 用一个数字或希腊字母 (如 α, β, γ) 表示. 如图 6-27 中的角分别可以表示为 $\angle 1, \angle \alpha, \angle \beta$ 等.

3. 在不引起混淆的情况下, 也可以用角的顶点字母来表示这个角. 如图 6-26 中, $\angle ABC$ 可以表示成 $\angle B$. 但如图 6-27, $\angle AOC$ 不能用 $\angle O$ 表示 (为什么?).

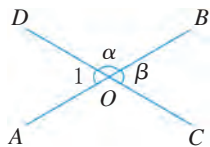
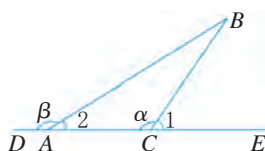


图 6-27



将图中的角用不同的方法表示出来,并填入表中.

$\angle 1$			$\angle \beta$	
$\angle BCE$	$\angle ACB$	$\angle BAC$		$\angle ABC$

如果图 6-25 中的终边继续旋转,旋转到和始边成一条直线时,所成的角叫做**平角**;旋转到终边和始边再次重合时,所成的角叫做**周角**,如图 6-28^①.

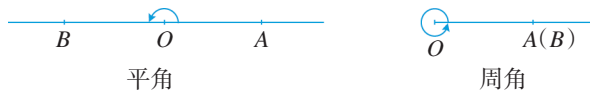


图 6-28

在小学里,我们已经学过一个周角等于 360° ,一个平角等于 180° . 把周角等分为 360 份,每一份就是 1° 的角. 要测量一个角的大小,我们可以用量角器来进行.

观察图 6-29 中的量角器,并思考下列问题:

- (1) 量角器上的平角被等分成多少个 1° 的角?
- (2) 先估计图 6-30 中 $\angle A$ 和 $\angle B$ 的度数,再用量角器量一量. 在测量中,你遇到哪些问题?

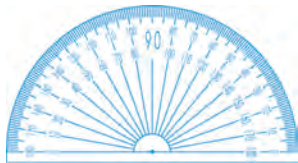


图 6-29

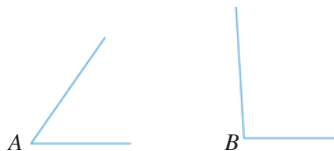


图 6-30

在测量角时,有时以度为单位精度还不够,我们需要用比 1° 更小的单位,称之为分和秒. 把 1° 的角等分成 60 份,每一份就是 1 分,记做 $1'$; 而把 1 分的角再等分成 60 份,每一份就是 1 秒,记做 $1''$,即

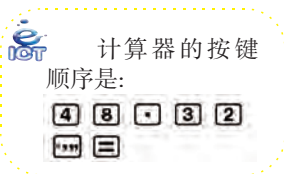
$$1^\circ = 60', 1' = \left(\frac{1}{60}\right)^\circ; \quad 1' = 60'', 1'' = \left(\frac{1}{60}\right)'$$

度、分、秒是角的基本度量单位.

① 没有特殊说明,本套教科书只讨论大于 0° 且小于 180° 的角.

例1 用度、分、秒表示 48.32° .

解 $\because 0.32^\circ = 60' \times 0.32 = 19.2',$
 $0.2' = 60'' \times 0.2 = 12'',$
 $\therefore 48.32^\circ = 48^\circ 19' 12''.$



例2 用度表示 $30^\circ 9' 36''$.

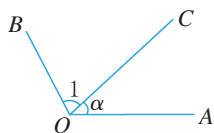
解 $\because 36'' = \left(\frac{1}{60}\right)' \times 36 = 0.6',$
 $9.6' = \left(\frac{1}{60}\right)^\circ \times 9.6 = 0.16^\circ,$
 $\therefore 30^\circ 9' 36'' = 30.16^\circ.$



例3 计算: $180^\circ - (45^\circ 17' + 52^\circ 57').$

解 $180^\circ - (45^\circ 17' + 52^\circ 57')$
 $= 180^\circ - 97^\circ 74' = 180^\circ - 98^\circ 14'$
 $= 179^\circ 60' - 98^\circ 14' = 81^\circ 46'.$

课内练习 KENEILIANXI



(第1题)

1. 图中有几个角? 请用适当的方式把它们表示出来.

2. 把下列角度化成度、分、秒的形式:

(1) $121.38^\circ.$ (2) $\left(10\frac{3}{4}\right)^\circ.$

3. 把下列角度化成度的形式:

(1) $50^\circ 40' 30''.$ (2) $118^\circ 20' 42''.$

4. 计算:

(1) $37^\circ 49' + 44^\circ 28'.$ (2) $108^\circ 18' - 56.5^\circ.$

作业题 ZUOYETI



(第1题)

A 1. 钟表的时针从午夜零时到早上6时转成一个什么角? 从午夜零时到中午12时呢?

2. 把下列角度化成度、分、秒的形式:

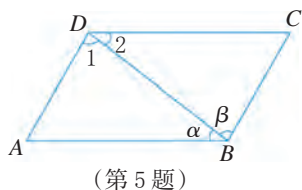
(1) $65.5^\circ.$ (2) $121.34^\circ.$

3. 把下列角度化成度的形式:

- (1) $72^{\circ}12'$. (2) $100^{\circ}42'$.

4. 计算:

- (1) $89^{\circ}35' + 20^{\circ}25'$ (结果用度、分、秒表示).
 (2) $123^{\circ}24' - 60^{\circ}36'$ (结果用度表示).

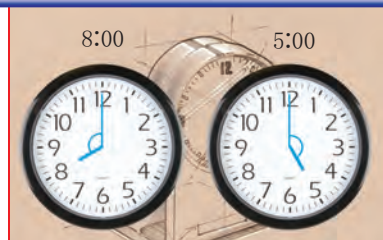


(第5题)

B 5. 图中有多少个角? 请用适当的方式把它们表示出来.

6.6 角的大小比较

8:00 与 5:00 这两个时刻, 时针与分针所成的角哪个较大? 你是怎样比较的?



如图 6-31, 在三角形中, $\angle A = 50^{\circ}$, $\angle B = 65^{\circ}$, $\angle C = 65^{\circ}$. 比较 $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ 这三个角的度数大小. 它们之间有怎样的关系?

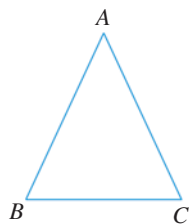


图 6-31

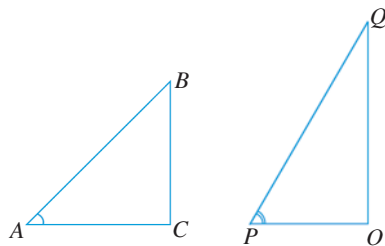
一般地, 如果两个角的度数相等, 那么我们就说这两个角相等. 例如图 6-31 中, $\angle B$ 与 $\angle C$ 相等, 记做 $\angle B = \angle C$. 如果两个角的度数不相等, 那么我们就说度数较大的角较大. 例如图 6-31 中, $\angle B$ 大于 $\angle A$, 记做 $\angle B > \angle A$; 也可以说成 $\angle A$ 小于 $\angle B$, 记做 $\angle A < \angle B$.

做一做

ZUOYIZUO

比较如图两块三角尺中角的大小, 并用等号或不等号表示.

- (1) $\angle A$ 与 $\angle B$.
 (2) $\angle P$ 与 $\angle Q$.
 (3) $\angle A$, $\angle Q$ 与 $\angle C$.



例1 已知 $\angle\alpha$ (图 6-32),用量角器作一个角,使它等于 $\angle\alpha$.

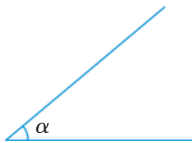


图 6-32

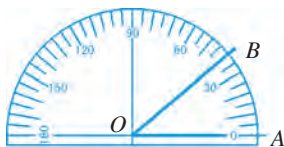


图 6-33

作法

1. 用量角器量得 $\angle\alpha=40^\circ$.
 2. 如图 6-33,作射线 OA .
 3. 用量角器作射线 OB ,使 $\angle AOB=40^\circ$.
- $\angle AOB=40^\circ=\angle\alpha$, $\angle AOB$ 就是所求作的角.

我们也可以把两个角“叠”在一起比较大小.如图 6-34,把一块三角尺中的 $\angle BAC$ 与另一块三角尺的 $\angle QPO$ 叠放在一起,使顶点 A 与 P 重合,角边 AC 与角边 PO 重合,并使两个角的另一边 AB 与 PQ 都在重合的一边的同侧.此时, AB 边落在 $\angle QPO$ 的内部,表明 $\angle BAC$ 的度数小于 $\angle QPO$ 的度数,即 $\angle BAC<\angle QPO$.如果把两个角叠在一起时,能使它们的两条角边都重合,就表明这两个角度数相等,即这两个角相等.

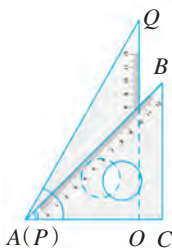


图 6-34

等于 90° 的角是**直角**(right angle)^❶,小于直角的角是**锐角**(acute angle),大于直角而小于平角的角是**钝角**(obtuse angle).

例2 如图6-35,点 A, O, E 在一条直线上, $\angle AOC=90^\circ$, $\angle BOD=90^\circ$.

解答下列问题:

- (1) 比较 $\angle AOB$, $\angle AOC$, $\angle AOD$, $\angle AOE$ 的大小.
- (2) 找出图中的直角、锐角和钝角.

解 (1) 由图 6-35 可以看出:

$$\angle AOB < \angle AOC < \angle AOD < \angle AOE.$$

(2) 图中的直角有 $\angle AOC$, $\angle BOD$, $\angle COE$;锐角有 $\angle AOB$, $\angle BOC$, $\angle COD$, $\angle DOE$;钝角有 $\angle AOD$, $\angle BOE$.

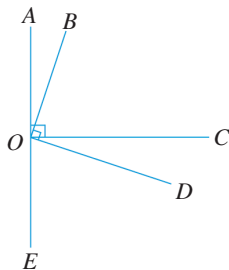


图 6-35

❶ 直角可以用 $\text{Rt}\angle$ 表示,画图时常在直角的顶点处加上符号“ $\perp$ ”来表示这个角是直角.



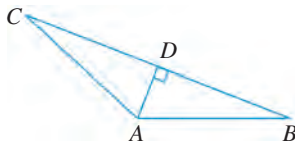
课内练习

KENEILIANXI

1. 比较 $\angle \alpha$ 与 $\angle \beta$ (如图) 的大小, 并说明理由.



(第 1 题)



(第 2 题)

2. 如图, 比较 $\angle BAC$, $\angle CAD$, $\angle BAD$, $\angle ADB$ 的大小, 并说出其中的锐角、直角和钝角.

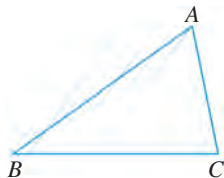


作业题

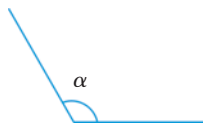
ZUOYETI

- A** 1. 12.30° 与 $12^\circ 30'$ 这两个角相等吗? 如果你认为不相等, 哪一个角比较大? 为什么?

2. 比较图中三角形三个角的大小, 并说明你采取的方法.



(第 2 题)



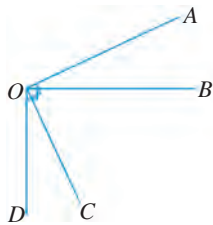
(第 3 题)

3. 已知 $\angle \alpha$ (如图), 用量角器作一个角, 使它等于已知角 α .
4. 任意作一个直角、一个大于 45° 的锐角和一个小于 120° 的钝角.

- B** 5. 如图, 写出图中的所有角, 并比较它们的大小, 然后指出哪些是直角, 哪些是锐角, 哪些是钝角.

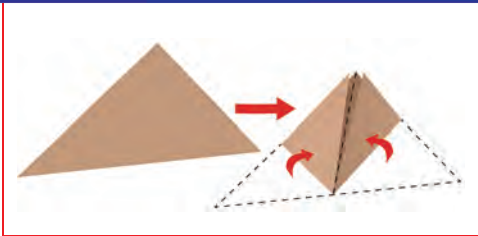
6. 比较下列三个时刻的时针与分针所成的角的大小, 并说明理由.

9:00, 3:30, 6:40.



(第 5 题)

6.7 角的和差



给你一张直角三角形纸片,你能通过折叠的方法再折出一个直角来吗?你还能把这张纸片折成一个长方形吗?

如图 6-36,已知 $\angle\alpha=30^\circ$, $\angle\beta=120^\circ$, $\angle\gamma=150^\circ$.

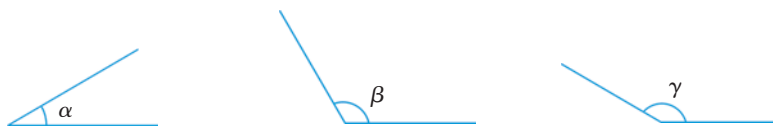


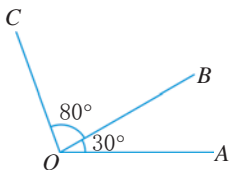
图 6-36

请议一议,这三个角的度数之间有怎样的关系.

一般地,如果一个角的度数是另两个角的度数的和,那么这个角就叫做另**两个角的和**;如果一个角的度数是另两个角的度数的差,那么这个角就叫做另**两个角的差**. 两个角的和或差仍是一个角. 例如,在图 6-36 中, $\angle\gamma$ 是 $\angle\alpha$ 与 $\angle\beta$ 的和, 记做 $\angle\gamma = \angle\alpha + \angle\beta$; $\angle\beta$ 是 $\angle\gamma$ 与 $\angle\alpha$ 的差, 记做 $\angle\beta = \angle\gamma - \angle\alpha$.

做一做

ZUOYIZUO



同一端点的三条射线如图. 请完成下面的填空:

$$\begin{aligned}\angle AOB + \angle BOC &= \angle \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} \text{度}; \\ \angle AOC - \angle BOC &= \angle \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} \text{度}; \\ \angle BOC &= \angle AOC - \angle \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} \text{度}.\end{aligned}$$

例1 已知 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ (图 6-37), 用量角器作 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 的和.

作法 如图 6-38.

1. 用量角器量得 $\angle 1 = 60^\circ$, $\angle 2 = 45^\circ$.
2. 计算: $\angle 1 + \angle 2 = 60^\circ + 45^\circ = 105^\circ$.

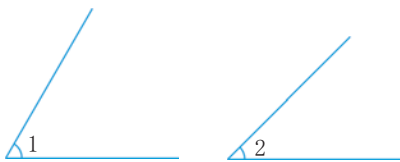


图 6-37

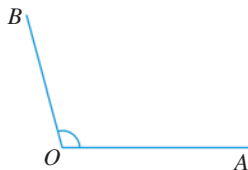


图 6-38

3. 用量角器作 $\angle AOB = 105^\circ$.

$\angle AOB = \angle 1 + \angle 2$, $\angle AOB$ 就是所求作的角.

请进行以下活动:

在一张透明纸上任意画一个角 $\angle AOB$ (图 6-39), 把这张透明纸折叠, 使角的两边 OA 与 OB 重合, 然后把这张纸展开、铺平, 画出折痕 OC .

$\angle AOC$ 与 $\angle BOC$ 之间有怎样的大小关系?

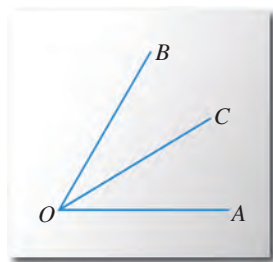


图 6-39

从一个角的顶点引出的一条射线, 把这个角分成两个相等的角, 这条射线叫做这个**角的平分线** (angular bisector). 例如, 在图 6-39 中, OC 就是 $\angle AOB$ 的平分线, $\angle AOC = \angle BOC = \frac{1}{2} \angle AOB$, $\angle AOB = \angle AOC + \angle BOC = 2\angle AOC = 2\angle BOC$.

例2 如图 6-40, $\angle ABC = 90^\circ$, $\angle CBD = 30^\circ$, BP 平分 $\angle ABD$. 求 $\angle ABP$ 的度数.

解 $\because \angle ABD = \angle ABC + \angle CBD$
 $= 90^\circ + 30^\circ$
 $= 120^\circ$,
 BP 平分 $\angle ABD$,
 $\therefore \angle ABP = \frac{1}{2} \angle ABD$
 $= \frac{1}{2} \times 120^\circ$
 $= 60^\circ$.

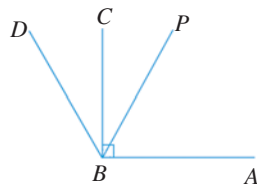


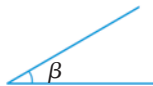
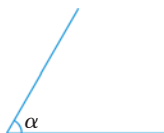
图 6-40



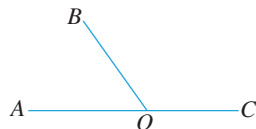
课内练习

KENEILIANXI

1. 已知 $\angle\alpha$, $\angle\beta$ (如图), 用量角器作 $\angle\alpha - \angle\beta$.



(第1题)



(第2题)

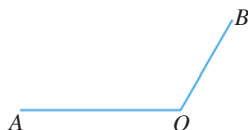
2. 如图, 点 O 在直线 AC 上, $\angle AOB = 55^\circ$. 用量角器作出 $\angle BOC$ 的角平分线 OD , 并计算 $\angle AOD$ 的度数.



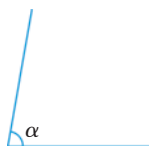
作业题

ZUOYETI

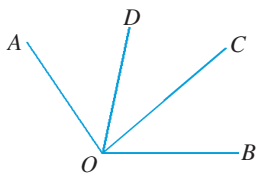
- A** 1. 如图, 已知 $\angle AOB$. 用量角器作 $\angle AOB$ 的平分线.



(第1题)



(第2题)



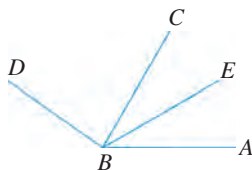
(第3题)

2. 如图, 已知 $\angle\alpha$. 用量角器作一个角 β , 使 $\beta = 2\angle\alpha$.

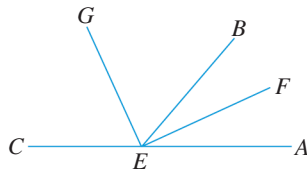
3. 根据图形填空:

- (1) $\angle AOB = \angle AOC + \underline{\hspace{2cm}}$.
- (2) $\angle AOD = \angle AOB - \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} - \angle COD$.
- (3) $\angle AOC + \angle BOD - \angle AOB = \underline{\hspace{2cm}}$.

4. 如图, $\angle ABC = 60^\circ$, $\angle ABD = 145^\circ$, BE 平分 $\angle ABC$. 求 $\angle DBE$ 的度数.



(第4题)



(第5题)

- B** 5. 如图, E 是直线 AC 上一点, EF, EG 分别是 $\angle AEB, \angle BEC$ 的平分线. 求 $\angle GEF$ 的度数.

6. 用一副三角尺, 你能画出哪些度数的角? 请把它们画出来.

6.8 余角和补角

台球桌面上, 击打A球的线路如图. 若角 α 为 30° , 则入射角、反射角、 $\angle\beta$ 分别为多少度(入射角与反射角相等)?



如图 6-41, $\angle 1 + \angle 2$ 与 $\text{Rt} \angle AOB$ 相等, $\angle 3 + \angle 4$ 与 $\text{Rt} \angle AOB$ 相等吗? 你是怎样判断的?

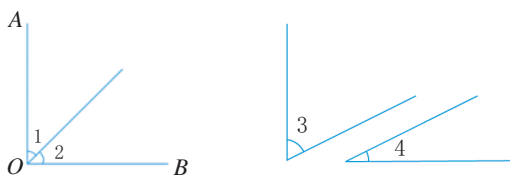


图 6-41

如图 6-42, $\angle AOC + \angle BOC$ 与平角 $\angle AOB$ 相等, $\angle\alpha + \angle\beta$ 与平角 $\angle AOB$ 相等吗? 你是怎样判断的?



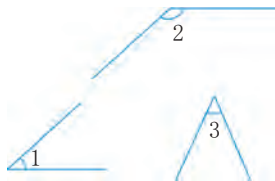
图 6-42

如果两个锐角的和是一个直角, 我们就说这两个角**互为余角**, 简称**互余**, 也可以说其中一个角是另一个角的**余角**(complementary angle). 例如, 图 6-41 中, $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 互为余角, $\angle 1$ 是 $\angle 2$ 的余角, $\angle 2$ 也是 $\angle 1$ 的余角. $\angle 3$ 与 $\angle 4$ 呢?

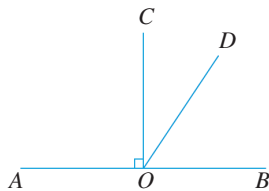
如果两个角的和是一个平角, 我们就说这两个角**互为补角**, 简称**互补**, 也可以说其中一个角是另一个角的**补角**(supplementary angle). 例如, 图 6-42 中, $\angle AOC$ 与 $\angle BOC$ 互为补角, $\angle AOC$ 是 $\angle BOC$ 的补角, $\angle BOC$ 也是 $\angle AOC$ 的补角. $\angle\alpha$ 与 $\angle\beta$ 呢?

做一做 ZUOYIZUO

1. 如图,已知 $\angle 1=42^\circ$, $\angle 2=138^\circ$, $\angle 3=48^\circ$. 图中有没有互余或互补的角? 若有,请把它们写出来,并说明理由.



(第1题)



(第2题)

2. 如图,点 O 为直线 AB 上一点, $\angle AOC=Rt\angle$, OD 是 $\angle BOC$ 内的一条射线. 图中有哪些角互补? 有哪些角互余? 请说明理由.
3. 填空:
- (1) $\angle \alpha$ 的余角 $=90^\circ -$ _____.
- (2) $\angle \beta$ 的余角 $=$ _____ $- \angle \beta$.

从上面“做一做”第3题可以看到,当 $\angle \alpha = \angle \beta$ 时,就有 $\angle \alpha$ 的余角与 $\angle \beta$ 的余角相等,也就是说,

同角或等角的余角相等.

同样可以得到:

同角或等角的补角相等.

例1 如图 6-43,已知 $\angle AOC = \angle BOD = Rt\angle$. 指出图中还有哪些角相等,并说明理由.

解 在图 6-43 中, $\angle AOB = \angle COD$.

理由: $\because \angle AOC = \angle BOD = Rt\angle$,

$$\therefore \angle AOB + \angle BOC = Rt\angle,$$

$$\angle COD + \angle BOC = Rt\angle,$$

即 $\angle AOB$ 与 $\angle COD$ 都是 $\angle BOC$ 的余角,

$$\therefore \angle AOB = \angle COD \text{ (同角的余角相等).}$$

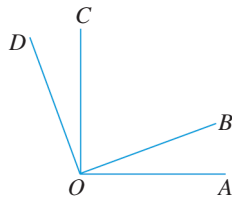


图 6-43

例2 已知一个角的补角是这个角的余角的4倍,求这个角的度数.

解 设这个角为 x 度,

则这个角的余角是 $(90-x)$ 度,补角是 $(180-x)$ 度.

由题意,得 $180-x=4(90-x)$,

解方程,得 $x=60$.

所以这个角的度数为 60° .



课内练习

KENEILIANXI

1. 已知 $\angle\alpha=60^\circ32'$, $\angle\alpha$ 的余角是多少度? $\angle\alpha$ 的补角是多少度?

2. 如图,吊桥与铅垂方向所成的角 $\angle\alpha=30^\circ$.若要把吊桥放平,则吊桥需沿什么方向转动?转动多少度的角?

3. (1) 如果 $\angle\alpha$ 的余角是 $\angle\alpha$ 的2倍,求 $\angle\alpha$ 的度数.

(2) 如果 $\angle1$ 的补角是 $\angle1$ 的3倍,求 $\angle1$ 的度数.



(第2题)

探究活动

TANJIUHUODONG

如图6-44,射线 OA 表示北偏西 30° (一般不说成“西偏北 60° ”)方向,你能用类似的方法画图表示下列各方向吗?

(1) 北偏东 40° .

(2) 南偏西 50° (一般不说成“西偏南 40° ”).

(3) 东南方向(即南偏东 45°).

在图6-44中画出上述方向后,请用数字或希腊字母标注图中互余或互补的角,并把它们列举出来(只需分别列举出两对).

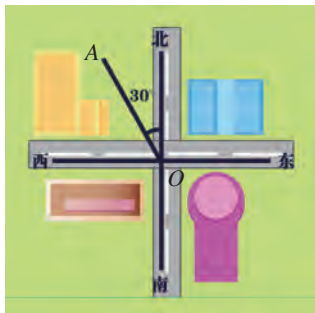
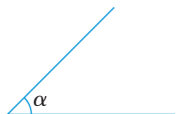


图6-44



- A** 1. 判断下列说法是否正确,并说明理由.
- (1) 一个锐角的补角一定是钝角.
 - (2) 如果两个角互补,那么这两个角中,一个是锐角,另一个是钝角.
 - (3) 如果一个角的余角和补角都存在,那么这个角的余角一定比这个角的补角小.
2. 已知 $\angle\alpha = 25^\circ 42'$, 分别求 $\angle\alpha$ 的余角和补角的度数.
3. 已知一个角的补角是它的余角的 2.5 倍,求这个角的度数.

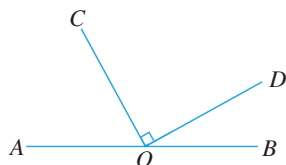


(第4题)

- B** 4. 如图,已知 $\angle\alpha$. 利用三角尺画出下列各角.

- (1) $\angle\alpha$ 的补角.
- (2) $\angle\alpha$ 的余角.

5. 如图, $\text{Rt}\angle COD$ 的顶点 O 在直线 AB 上. 图中有没有互余的角? 为什么?



(第5题)

6.9 直线的相交



在生活中,我们经常会看到两条直线相交的情景.

①

我们知道,如果两条直线只有一个公共点,就说这两条直线**相交** (intersection). 该公共点叫做这两条直线的**交点** (intersection point).

如图 6-45, 直线 AB 与 CD 相交, 其交点是 O , $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle AOD$ 和 $\angle COB$ 是 AB 与 CD 相交所成的角. 我们把其中相对的任何一对角: $\angle 1$ 与 $\angle 2$, 或 $\angle AOD$ 与 $\angle COB$ 叫做**对顶角** (opposite angle).

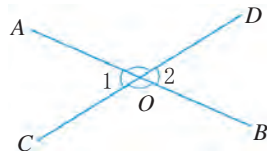


图 6-45

对顶角的顶点相同,角的两边互为反向延长线(图 6-45).

例1 如图 6-46, 三条直线相交于一点 O , 说出图中的 6 组对顶角.

解 6 组对顶角是:

$\angle FOA$ 与 $\angle EOB$; $\angle FOC$ 与 $\angle EOD$;

$\angle AOC$ 与 $\angle BOD$; $\angle AOE$ 与 $\angle BOF$;

$\angle COE$ 与 $\angle DOF$; $\angle COB$ 与 $\angle DOA$.

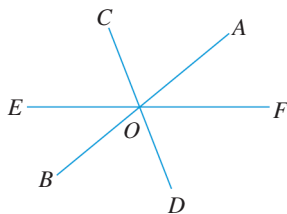
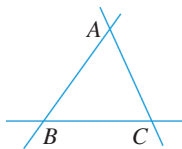


图 6-46

做一做 ZUOYIZUO

1. 图中共有几组对顶角?

2. 在图 6-45 中, 如果 $\angle 1 = 52^\circ$, 那么 $\angle 2$ 等于多少度? 请说明理由.



(第 1 题)

任意两个对顶角, 由于它们的补角相同, 所以它们是相等的. 如图 6-47, $\angle 1$, $\angle 2$ 都和 $\angle AOD$ 互补, 所以 $\angle 1 = \angle 2$.

一般地, 对顶角有下面的性质:

对顶角相等.

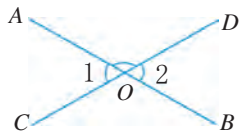


图 6-47

例2 如图 6-48, 已知直线 AD 与 BE 相交于点 O , $\angle DOE$ 与 $\angle COE$ 互余, $\angle COE = 62^\circ$. 求 $\angle AOB$ 的度数.

解 $\because \angle DOE$ 与 $\angle COE$ 互余 (已知),
 $\therefore \angle DOE + \angle COE = 90^\circ$ (互余的意义),
 $\therefore \angle DOE = 90^\circ - \angle COE = 90^\circ - 62^\circ = 28^\circ$.
 又 $\because \angle AOB$ 与 $\angle DOE$ 是对顶角 (已知),
 $\therefore \angle AOB = \angle DOE$ (为什么?),
 $\therefore \angle AOB = 28^\circ$.

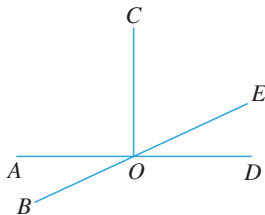


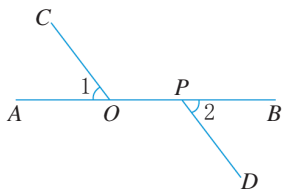
图 6-48



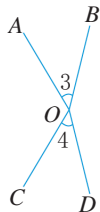
课内练习

KENEILIANXI

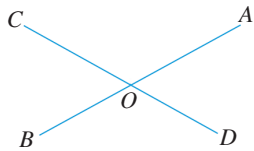
1. (1) 如图,点 O, P 是直线 AB 上的两点, $\angle 1 = \angle 2$. $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是对顶角吗? 请说明理由.



(第1(1)题)



(第1(2)题)



(第2题)

- (2) 如图,已知 $\angle 3 = \angle 4$. $\angle 3$ 与 $\angle 4$ 是对顶角吗? 请说明理由.

2. 如图,直线 AB 与 CD 相交于点 O . 已知 $\angle BOC = 60^\circ$, 说出下列各个角的度数.

- (1) $\angle BOD$. (2) $\angle AOD$.

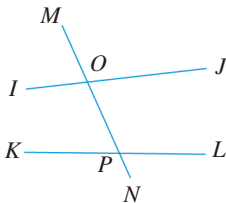


作业题

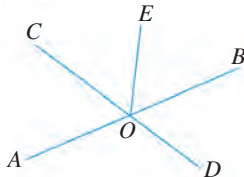
ZUOYETI



1. 说出图中的对顶角.

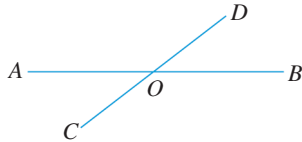


(第1题)

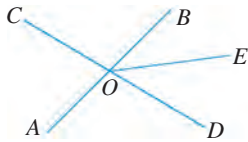


(第2题)

2. 如图,直线 AB, CD 相交于点 O , 射线 OE 平分 $\angle COB$. 已知 $\angle EOC = 60^\circ$, 求 $\angle AOD$ 和 $\angle BOD$ 的度数.
3. 如图,点 O 在直线 AB 上, 且 $\angle AOC = \angle BOD$, 则 $\angle BOD$ 与 $\angle BOC$ 互为补角. 请说明理由.



(第3题)

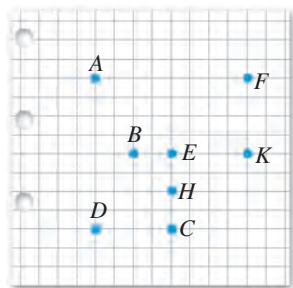


(第4题)



4. 如图,直线 AB, CD 相交于点 O , OE 平分 $\angle BOD$, 且 $\angle AOC = \angle COB - 30^\circ$, 则 $\angle AOE =$ _____ 度.

5. 如图,在方格纸中,点 D, E, F 在同一条直线上吗?请在点 A, B, C, D, E, F, H, K 中找出所有在同一条直线上的三个点.



(第5题)

2

把一张正方形纸片按图 6-49 折叠,就得到一个角 $\angle 1$. $\angle 1$ 是什么角?



图 6-49

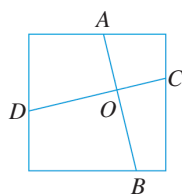


图 6-50

把这张纸展开(图 6-50), AB, CD 表示两条折痕, AB 与 CD 相交于点 O , 则 $\angle AOC, \angle AOD, \angle BOC, \angle BOD$ 与 $\angle 1$ 有什么关系? 它们是什么角?

由此你发现这两条相交直线是一种怎样的特殊情况?

当两条直线相交所构成的四个角中有一个是直角时,我们就说这两条直线**互相垂直**(perpendicular), 其中的一条直线叫做另一条直线的**垂线**, 它们的交点叫做**垂足**(perpendicular foot).

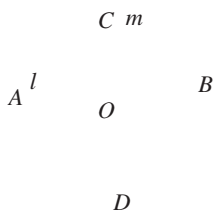


图 6-51



图 6-52

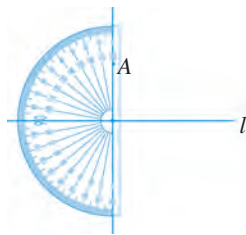


图 6-53

如图 6-51, 直线 AB 与 CD 垂直, 记做 $AB \perp CD$ (或 $CD \perp AB$). 如果用 l, m 表示这两条直线, 那么直线 l 与 m 垂直, 记做 $l \perp m$. 点 O 是垂足.

图 6-52 和图 6-53 分别表示用三角尺和量角器过直线 l 外一点 A 画直线 l 的垂线的方法.

做一做

ZUOYIZUO



如图,点 A 是直线 l 上的一点,点 B 是直线 l 外一点. 分别过点 A, B 画直线 l 的垂线. 这样的垂线能画几条?

(请与你的同伴交流)

一般地, 在同一平面内,过一点有一条而且仅有一条直线垂直于已知直线.

例3 如图 6-54, 直线 AB 与直线 CD 相交于点 O , $OE \perp AB$. 已知 $\angle BOD = 45^\circ$, 求 $\angle COE$ 的度数.

解 $\because OE \perp AB$,

$\therefore \angle AOE = 90^\circ$ (为什么?).

又 $\because \angle AOC = \angle BOD = 45^\circ$ (为什么?),

$\therefore \angle COE = \angle AOC + \angle AOE$
 $= 45^\circ + 90^\circ = 135^\circ$.

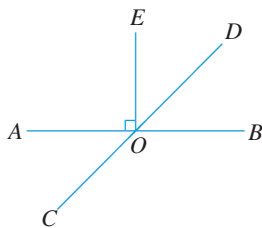


图 6-54

合作学习

如图 6-55, 点 P 是直线 l 外的一点, 画 $PO \perp l$ 于 O , 线段 PO 称为点 P 到直线 l 的垂线段. 点 P 与直线 l 上所有各点之间的距离中, 哪一个距离最小? 你能设计一个实验来验证你的判断吗?

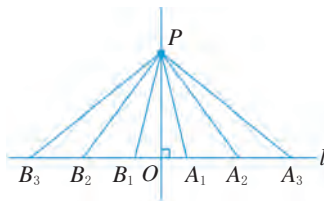


图 6-55

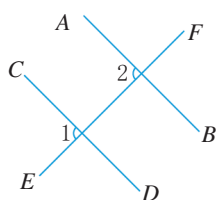
一般地, 连结直线外一点与直线上各点的所有线段中,垂线段最短.

从直线外一点到这条直线的垂线段的长度,叫做点到直线的距离. 如图 6-55 中,垂线段 PO 的长度就是点 P 到直线 l 的距离.



课内练习

KENEILIANXI



(第1题)

1. 如图, $CD \perp EF$, $\angle 1 = \angle 2$, 则 $AB \perp EF$. 请说明理由(补全解答过程).

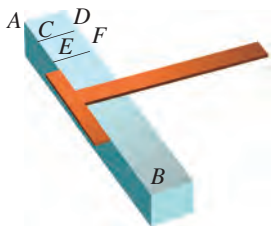
解: $\because CD \perp EF$,

$\therefore \angle 1 = \underline{\hspace{2cm}}$ ().

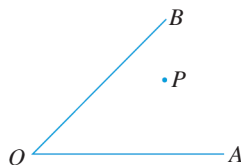
$\because \angle 2 = \angle 1 = \underline{\hspace{2cm}}$,

$\therefore AB \underline{\hspace{2cm}} EF$ ().

2. 工人师傅常用角尺来画工件边缘的垂线(如图). 你能说明其中的理由吗?



(第2题)



(第3题)

3. 如图, P 是 $\angle AOB$ 内的一点. 画出点 P 到 $\angle AOB$ 两边的垂线段, 并量出点 P 到 $\angle AOB$ 两边的距离(精确到 1 mm).



作业题

ZUOYETI



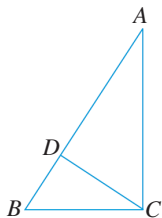
1. 如图, 已知直线 a, b , 点 P 在直线 a 上. 过点 P 分别画直线 a, b 的垂线.



(第1题)



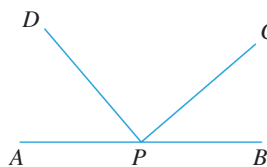
(第2题)



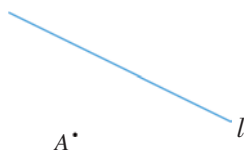
(第3题)

2. 已知长方形的一组邻边(如图), 请在原图上将它补画成一个完整的长方形.
3. 如图, $\angle ACD$ 与 $\angle BCD$ 互余, $\angle CDA$ 与 $\angle CDB$ 相等且互补. 找出图中互相垂直的直线, 并用符号“ $\perp$ ”表示.
4. 第3题图中, 点 A 到 BC 的距离是线段_____的长; 点 B 到 AC 的距离是线段_____的长; 点 C 到 AB 的距离是线段_____的长.

- B** 5. 如图, P 是直线 AB 上一点, $DP \perp PC$, $\angle APC = 140^\circ$. 求 $\angle BPD$ 的度数.



(第 5 题)



(第 6 题)

6. 如图, 直线 l 表示一段河道, 点 A 表示集镇, 图上距离与实际距离之比为 $1:2\,000\,000$. 现要从河 l 向集镇 A 引水, 问沿怎样的路线开挖水渠, 才能使水渠的长最短? 请画出水渠的开挖路线, 算出水渠的最小长度, 并用量角器量出水渠的开挖方向.



阅读材料 YUEDUCAILIAO

初识“几何画板”

“几何画板”是一种使用广泛、操作简便的几何软件. 用这个软件可以画出几何图形, 测量线段的长度、角的大小等, 还能动态展现几何对象的位置关系、运行变化规律, 帮助我们进行数学实验, 探索图形规律, 验证数学结论. 下面请同学们用“几何画板”软件做三个小实验.

一、探索首尾相接的三条线段之间的大小关系.

如图 6-56, 画出线段 AB, AC, BC , 并用“度量(M)”菜单中的“长度(L)”功能, 分别测量出 AB, AC, BC 的长度, 用“数据(N)”菜单中的“计算(U)”功

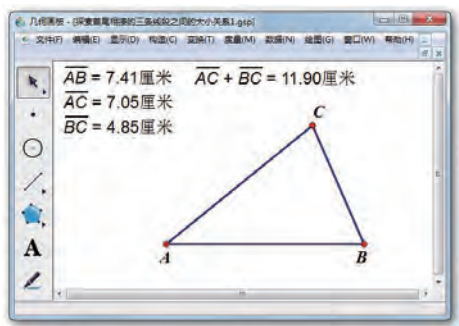


图 6-56

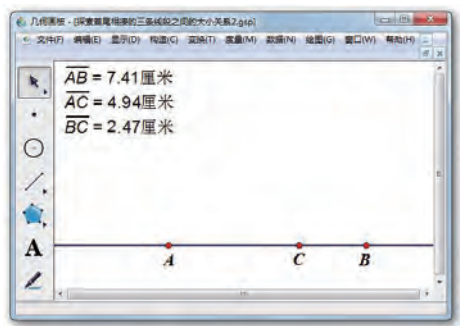


图 6-57

能,求线段 AC 与 BC 的长度和 $AC+BC$.

(1) 拖动点 C , 观察线段 AB 的长与 $AC+BC$ 的大小关系, 你发现了什么? 请用学过的知识解释你发现的结论.

(2) 用“构造(C)”菜单中的“直线(L)”功能构造直线 AB (如图 6-57), 将点 C 移到直线 AB 上, 并在直线 AB 上移动. 观察线段 AB, AC, BC 的长度, 它们存在怎样的数量关系?

二、验证“连结直线外一点与直线上各点的所有线段中, 垂线段最短”.

如图 6-58, 画直线 AB 和线段 CD , 使点 C 在直线 AB 外, 点 D 在直线 AB 上, 分别用“度量(M)”菜单中的“长度(L)”和“角度(A)”功能, 测量出线段 CD 的长度和 $\angle CDB$ 的大小.

拖动点 D , 使点 D 在直线 AB 上左右移动. 观察线段 CD 的长度及 $\angle CDB$ 的大小, 你发现了什么? 能验证“连结直线外一点与直线上各点的所有线段中, 垂线段最短”吗?

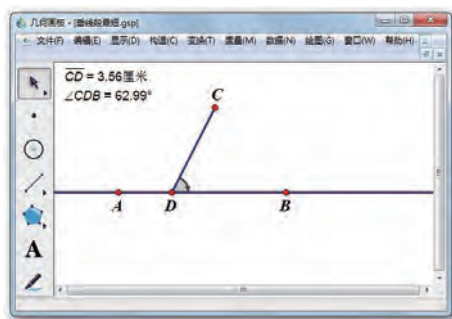


图 6-58

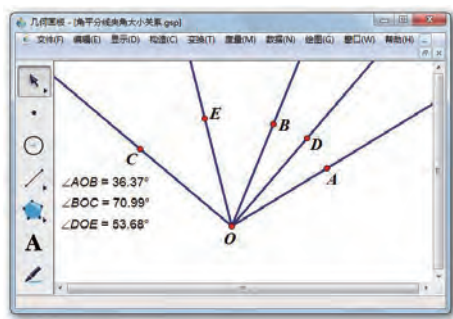


图 6-59

三、探索有一公共边的两个角与这两个角平分线夹角间的大小关系.

如图 6-59, 画射线 OA, OB, OC , 并用“构造(C)”菜单中的“角平分线(B)”功能分别构造 $\angle AOB$ 的角平分线 OD 和 $\angle BOC$ 的角平分线 OE , 然后测量出 $\angle AOB, \angle BOC$ 和 $\angle DOE$ 的大小.

(1) 拖动点 B , 使点 B 在 $\angle AOC$ 内部移动. 观察 $\angle AOB, \angle BOC$ 与 $\angle DOE$ 的大小, 它们存在怎样的数量关系?

(2) 测量出 $\angle AOC$ 的大小, 然后拖动点 C , 使 $\angle AOC$ 成为平角. 观察此时 $\angle DOE$ 的大小, 你发现了什么?

小结

XIAOJIE

填空.

1. 点、线、面、体称为_____.
2. 经过两点_____一条直线.
3. 把一条线段分成两条相等的线段的点,叫做这条线段的_____.
4. 在所有连结两点的线中,_____最短. 连结两点的_____叫做两点间的距离.
5. 角可以看成是由一条_____绕着它的_____旋转而成的图形.
6. $1^\circ = \underline{\hspace{1cm}}'$, $1' = \underline{\hspace{1cm}}''$.
周角 = $\underline{\hspace{1cm}}^\circ$, 平角 = $\underline{\hspace{1cm}}^\circ$, 直角 = $\underline{\hspace{1cm}}^\circ$. 小于直角的角是_____ ; _____ 直角而小于平角的角是钝角.
7. 从一个角的顶点引出的一条射线,把这个角分成两个相等的角,这条射线叫做这个_____.
8. 如果两个锐角的和是_____,我们就说这两个角互为余角,简称互余. 如果两个角的和是一个平角,我们就说这两个角_____,简称_____.
同角或等角的余角_____. _____ 或_____的补角相等.
9. 两条直线相交形成的四个角中,相对的一对角叫做_____.
对顶角_____.
10. 当两条直线相交所构成的四个角中有一个是_____时,我们就说这两

条直线互相垂直,其中的一条直线叫做另一条直线的_____,它们的交点叫做_____.

在同一平面内,过一点有一条而且仅有_____直线垂直于已知直线.

直线外一点与直线上连结各点的所有线段中,_____最短.

从直线外一点到这条直线的_____,叫做点到直线的距离.

填表.

技能内容	学会程度		
	学 会	基本学会	不 会
线段、射线、直线的表示			
比较两条线段的长短			
用直尺和圆规作一条线段等于已知线段,作两条已知线段的和或差			
角的表示			
比较两个角的大小			
用量角器作一个角等于已知角,作两个已知角的和或差,作一个已知角的平分线			
用三角尺或量角器作已知直线的垂线			
图形中有关线段和角的简单计算			

目标与评定

MUBIAOYUPINGDING

目标A

6.1 节

- 进一步认识点、线、面、体,体验几何图形是怎样从实际情境中抽象出来的.

1. 从这幅图片中,你观察到哪些几何图形?



(第1题)

2. 圆柱表面有哪些面? 说出两个你所熟悉的形状是圆柱的物体.

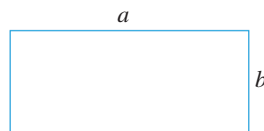
目标B

6.2 节
6.3 节 6.4 节

- 进一步认识线段、射线和直线的概念.
- 会比较线段的长短及进行有关的简单计算.
- 理解线段的和、差以及线段中点的意义.
- 会用直尺和圆规作一条线段等于已知线段,会作两条线段的和与差.
- 掌握“两点确定一条直线”、“两点之间线段最短”的基本事实,并能解决一些简单的实际问题.

3. 记长方形的长为 a , 宽为 b (如图).

- (1) 用直尺和圆规作长与宽的差.
- (2) 比较 a 与 $2b$ 的大小,并说明你是怎样比较的.



(第3题)

4. 上海东方明珠电视塔建成于 1995 年,是当时亚洲第一,世界第三高塔. 塔下端三根斜柱共同支撑的大球状建筑的直径是 50 米. 你能根据所提供的这幅图片估计出上海东方明珠电视塔的大致高度吗? 你是怎样估计的?



(第4题)

5. 如图, C 为线段 AB 的中点, 点 D 分线段 AB 的长度为 $3:2$. 已知 $CD=7\text{cm}$, 求 AB 的长.



(第5题)

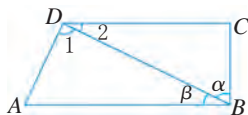
6. 已知数轴上点 A, B, C 所表示的数分别是 $+4, -6, x (x < 0)$.

- (1) 求线段 AB 的长.
- (2) 求线段 AB 的中点 D 所表示的数.
- (3) 若 $AC=8$, 求 x 的值.
- (4) 求线段 OD (O 为原点) 的长.

目标C

6.5 节 6.6 节
6.7 节 6.8 节

- 理解角的概念.
- 能比较角的大小, 认识度、分、秒, 会进行简单换算.
- 了解角的和、差的概念, 会计算角的和、差. 会用量角器作两个角的和、差.
- 理解角平分线的概念.
- 理解余角和补角的概念, 探索并掌握同角(等角)的余角相等、同角(等角)的补角相等.



(第 7 题)

7. 图中有哪些角? 请用恰当的方式把它们表示出来, 并按直角、锐角、钝角将它们分类.

8. 如图, 先估计登楼梯者右脚的大腿与小腿之间成多少度角, 楼梯的倾斜角是多少度, 然后用量角器测量出这两个角的度数, 检验你的估计的精确度.



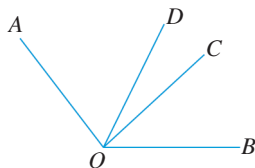
(第 8 题)

9. 计算:

- (1) $90^\circ - 40^\circ 56'$.
- (2) $38^\circ 45' + 72.5^\circ$ (结果用度表示).

10. 已知一个角的补角是它的余角的 3 倍, 求这个角的度数.

11. 如图, OD 是 $\angle AOB$ 的平分线, $\angle AOC = 2\angle BOC$, $\angle COD = 21^\circ 20'$, 求 $\angle AOB$ 的度数.



(第 11 题)

目标D

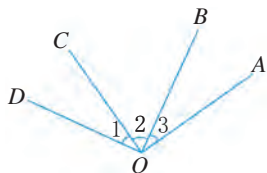
6.9 节

- 理解两条直线相交的概念, 理解对顶角的概念. 探索并掌握“对顶角相等”的性质.
- 理解垂线、垂线段的概念.
- 能用三角尺或量角器过一点画一条直线的垂线.
- 掌握基本事实: 在同一平面内, 过一点有一条且只有一条直线垂直于已知直线.
- 理解点到直线的距离的意义, 能度量点到直线的距离.

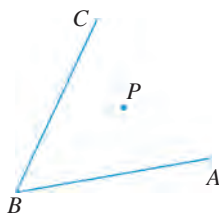
12. 如图, $\angle 2$ 分别和 $\angle 1, \angle 3$ 互为余角.

- (1) 找出图中各对相等的角, 并说明理由.

(2) 写出图中各个直角.



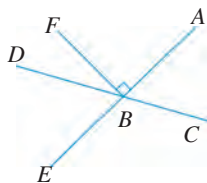
(第 12 题)



(第 13 题)

13. 如图, P 是 $\angle ABC$ 内一点. 过点 P 画两条直线, 使它们分别垂直于 AB 和 BC .

14. 如图, 直线 AE 与 CD 相交于点 B , $\angle DBE = 60^\circ$, $BF \perp AE$. 求 $\angle CBF$ 和 $\angle FBD$ 的度数.



(第 14 题)

目标 E

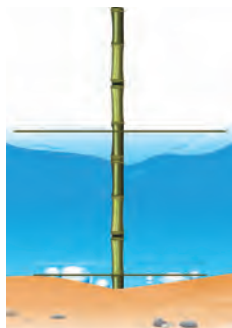
●初步具有综合运用知识解决实际问题的能力.

15. 仔细观察如图的图案, 图中有多少对互相垂直的线?



(第 15 题)

16. 一根竹竿插入水池底部的淤泥中(如图), 竹竿的入泥部分占全长的 $\frac{1}{5}$, 淤泥以上的入水部分比入泥部分长 $\frac{1}{2}$ 米, 露出水面部分为 $\frac{13}{10}$ 米. 请画一条线段表示竹竿, 并在线段上标出上述各部分. 竹竿有多长? 水有多深?



(第 16 题)

义务教育教科书
数 学 七年级上册

YIWU JIAOYU JIAOKESHU
SHUXUE QI NIANJI SHANGCE

责任编辑	华 琼	责任校对	雷 坚
装帧设计	在线广告传媒有限公司	责任印务	陆 江

出 版 浙江教育出版社
(杭州市天目山路40号 电话:0571-85170300-80928)

发 行 浙江省新华书店集团有限公司

图文制作 杭州兴邦电子印务有限公司

印 刷 杭州富春印务有限公司

开 本 787mm×1092mm 1/16

印 张 11.25

字 数 225 000

版 次 2012年7月第1版

印 次 2021年6月第10次印刷

本次印数 00 001—550 000

标准书号 ISBN 978-7-5338-9843-4

定 价 11.17元

如发现印、装质量问题,影响阅读,请与承印厂联系调换。
电话:0571-64362059



绿色印刷产品

定价批准文号:浙发改价格[2019]319号、[2020]331号 举报电话:12345、12315

