教育部审定
2012

义务教育教科书

数学

七年级 上册

上海科学技术出版社

义务教育教科书

数 学

七年级 上册

新时代数学编写组 编著

上海科学技术出版社

主　　编　吴之季　苏　淳

副 主 编　杜先能　徐子华

本册主编　胡　涛

策划编辑　苏德敏
责任编辑　王韩欢　李　刚
美术编辑　陈　蕾

义务教育教科书
数　学
七年级　上册
新时代数学编写组　编著
上海世纪出版(集团)有限公司
上　海　科　学　技　术　出　版　社　出版
(上海市钦州南路 71 号　邮政编码 200235)
新华书店发行
合肥义兴印务有限责任公司印刷
开本 787×1092　1/16　印张 13　字数 218 000
2012 年 6 月第 1 版　2021 年 6 月第 15 次印刷
ISBN 978-7-5478-1273-0/G·238
定价:13.03 元

如发现印装质量问题或对内容有意见建议,请与本社联系
电话:021-64848025,邮箱:jc@sstp.cn
审批编号:皖费核(2021 年秋季)第 0103 号　举报电话:12315

目　录

致同学

亲爱的同学:

数学是人类文化的重要组成部分,数学素养是现代社会每一个公民应该具备的基本素养.在新的学习阶段,数学将继续陪伴你发展、成长.

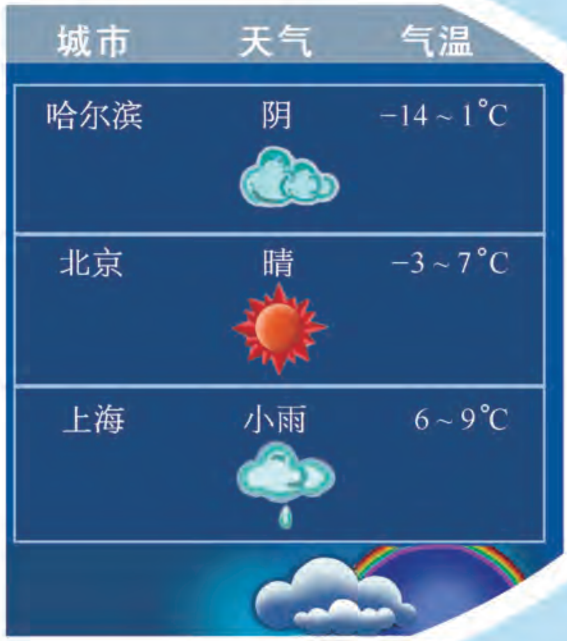
本套教科书是根据《义务教育数学课程标准(2011 年版)》编写的.教科书共分六册,七年级至九年级每学期一册.全书把“数与代数”“图形与几何”“统计与概率”三部分内容,按知识内在联系整合呈现.“综合与实践”部分是以问题为载体、以学生自主参与为主的学习活动,每学期至少安排一次,使之与前三部分内容密切配合,以利于同学综合运用已学的知识与方法解决问题.通过学习,你将能获得适应社会生活和进一步发展所必需的数学的基础知识、基本技能、基本思想和基本活动经验.

教科书在陈述整体内容时,设置了“观察”“操作”“思考”“交流”与“探究”等栏目,为你主动参与学习活动提供条件,在老师的组织、引导与帮助下,在“做数学”中学习数学、理解数学、应用数学.

教科书重视在保证基本要求的前提下,体现一定的弹性.书中“阅读与思考”“阅读与欣赏”“数学史话”“信息技术应用”“数学活动”,每章复习题中的 B 组、C 组习题,以及少数标有“ * ”的内容,是提供给你根据需要和条件选学的,这将有利于不同的同学在数学上得到不同的发展.

“聪明在于学习,天才在于积累”.努力吧,亲爱的同学!

第1章 有 理 数



队　名	进　球	失　球	净胜球
意大利	40	15	25
中国	50	21	29
古巴	19	40	−21
南非	16	49	−33

你知道上面图表中正数和负数表示的意义吗？怎样比较这天北京市与哈尔滨市的最低气温的高低？又怎样计算中国队的净胜球比古巴队的净胜球多几个呢？

本章我们就来学习有理数的有关知识.

1.1 正数和负数

观察

1. 天气预报图(图 1－1).
2. 地形局部图(图 1－2).

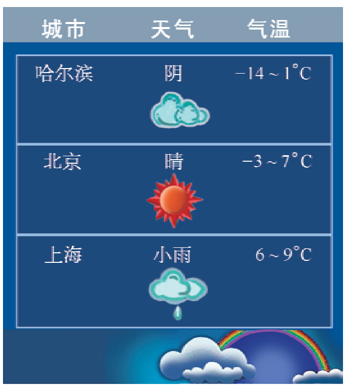


图 1−1

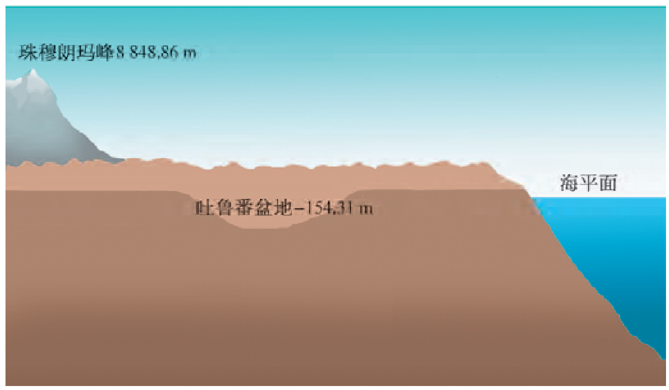


图 1−2

3. 在 2011 年上海国际泳联世界锦标赛上,中国女子水球队取得历史最好成绩,获得银牌,下表为中国队所在小组的小组赛净胜球统计表.

队　名	进　球	失　球	净胜球
意大利	40	15	25
中国	50	21	29
古巴	19	40	－21
南非	16	49	－33

4. 某镇办 4 家企业今年第一季度的产值与去年同期相比的增长情况表.

企业名称	面粉厂	砖瓦厂	油厂	针织厂
增长率(%)	9.2	7.3	−1.5	−2.8

上述观察中涉及的图、表中出现了具有相反意义的量，如天气预报中的温度有零上和零下的，地形图中的海拔高度有高于海平面和低于海平面的等等．这些问题，在小学就曾遇到过．为了表示某一问题中具有相反意义的两种量，我们把其中一种意义的量，如零上温度、高于海平面高度等规定为正的，用原来熟悉的数如 1，6，7，9，8 848.86 来表示它们，这样的数叫做**正数**（positive number）；而把与它相反意义的量，如零下温度、低于海平面高度等规定为负的，用在正数前面添上负号“−”的数，如 −3，−14，−154.31 来表示它们，这样的数叫做**负数**（negative number）．正数的前面也可添上正号“+”，如 +1，+6，+7，通常情况下，正数前的正号可省略不写．

数 0 既不是正数，也不是负数．

日常生活中，还有许多具有相反意义的量．如水库的水位有上升与下降，企业财务状况有盈利与亏损，计算足球赛净胜球数时，有进球数多于与少于失球数两种情况等等，也常要用正、负数来表示．

在计数时，数 0 可以表示没有，如 0 个．

0 还常用来表示某种量的基准，例如 0℃ 不能理解成没有温度，它是实际温度为冰点时的计量结果，用来作为计量温度的基准．

0 比任何正数小，比任何负数大，它是正数与负数的分界．

交流

上述观察中第 3、第 4 题表中的数，各表示什么意思？

例 1 （1）与去年相比，某乡今年的水稻种植面积扩大了 10 hm^2（公顷），小麦的种植面积减少了 5 hm^2，油菜的种植面积不变，写出这三种农作物今年种植面积的增加量；

使用负数后，在表示具有相反意义的两个词语之中，只用一个词语就可以把事情说清. 如减少 5 hm^2就可说成增加 -5 hm^2.

(2) 某市“12315”中心 2011 年国庆期间受理消费申诉件数：日用百货类比上年同期增长了 10%，家用电子电器类比上年下降了 20%. 写出这两类消费商品申诉件数的增长率.

解 (1) 与去年相比，该乡今年的水稻种植面积增加了 10 hm^2，小麦种植面积增加了 -5 hm^2，油菜的种植面积增加了 0 hm^2.

(2) 与上年同期相比，消费商品申诉件数：日用百货类增长了 10%，家用电子电器类增长了 -20%.

交流

你能再举出一些用正负数表示数量的实例吗？

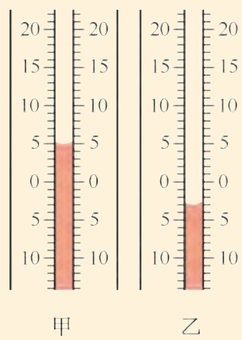
练习

1. 填空：

(1) 如果向东走 3 km，记作 $+3$ km，那么向西走 2 km，记作______；

(2) 如图是温度计的一部分，其中温度计甲的示数为____摄氏度，记作____℃；温度计乙的示数为____摄氏度，记作____℃；

(3) 如果将盈利 1 万元，记作 $+1$ 万元，那么 -2 万元就表示______2 万元.



[第 1(2) 题]

2. 指出下列问题中的“基准”，再用正、负数表示问题中的量：

(1) 某一天正午前 2 h 与正午后 3 h；

(2) 某水文站测得的水位每天下降 2 cm，一天前、一天后的水位分别该如何表示？

引入负数后，数的范围扩大了，整数包括正整数、0 和负整数，分数包括正分数和负分数.

整数(integer)和**分数**(fraction)统称**有理数**(rational number),即

$$
\text{有理数}\begin{cases}\text{整数}\begin{cases}\text{正整数}\\ 0\\ \text{负整数}\end{cases}\\ \text{分数}\begin{cases}\text{正分数}\\ \text{负分数}\end{cases}\end{cases}
$$

例 2 把下列各数分别填入相应的框里:

$-16,\ 0.04,\ \frac{1}{2},\ -\frac{2}{3},\ +32,\ 0,\ -3.6,\ -4.5,\ +0.9.$

解

正数	负数
$0.04,\ \frac{1}{2},\ +32,\ +0.9.$	$-16,\ -\frac{2}{3},\ -3.6,\ -4.5.$

交流

例 2 中,数 0 能放入正数框或负数框里吗?

你认为有理数还可以怎样分类?

习题 1.1

1. 填空:

(1) 粮库中把运进大米 30 t 记作 +30 t,那么运出大米 40 t 可表示为____t;

(2) 把保险锁按逆时针方向转 1 圈记作 +1 圈,那么 −2 圈表示按______转______圈;

(3) 质量检测中,把一只乒乓球超出标准质量 0.01 g 记作 +0.01 g,那么 −0.02 g 表示乒乓球的质量________标准质量____g.

2. 下表是某日公布的部分债券行情表，试说明各债券当天的涨跌情况.

名　称	08 国债 01	08 国债 02	08 国债 03	09 安徽债 01	09 上海债 01
上涨/元	0.00	-0.05	-1.24	0.15	-2.01

3. 光盘的质量标准中规定：厚度为 (1.2 ± 0.1) mm 的光盘是合格品. 说说 1.2 mm 和 ± 0.1 mm 所表示的意思.

（第 3 题）

（第 4 题）

4. 湖边一段堤岸高出湖面 4 m，附近有一建筑物，其顶端高出湖面 20 m，湖底有一沉船在湖面下 8 m 处. 现以湖边堤岸为“基准”，那么建筑物顶端的高度及沉船的深度各应如何表示？

5. 全国 2007 年、2008 年两年废水及废水中化学需氧量（COD）排放量统计如下表，以 2007 年作为基准，请填出 2008 年相对 2007 年的增加量.

项目 / 年度	废水排放量/亿吨			COD 排放量/万吨		
	合　计	工　业	生　活	合　计	工　业	生　活
2007	556.8	246.6	310.2	1 381.9	511.1	870.8
2008	571.7	241.7	330.0	1 320.7	457.6	863.1
增加量						

6. 下列各数中，哪些是正整数、负整数、正分数、负分数？其中是否存在这样的数，它既不是正数，也不是负数？

$8,\ -8.34,\ -\frac{4}{5},\ 302,\ -207,\ \frac{1}{32},\ 42.5,\ \frac{13}{25},\ -6.5,\ 0,\ 28,\ -79.$

7. 把下列各数分别填入相应的括号内：

$-0.1,\ \frac{1}{2},\ -9,\ 2,\ +1,\ -\frac{5}{2},\ -2,\ 3.5.$

整数：$\{\qquad\qquad\qquad\}$　　　　分数：$\{\qquad\qquad\qquad\}$

正数：$\{\qquad\qquad\qquad\}$　　　　负数：$\{\qquad\qquad\qquad\}$

1.2 数轴、相反数和绝对值

让机器人在一条东西向的直路上做走步取物试验. 根据指令：它由点 O 处出发，向西走 3 m 到达点 A 处，拿取物品，然后，返回点 O 处将物品放入篮中，再向东走 2 m 到达点 B 处取物.

1. 在如图 1－3 所示的直线上画出点 A，B 两处的位置.

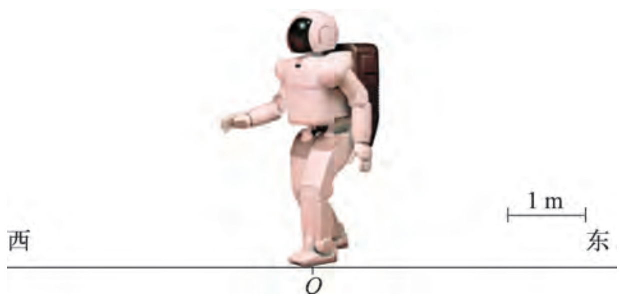


图 1－3

2. 把向东走记作“＋”，向西走记作“－”，在上面的直线上标出与点 A，B 相对应的数.

下面，我们用直线上的点来表示数.

画一条直线，在这条直线上任取一点作为**原点**（origin），用这点表示数 0；规定这条直线的一个方向为**正方向**（positive direction，当直线水平放置时，一般取从左到右的方向为正方向，并用箭头表示），相反的方向就是负方向；适当地选取某一长度作为**单位长度**（unit length）. 这种规定了原点、正方向和单位长度的直线叫做**数轴**（number axis），如图

1－4.

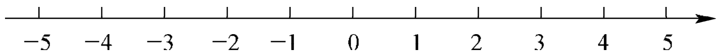


图　1-4

例 1　说出图 1－5 所示的数轴上 A,B,C,D 各点表示的数.

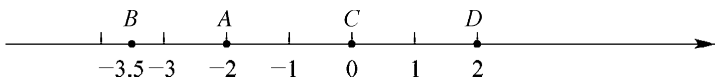


图　1-5

解　点 C 在原点表示 0,点 A 在原点左边与原点距离 2 个单位长度,故表示 －2. 同理,点 B 表示 －3.5. 点 D 在原点右边与原点距离 2 个单位长度,故表示 2.

例 2　在数轴上,画出表示下列各数的点:

$$+4,\ -\frac{1}{2},\ \frac{1}{2},\ -1.25,\ -4.$$

解　+4 用数轴上位于原点右边与原点距离 4 个单位长度的点表示, －4 用数轴上位于原点左边与原点距离 4 个单位长度的点表示. 同理,可画出表示$\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{2}$, -1.25 的点,如图 1－6.

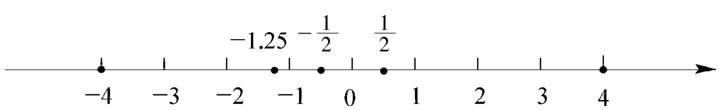
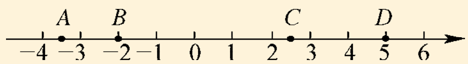


图　1-6

一般地,**任意一个有理数,都可以用数轴上的一个点来表示.**

练习

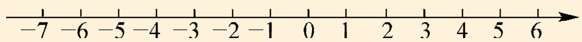
1. 点 A, B, C, D 在数轴上的位置如图：



（第 1 题）

点 A 表示____，点 B 表示____，点 C 表示____，点 D 表示____.

2. 在数轴上画出表示 -3，$+2$，-1.5，-6.5 的点.



（第 2 题）

观察

2 与 -2，4 与 -4，$\frac{1}{2}$与 $-\frac{1}{2}$各有什么相同点和不同点？它们在数轴上的位置有什么关系？

由上可知，2 与 -2，4 与 -4，$\frac{1}{2}$与 $-\frac{1}{2}$都只有符号不同.我们称只有符号不同的两个数互为**相反数**（opposite number），这就是说，其中一个数是另一个数的相反数，如 2 与 -2 互为相反数，即 2 的相反数是 -2，-2 的相反数是 2.

特别规定：**0 的相反数是 0.**

数 a 的相反数是 $-a$. 这里 a 表示任意一个数，它可以是正数、负数或者 0.

两个互为相反数的数在数轴上所表示的点在原点的两旁，与原点的距离相等.

例 3 写出下列各数的相反数：

$$3,\ -7,\ -2.1,\ \frac{2}{3},\ -\frac{5}{11},\ 0,\ 20.$$

解 3 的相反数是 -3，-7 的相反数是 7，-2.1 的相反数是 2.1，$\frac{2}{3}$的相反数是 $-\frac{2}{3}$，$-\frac{5}{11}$的相反数是$\frac{5}{11}$，0 的相反数是 0，20 的相反数是 -20.

容易看出，在任意一个数前面添上“$-$”号，所得的数就是原数的相反数，如 $-(+3)=-3$，$-(-3)=3$，$-0=0$.

练习

1. 分别写出下列各数的相反数：

$$-5,\ 1,\ -3,\ -2.6,\ 1.2,\ -0.9,\ \frac{1}{2}.$$

2. 填空：

(1) -2.8 是____的相反数，____的相反数是 3.2；

(2) $-(+4)$是____的相反数，$-(-7)$是____的相反数；

(3) $-(+8)=$____，$-(-9)=$____.

3. 下列叙述中不正确的是(　　).

(A) 一个正数的相反数是负数，一个负数的相反数是正数

(B) 在数轴上与原点距离相等但不重合的两个点，所表示的数一定互为相反数

(C) 符号不同的两个数互为相反数

(D) 两个数互为相反数，这两个数有可能相等

观察

在数轴上，表示 4 与 -4 的点到原点的距离各

是多少？表示 $-\frac{1}{2}$ 与 $\frac{1}{2}$ 的点到原点的距离各是多少？

在数轴上，表示数 a 的点到原点的距离，叫做数 a 的**绝对值**(absolute value)，记作 $|a|$. 例如 $+4$ 和 -4 它们位于原点两侧，但到原点距离都等于 4，即它们的绝对值都是 4，记作 $|+4|=4$，$|-4|=4$，如图 1-7.

绝对值相等、符号相反的两个数互为相反数.

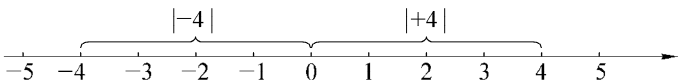


图 1-7

表示数 0 的点即原点，故 $|0|=0$.

由绝对值的定义可知：**一个正数的绝对值是它本身；一个负数的绝对值是它的相反数；0 的绝对值是 0.**

例 4 求下列各数的绝对值：

$$-\frac{2}{3},\ +1,\ -0.1,\ 4.5.$$

解 $\left|-\frac{2}{3}\right|=\frac{2}{3}$，$|+1|=1$，$|-0.1|=0.1$，$|4.5|=4.5$.

练习

1. 在数轴上表示出下列各点，并分别指出它们的绝对值：

$$-4,\ +\frac{3}{2},\ -2,\ 0,\ 3.2,\ -0.5,\ 7.$$

2. 填空：

$|-3| = \underline{\qquad}$，$|1.5| = \underline{\qquad}$，$|0| = \underline{\qquad}$，$|-5| = \underline{\qquad}$，

$|-0.02| = \underline{\qquad}$，$\left|+\dfrac{3}{4}\right| = \underline{\qquad}$，$\left|-\dfrac{1}{6}\right| = \underline{\qquad}$，

$|-100| = \underline{\qquad}$.

3. 计算：

(1) $|-8| + |9|$；　　(2) $|-12| \div |12|$；

(3) $|0.6| - \left|-\dfrac{3}{5}\right|$；　　(4) $|-3| \times |-2|$.

4. 下列等式中不成立的是（　　）.

(A) $|-5| = 5$　　(B) $-|5| = -|-5|$

(C) $|-5| = |5|$　　(D) $-|-5| = 5$

5. 求 8，-8，$\dfrac{1}{4}$，$-\dfrac{1}{4}$的绝对值.

习题 1.2

1. 求下列各数的相反数：

$$-\frac{1}{2},\ -0.61,\ 16,\ |-8|,\ 2.5.$$

2. 写出一个正数、两个负数，指出它们的相反数，并把它们在数轴上表示出来.
3. 在数轴上分别表示出绝对值是 3，1.5，0 的数.
4. 在数轴上点 A 表示的数是 -3，与点 A 距离 2 个单位长度的点表示的数是什么？
5. 下列每题的各对数中，哪些是相等的，哪些互为相反数？

(1) $+(-4)$与$-(+4)$；

(2) $-(-4)$与-4；

(3) $+(+4)$与$-(-4)$；

(4) $-(+4)$与$-(-4)$.

6. 求下列各数的绝对值：

$$-25,\ 0.08,\ -7,\ 1.5,\ 0,\ -\frac{9}{11}.$$

7. （1）绝对值是 5 的数有几个，各是多少？

（2）绝对值是 0 的数有几个？

（3）是否存在绝对值是 -4 的数，为什么？

8. 一座桥梁的设计长度为 810 m，建成后，测量了 5 次，测得的数据是（单位：m）：

$$814,\ 812,\ 809,\ 807,\ 808.$$

如果以设计长度为基准，试用正负数表示各次测得的数值与设计长度的差（填表）. 哪次测得的结果最接近设计长度？你说的最接近是根据什么说的？

测量序号	第 1 次	第 2 次	第 3 次	第 4 次	第 5 次
差					

9. 填空：

（1）当 a 是正数时，$|a|=$____；

（2）当 a 是负数时，$|a|=$____；

（3）当 a 是 0 时，$|a|=$____.

1.3 有理数的大小

下表是5个旅游区某天的天气预报：

5 个旅游区 24 小时天气预报

城市	3月23日白天			3月23日夜间		
	天气状况	风向风力/级	最高温度/℃	天气状况	风向风力/级	最低温度/℃
泰山	多云	南 ＜3	3	晴	西南 ＜3	−4
黄山	小雨	东 ＜4	5	小雨	东 ＜3	0
桂林	小雨	南 ＜3	11	小雨	东 ＜3	9
张家界	小雨	东 ＜3	9	小雨	西南 ＜3	5
延吉	雨夹雪	东南 ＜3	9	小雪	西北 ＜3	−5

把表示这一天各旅游区最低温度的数在图1－8所示的数轴上表示出来：

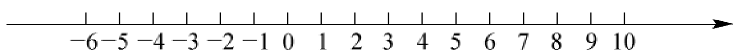


图　1－8

把这几个旅游区的最低温度由低到高进行排列：

____.

这些数的大小顺序与数轴上表示它们的点的位置有什么关系？

数轴上不同的两个点表示的数，右边点表示的数总比左边点表示的数大.

于是：**正数大于0，0大于负数，正数大于负数.**

思考

1. 在数轴上分别表示出下列各对数，并比较它们的大小：

(1) -1 与 -1.5；　　(2) $-\frac{1}{2}$ 与 $-\frac{1}{4}$；

(3) -2 与 -2.5；　　(4) -5 与 -0.5.

2. 求出上题中各对数的绝对值，并比较它们的大小.

3. 从上面的思考中，你发现了什么规律？

两个负数比较大小，绝对值大的反而小.

例　比较下列每组数的大小：

(1) -2 与 -3；　　(2) $-\frac{3}{5}$ 与 -0.8.

解　(1) 因为 $|-2|=2$，$|-3|=3$，$2<3$，

所以 $-2>-3$.

(2) 因为 $\left|-\frac{3}{5}\right|=\frac{3}{5}=0.6$，$|-0.8|=0.8$，

$0.6<0.8$，即 $\frac{3}{5}<0.8$，

所以 $-\frac{3}{5}>-0.8$.

练习

1. 填空（填“$>$”或“$<$”）：

(1) 2 ____ 12；　(2) 2 ____ -3；　(3) 0 ____ 0.25；　(4) -15 ____ 0.

2. 把下列各数表示在数轴上，并用“$>$”把它们连接起来：

$$-8,\ 3,\ -10,\ -4,\ 2,\ 12.$$

3. 比较下列各组数的大小：

(1) -0.2 与 -0.25；　　(2) -0.1 与 -0.01；

(3) -9 与 -9.1；　　(4) $-\frac{3}{8}$ 与 $-\frac{5}{8}$；

(5) $-\frac{3}{4}$ 与 $-\frac{4}{5}$；　　(6) $-\frac{5}{6}$ 与 $-\frac{6}{7}$.

习题 1.3

1. 把下列各数在数轴上表示出来，并用“<”连接起来：

$$-3,\ \frac{1}{3},\ -1,\ 5,\ -2\frac{1}{2},\ 0,\ 2,\ +7.$$

2. 下面是某年一月份我国几个城市的平均气温：

北京 -4.5℃，上海 3.2℃，广州 15℃，
长春 -18℃，合肥 2.8℃，昆明 12℃.

把它们按从低到高的次序排列，并指出这年一月份哪个城市的平均气温最高，哪个城市的平均气温最低.

3. 结合数轴，回答下列问题：

(1) 有没有最大的正整数？有没有最小的正整数？如果有，是什么？

(2) 有没有最小的负整数？有没有最大的负整数？如果有，是什么？

4. (1) 在数轴上表示：$0,\ -1.4,\ -3,\ \frac{3}{4}$；

(2) 将(1)中各数用“>”连接起来；

(3) 将(1)中各数的相反数用“<”连接起来；

(4) 将(1)中各数的绝对值用“<”连接起来.

5. 比较下列各组数的大小：

(1) $-\frac{7}{9}$与$-\frac{9}{10}$；　(2) $-\frac{1}{100}$与-0.012；

(3) -2 与 $-\frac{7}{8}$；　(4) $-\frac{5}{4}$与$-\frac{3}{2}$；

(5) -0.01 与 -100；　(6) -4.3 与 -5；

(7) $-\frac{3}{11}$与$-\left|-\frac{5}{22}\right|$；　(8) $-2\frac{1}{3}$与$-\frac{13}{6}$.

6. 用“>”或“<”填空：

(1) $|+5|$____$|-6|$；　(2) $|-100|$____$-(-101)$；

(3) $|-0.1|$____$|-0.01|$；　(4) $\left|-\frac{3}{4}\right|$____$-\left(-\frac{2}{3}\right)$；

(5) $\left|-\frac{1}{8}\right|$____$\frac{1}{7}$；　(6) 3 的相反数____5 的相反数；

(7) -2 的相反数____-4 的相反数；　(8) -3 的相反数____5 的相反数.

7. 观察数轴，写出绝对值小于 5 的所有整数.

1.4 有理数的加减

1. 有理数的加法

我们已经学过，两个加数都是正数，或一个加数是正数而另一个加数是0的加法. 如

$(+5)+(+3)=8,$ ①

$5+0=5.$ ②

当两个加数中有负数时，加法应如何进行呢？

探究

一间0℃冷藏室连续两次改变温度：

(1) 第一次上升5℃，接着再上升3℃；

(2) 第一次下降5℃，接着再下降3℃；

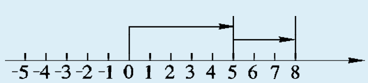
(3) 第一次下降5℃，接着再上升3℃；

(4) 第一次下降3℃，接着再上升5℃.

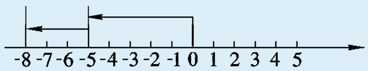
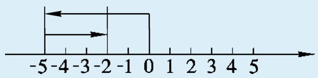
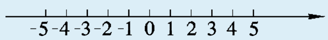
问：连续两次变化使温度共上升了多少摄氏度？

把温度上升记作正，温度下降记作负，在数轴上表示连续两次温度的变化结果，写出算式，完成下表：

用箭头在数轴上表示两个数相加时，要将第二个箭头的起始端紧挨着第一个箭头的终端.

次序	变化结果	两次变化在数轴上的表示	算　式
(1)	上升了8℃		$(+5)+(+3)=+8$ ③

（续表）

次序	变化结果	两次变化在数轴上的表示	算　式
(2)	上升了 -8℃		$(-5)+(-3)=-8$　④
(3)			⑤
(4)			⑥

类比上述问题，计算：

$(-5)+(+5)=$ ________.　⑦

$(-5)+0=$ ________.　⑧

观察①～⑧式，说说两个有理数相加，和的符号、和的绝对值怎样确定.

异号两数相加，一要确定和的符号，二要确定绝对值的差.

有理数有如下的**加法法则**（law of addition）：

1. 同号两数相加，取与加数相同的符号，并把绝对值相加.

2. 异号两数相加，绝对值相等时和为0；绝对值不相等时，取绝对值较大的加数的符号，并用较大的绝对值减去较小的绝对值.

3. 一个数与0相加，仍得这个数.

例1　计算：

(1) $(+7)+(+6)$；

(2) $(-5)+(-9)$；

(3) $\left(-\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{3}$；

(4) $(-10.5)+(+21.5)$.

解　(1) $(+7)+(+6)=+(7+6)=13$.

(2) $(-5)+(-9)=-(5+9)=-14.$

(3) $\left(-\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{3}=-\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)=-\frac{1}{6}.$

(4) $(-10.5)+(+21.5)=+(21.5-10.5)=11.$

例 2 计算：

(1) $(-7.5)+(+7.5)$；

(2) $(-3.5)+0.$

解 (1) $(-7.5)+(+7.5)=0.$

(2) $(-3.5)+0=-3.5.$

互为相反数的两数和总是 0.

练习

1. 填表（想法则、写结果）：

加 数	加 数	和的符号	和的绝对值	和
6	9			
−6	−9			
−6	9			
6	−9			

2. 计算（仿照例 1 表示出应用法则的过程）：

(1) $(+3.5)+(+4.5)$；
(2) $\left(-\frac{7}{5}\right)+\left(-\frac{3}{5}\right)$；
(3) $\left(-\frac{17}{16}\right)+\left(+\frac{5}{4}\right)$；
(4) $\left(+\frac{23}{8}\right)+\left(-\frac{13}{4}\right)$.

3. 计算：

(1) $100+(-100)$；
(2) $(-9.5)+0$；
(3) $(-3.5)+3.5$；
(4) $\left(-\frac{1}{3}\right)+\left(-\frac{1}{6}\right)$；
(5) $(-8)+(-7)$；
(6) $(-13)+24$；
(7) $\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{1}{3}\right)$；
(8) $-0.5+\frac{1}{2}$.

4. 某潜水员在水中作业时,先潜入水下 11.2 m,然后又上升了 8.5 m,这时潜水员处在什么位置?

5. 水星是最接近太阳的行星,据最新数据可知,它的表面温度最低为 −86℃,表面温度最高比最低高出 720.5℃,那么水星表面温度最高是多少摄氏度?

2. 有理数的减法

探究

下表记录了某地某年 2 月 1 日至 2 月 10 日每天气温情况:

月/日	2/1	2/2	2/3	2/4	2/5	2/6	2/7	2/8	2/9	2/10
最高温度/℃	12	10	5	5	3	5	6	6	8	9
最低温度/℃	3	2	−4	−5	−4	−3	−3	−1	0	−2

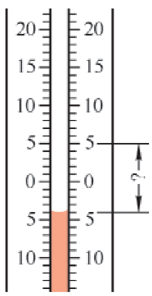


图 1-9

怎样求出该地 2 月 3 日最高温度与最低温度的差呢?

观察图 1−9, 5℃比 0℃高 5℃, 0℃比 −4℃高 4℃, 因此 5℃比 −4℃高 9℃.

这里的问题,就是做减法:

$$5-(-4)=?$$

由于加减法互为逆运算,上式可变为

$$?+(-4)=5.$$

因为 $9+(-4)=5$,所以上式中的 $?=9$,即 $5-(-4)=9$.

又 $$5+4=9.$$

可见 $$5-(-4)=5+(+4).$$

比较上式两边:

有何关系?

$$5-(-4)=5+(+4).$$

有何变化?

说说你对有理数减法法则的猜想.

有理数有如下的**减法法则**(law of subtraction):

减去一个数,等于加上这个数的相反数.

请你算出上表中 2 月 4 日至 2 月 10 日每天最高温度与最低温度的差.

例 3 计算:

(1) $(-16)-(-9)$;　　(2) $2-7$;

(3) $0-(-2.5)$;　　(4) $(-2.8)-(+1.7)$.

解 (1) $(-16)-(-9)=(-16)+(+9)=-7$.

(2) $2-7=2+(-7)=-5$.

(3) $0-(-2.5)=0+(+2.5)=2.5$.

(4) $(-2.8)-(+1.7)=(-2.8)+(-1.7)=-4.5$.

例 4 某次法律知识竞赛中规定:抢答题答对一题得 20 分,答错一题扣 10 分.问答对一题与答错一题得分相差多少分?

解 $20-(-10)=20+10=30$(分),

即答对一题与答错一题相差 30 分.

练习

1. 填空:

(1) $(-8)-(-14)=(-8)+(\quad)=(\quad)$;

(2) $(-7)-(+6)=(-7)+(\quad)=(\quad)$.

2. 计算(写出运用法则的计算过程):

(1) $(-19)-(-7)$;　　(2) $4-6$;

(3) $(-2.5)-(+2.5)$;　　(4) $0-(-5)$.

3. 计算:

(1) $12-17$;　　(2) $(-10)-4$;

(3) $32-(-18)$;　　(4) $0-12$;

(5) $(-32)-(-18)$;　　(6) $9-(+11)$;

(7) $\left(-\frac{2}{5}\right)-\left(-\frac{3}{5}\right)$;　　(8) $(-1)-\left(+\frac{3}{2}\right)$;

(9) $\left(-\frac{1}{3}\right)-\left(-\frac{1}{3}\right)$;　　(10) $\frac{3}{5}-\left(+\frac{2}{5}\right)$.

4. 巴黎、东京与北京的时差如下表("+"号表示同一时刻比北京时间早的时数):

城　市	巴　黎	东　京
与北京的时差	-7	$+1$

(1) 求巴黎与东京的时差;

(2) 巴黎时间 8:00 时,东京时间是多少?

3. 加、减混合运算

问题　某地冬天某日的气温变化情况如下:早晨 6:00 的气温为 -2℃,到中午 12:00 上升了 8℃,到14:00 又上升了 5℃,且为当天的最高气温,到 18:00 降低了 7℃,到 23:00 又降低了 4℃. 问 23:00 的气温是多少?

用正、负数表示气温的上升与下降,那么问题就转化为求:

$$(-2)+(+8)+(+5)+(-7)+(-4). \qquad ①$$

在小学学习时,我们知道加法有两条运算律,即

加法交换律(commutative law of addition):

$$\boldsymbol{a+b=b+a}.$$

加法结合律(associative law of addition):

$$(a+b)+c=a+(b+c).$$

引入负数后,这两条运算律也同样适用,即这里的 a, b, c 可以表示任何有理数.

在计算两个以上有理数的加法运算时,可以自左向右依次计算,也可根据加法运算律简化运算.

现在来解上面的问题:

$$\begin{aligned}&(-2)+(+8)+(+5)+(-7)+(-4)\\=&(-2)+(-7)+(-4)+(+8)+(+5)\\&\qquad\text{(加法交换律)}\\=&[(-2)+(-7)+(-4)]+[(+8)+(+5)]\\&\qquad\text{(加法结合律)}\\=&-13+13\\=&0.\end{aligned}$$

即该地当天 23:00 的气温是 0℃.

①式中仅含有加法运算,通常可省去加号及各个括号,写成

$$-2+8+5-7-4. \qquad ②$$

这个式子可读作"负 2、正 8、正 5、负 7、负 4 的和"或者读作"负 2 加 8 加 5 减 7 减 4".

用计算器计算②式的过程如下:

按键顺序	显 示
2 +/- + 8 + 5 + 7 +/- + 4 +/- =	0

图 1-10

计算器的品种很多,它们的计算程序和方法不尽相同,使用前要注意看清各自的说明书.本教科书只选择其中一种加以介绍(图 1-10),供参考,以后不再作这样的说明.

例 5 如图 1-11,一批大米,标准质量为每袋 25 kg.质检部门抽取 10 袋样品进行检测,把超过标准质量的千克数用正数表示,不足的用负数表示,结果如下表:

袋 号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
与标准质量的差/kg	+1	-0.5	-1.5	+0.75	-0.25	+1.5	-1	+0.5	0	+0.5

这 10 袋大米总计质量是多少千克？

图 1-11

解 $1+(-0.5)+(-1.5)+0.75+(-0.25)+1.5+(-1)+0.5+0+0.5$

$=[1+(-1)]+[(-0.5)+0.5]+[(-1.5)+1.5]+[0.75+(-0.25)]+0.5=1(\mathrm{kg}).$

$25\times 10+1=251(\mathrm{kg}).$

答：这 10 袋大米的总计质量是 251 kg.

例 6 计算：

(1) $(+7)-(+8)+(-3)-(-6)+2$；

(2) $\frac{3}{4}+\left(-\frac{1}{6}\right)-\frac{1}{3}-\left(-\frac{1}{8}\right).$

解 (1) $(+7)-(+8)+(-3)-(-6)+2$

$=(+7)+(-8)+(-3)+(+6)+2$ （减法法则）

$=(7+6+2)+(-8-3)$ （加法交换律、结合律）

$=15-11$

$=4.$

(2) $\frac{3}{4}+\left(-\frac{1}{6}\right)-\frac{1}{3}-\left(-\frac{1}{8}\right)$

$=\frac{3}{4}+\left(-\frac{1}{6}\right)+\left(-\frac{1}{3}\right)+\left(+\frac{1}{8}\right)$ （减法法则）

$=\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{8}\right)+\left(-\frac{1}{6}-\frac{1}{3}\right)$ （加法交换律、结合律）

$=\frac{7}{8}-\frac{1}{2}=\frac{3}{8}.$

从例 5、例 6 解的过程可以看出，灵活运用运算律能使计算简便.

练习

1. 填空：

(1) $(+1.4)-(-1.2)-(+2.5)=(\quad)+(\quad)+(\quad)$；

(2) $(-20)-(+5)+(-3)=(\quad)+(\quad)+(\quad)$.

2. 计算：

(1) $(+15)+(-30)-(-14)$；

(2) $-40-28-(-19)+(-24)$；

(3) $-\frac{2}{3}+\left(-\frac{1}{6}\right)-\left(-\frac{1}{4}\right)-\frac{1}{2}$；

(4) $-7.2-0.9-5.6+8.7$；

(5) $-1+2-3-4+5$；

(6) $-3-4+19-11$.

3. 某同学将零花钱存起来，存折中原有 80 元，第一次取出 20 元，第二次又取出 30 元，第三次存入 100 元，第四次取出 20 元，这时存折上的余额（不计利息）是多少元？

4. 某中学女子篮球队员的平均身高是 175 cm.

(1) 下表给出了该队 10 名队员的身高情况. 试完成下表（超过平均身高的高度用正数表示，不足的用负数表示）：

队员号	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
队员身高/cm	172				177		173		174	
与平均身高的差/cm	-3	$+5$	$+1$	0		$+4$		-1		-5

(2) 谁最高？谁最矮？

(3) 最高的队员比最矮的队员高多少？

习题 1.4

1. 计算：

(1) $(-17)+(+6)$；

(2) $(+23)+(-18)$；

(3) $(-12)+(-4)$；

(4) $(+4)+(+8)$；

(5) $(-0.9)+(-2.1)$；

(6) $(-20)+0$；

(7) $\left(-\frac{2}{3}\right)+\left(+\frac{2}{3}\right)$；

(8) $\frac{2}{5}+\left(-\frac{1}{3}\right)$.

2. 计算：

(1) $(-8)-(+3)$；

(2) $(-3)-(-5)$；

(3) $3-(-8)$；

(4) $3-(+5)$；

(5) $0-18$；

(6) $(-15)-15$；

(7) $\left(+3\frac{3}{4}\right)-\left(-2\frac{3}{4}\right)$；

(8) $(-3.6)-(-2.4)$；

(9) $40-41$；

(10) $(-2.2)-(-2.2)$.

3. 计算：

(1) $5+(-6)+3+8+(-4)+(-7)$；

(2) $(-41)+(+30)+(+41)+(-30)$；

(3) $(-0.8)+1.2+(-0.7)+(-2.1)+0.8+3.5$；

(4) $-\frac{7}{2}+\frac{8}{3}-\frac{16}{9}+\frac{3}{2}$；

(5) $-8+12-16-23$；

(6) $-\frac{1}{4}+\frac{5}{6}+\frac{2}{3}-\frac{1}{2}$.

4. 分别计算下列每题中的两个算式，比较结果，有什么体会？

(1) $(1-2)+(3-4)-(-5+6)$，$1-2+3-4+5-6$；

(2) $-(8-12)+(-16+20)$，$-8+12-16+20$；

(3) $\frac{3}{4}-\left(\frac{5}{2}-\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{5}{3}+\frac{3}{2}\right)$，$\frac{3}{4}-\frac{5}{2}+\frac{2}{3}-\frac{5}{3}+\frac{3}{2}$.

5. 求下列各式中的 x：

(1) $x-5=-12$；

(2) $6+x=4$.

6. 下面说法是否正确？如果不正确，请举例说明.

(1) 两个数的和一定比两个数中任何一个都大；

(2) 两个数的差一定比两个数中任何一个都小；

(3) 两个数的和是正数，这两个数一定是正数；

(4) 两个数的差是正数，被减数一定大于减数.

7. 写出一个符合下列条件的算式：

(1) 两个数的和大于这两个数的差；

(2) 两个数的和小于这两个数的差；

(3) 两个数的和等于这两个数的差.

8. 如果 $|a| = 8$, $|b| = 5$，且 $a + b > 0$，求 $a - b$ 的值.

9. 一天上午，一辆警车从 M 车站出发在一条笔直的公路上来回巡逻，行驶的路程情况如下(向 M 车站右侧方向行驶为正，单位：km)：

$$-7,\ +4,\ +8,\ -3,\ +10,\ -3,\ -6,\ -12,\ +9,\ -3.$$

(1) 这辆警车在完成上述来回巡逻后在 M 车站的哪一侧，距 M 车站多少千米？

(2) 如果这辆警车每行驶 100 km 的耗油量为 11 L，这天上午共消耗汽油多少升？

10. 请完成下表：

已　知		计　算	比较大小	
a	b	$a-b$	$a-b$ 与 0	a 与 b
5	3	$5-3=2$	$5-3>0$	$5>3$
-2	-4			
2	-3			
3	3			
2	4			
-3	-1			
-5	2			

从上面的表中，观察两个数的大小与它们差的符号之间有何联系，你发现了什么规律？

1.5 有理数的乘除

1. 有理数的乘法

我们已经学过两个正有理数相乘，以及一个正有理数与0相乘. 如

$$(+2)\times(+3)=6,\quad (+2)\times 0=0.$$

如果两个有理数相乘，其中有负数时，应该怎么办呢？

问题❶ 在实验室中，用冷却的方法可将某种生物标本的温度稳定地下降，每1 min下降2℃. 假设现在生物标本的温度是0℃，问3 min后它的温度是多少？

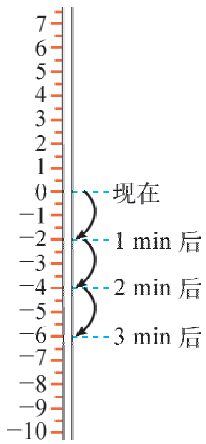


图 1−12

如果把温度下降记作“−”，那么，由示意图1−12可得，3 min后生物标本的温度是−6℃.

用算式表示，有

$$(-2)\times 3=(-2)+(-2)+(-2)=-6.$$

类似地，

$$(-2)\times 2=(-2)+(-2)=-4.$$

$$(-2)\times 1=\underline{\qquad\qquad}.$$

$$(-2)\times 0=\underline{\qquad\qquad}.$$

如用分配律展开$[(-2)+2]\times 3=0$或$[(-2)+2]\times 2=0$的左边，你有什么发现？

思考

根据上面的计算，你对一个负数乘一个正数有什么发现？一个负数乘0呢？

一般地，异号两数相乘（正数乘负数或负数乘正数），只要把它们的绝对值相乘，符号取“－”. 负数与0相乘得0.

下面通过问题2讨论两个负数相乘的情况.

问题2　在问题1的情况下，问1 min前、2 min前该种生物标本的温度各是多少？

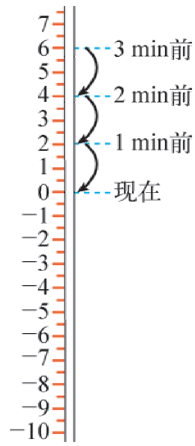


图　1－13

这里，以“现在”为基准，把以后时间记作“＋”，以前时间记作“－”，那么1 min前记作－1，观察示意图1－13可得，1 min前生物标本的温度是2℃，用算式表示，有

$$(-2)\times(-1)=2.$$

2 min前（记作－2）生物标本的温度是1 min前温度的2倍，可以写成

$$(-2)\times(-2)=4.$$

类似地，

$$(-2)\times(-3)=\underline{\qquad\qquad}.$$

思考

根据上面的计算，你对两个负数相乘有什么发现？

如用分配律展开 $[(-2)+2]\times(-3)=0$ 或 $[(-2)+2]\times(-2)=0$ 的左边，你有什么发现？

一般地，两个负数相乘，只要把它们的绝对值相乘，符号取“＋”.

总结起来，我们可以得到下面的有理数**乘法法则**（law of multiplication）：

1. 两数相乘，同号得正，异号得负，并把绝对值相乘.

2. 任何数与0相乘仍得0.

例 1　计算：

(1) $(-5)\times(-6)$；

(2) $\left(-\frac{3}{2}\right)\times\frac{1}{6}$；

(3) $\left(-\frac{3}{5}\right)\times\left(-\frac{5}{3}\right)$；

(4) $8\times(-1.25)$.

解　(1) $(-5)\times(-6)=+(5\times6)=30$.

(2) $\left(-\frac{3}{2}\right)\times\frac{1}{6}=-\left(\frac{3}{2}\times\frac{1}{6}\right)=-\frac{1}{4}$.

(3) $\left(-\frac{3}{5}\right)\times\left(-\frac{5}{3}\right)=+\left(\frac{3}{5}\times\frac{5}{3}\right)=1$.

(4) $8\times(-1.25)=-(8\times1.25)=-10$.

再用计算器计算，如(1)，(3)题：

按键顺序	显　示
$\boxed{5}\ \boxed{+/-}\ \boxed{\times}\ \boxed{6}\ \boxed{+/-}\ \boxed{=}$	30
$\boxed{3}\ \boxed{a^b/c}\ \boxed{5}\ \boxed{+/-}\ \boxed{\times}\ \boxed{5}\ \boxed{a^b/c}\ \boxed{3}\ \boxed{+/-}\ \boxed{=}$	1

与小学所学的一样，如果两个有理数的乘积为 1，我们称这两个有理数互为**倒数**(reciprocal).

如 $-\frac{5}{3}$是 $-\frac{3}{5}$的倒数，$-\frac{3}{5}$是 $-\frac{5}{3}$的倒数，也就是说，$-\frac{3}{5}$与 $-\frac{5}{3}$互为倒数.

练习

1. 填表(想法则、写结果):

因　数	因　数	积的符号	积的绝对值	积
+8	−6			
−10	+8			
−9	−4			
20	8			

2. 计算:

(1) $(-4.6)\times(+3)$;　(2) $\frac{3}{4}\times\left(-\frac{8}{9}\right)$;

(3) $\left(-\frac{2}{5}\right)\times\left(-\frac{3}{4}\right)$;　(4) $\left(-\frac{2}{3}\right)\times\left(-\frac{3}{2}\right)$;

(5) $(+8.5)\times(-2)$;　(6) $\left(-\frac{5}{8}\right)\times(-12)$;

(7) $(-3.8)\times 0$;　(8) $100\times(-0.01)$.

3. 回答:

(1) 一个数与 +1 相乘,得什么数?　(2) 一个数与 −1 相乘,得什么数?

问题3　计算:

(1) $(-4)\times 5\times(-0.25)=$ ________;

(2) $\left(-\frac{3}{8}\right)\times(-16)\times(+0.5)\times(-4)=$ ________;

(3) $(+2)\times(-8.5)\times(-100)\times 0\times(+90)=$ ________.

多个有理数相乘,有一个因数为 0 时,积是多少?因数都不为 0 时,积的符号怎样确定?

几个数相乘,有一个因数为 0,积为 0.

几个不为 0 的数相乘,积的符号由负因数的个数决定.当负因数有奇数个时,积为负;当负因数有偶数个时,积为正.

练习

1. （口答）确定下列积的符号：

(1) $(-5)\times 4\times(-1)\times 3$；　　(2) $(-4)\times 6\times(-7)\times(-3)$；

(3) $(-1)\times(-1)\times(-1)$；　　(4) $(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)$.

2. 计算：

(1) $(-7)\times(-9)\times(-8)$；　　(2) $(-8.46)\times 2.5\times(-4)$.

3. 计算：

(1) $-8\times(+12)\times(-7)\times 13$；　　(2) $(-100)\times 72\times(-50)\times 0\times(-2)$.

2. 有理数的除法

两个有理数相除，如何进行？

对于有理数，除法也是乘法的逆运算. 根据这个关系请计算（填空）：

乘　法	除　法
$(+2)\times(+3)=+6$	$(+6)\div(+2)=$ ______ $(+6)\div(+3)=$ ______
$(-2)\times(-3)=+6$	$(+6)\div(-2)=$ ______ $(+6)\div(-3)=$ ______
$(-2)\times(+3)=-6$	$(-6)\div(-2)=$ ______ $(-6)\div(+3)=$ ______

通过上面计算，你能体会到有理数除法应如何计算吗？

有理数的**除法法则**（law of division）：

1. 两数相除，同号得正，异号得负，并把绝对值相除.

另外，$0\div(+5)=$ ______，$0\div(-5)=$ ______.

2. 0 除以一个不为 0 的数仍得 0. 0 不能做除数.

练习

填表(想法则、写结果):

被除数	除　数	商的符号	商的绝对值	商
-27	$+9$			
$+75$	$+25$			
$+10$	-10			
$-\frac{7}{2}$	$-\frac{7}{4}$			

交流

(1) 小学里做分数运算时,怎样将除法转化为乘法?

(2) 有理数的除法也可以转化为乘法吗?

把你的看法与同学交流.

和小学里做运算一样,有理数除法也可转化为乘法:

除以一个不为 0 的数,等于乘以这个数的倒数.

例 2 计算:

(1) $(-8)\div\left(-\frac{2}{3}\right)$;　　(2) $\left(-\frac{30}{7}\right)\div 10$.

解 (1) $(-8)\div\left(-\frac{2}{3}\right)=(-8)\times\left(-\frac{3}{2}\right)=12$.

(2) $\left(-\frac{30}{7}\right)\div 10=\left(-\frac{30}{7}\right)\times\frac{1}{10}=-\frac{3}{7}$.

练习

1. 写出下列各数的倒数：

$-\frac{2}{3}$，0.25，-6，1，-1.

2. 判断正误：

(1) 0没有倒数. ( )

(2) 正数的倒数是正数，负数的倒数是负数. ( )

3. 计算：

(1) $\left(-\frac{3}{4}\right)\div\left(-\frac{1}{4}\right)$；

(2) $\left(+\frac{5}{8}\right)\div(-5)$；

(3) $0\div\left(-\frac{11}{6}\right)$；

(4) $(-4.2)\div(+6)$；

(5) $\left(-\frac{36}{7}\right)\div 6$；

(6) $(-8)\div\left(-\frac{16}{5}\right)$；

(7) $(-2)\div(-4)$；

(8) $(-0.75)\div\frac{5}{4}$；

(9) $(-1)\div\left(-\frac{1}{3}\right)$；

(10) $2\div\left(-\frac{1}{2}\right)$.

3. 乘、除混合运算

例3 计算：

(1) $\left(-\frac{5}{2}\right)\div(-5)\times(-2)$；

(2) $(-6)\div(-4)\div\left(-\frac{6}{5}\right)$.

解 (1) $\left(-\frac{5}{2}\right)\div(-5)\times(-2)$

$=\left(-\frac{5}{2}\right)\times\left(-\frac{1}{5}\right)\times(-2)$

$=-1$.

(2) $(-6)\div(-4)\div\left(-\frac{6}{5}\right)$

$$=(-6)\times\left(-\frac{1}{4}\right)\times\left(-\frac{5}{6}\right)$$

$$=-\frac{5}{4}.$$

例 4 计算：

(1) $\frac{3}{4}+\frac{1}{5}\div\left(-\frac{4}{5}\right)-\frac{2}{5}\times\left(-\frac{5}{4}\right)$；

(2) $-5+\left(1-0.2\times\frac{5}{3}\right)\div(-2)$.

解 (1) $\frac{3}{4}+\frac{1}{5}\div\left(-\frac{4}{5}\right)-\frac{2}{5}\times\left(-\frac{5}{4}\right)$

$$=\frac{3}{4}+\frac{1}{5}\times\left(-\frac{5}{4}\right)-\frac{2}{5}\times\left(-\frac{5}{4}\right)$$

$$=\frac{3}{4}-\frac{1}{4}+\frac{1}{2}$$

$$=1.$$

(2) $-5+\left(1-0.2\times\frac{5}{3}\right)\div(-2)$

$$=-5+\left(1-\frac{1}{3}\right)\div(-2)$$

$$=-5+\frac{2}{3}\times\left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$=-5-\frac{1}{3}$$

$$=-\frac{16}{3}.$$

从这里可以看到：有理数乘、除的混合运算，可统一化为乘法运算.

含加、减、乘、除的算式，如没有括号，应先做乘除运算，后做加减运算；如有括号，应先做括号里的运算.

在小学学习时，我们知道乘法有三条运算律，即

乘法交换律：$ab=ba$.

乘法结合律：$(ab)c=a(bc)$.

分配律(distributive law)**：$a(b+c)=ab+ac$.**

引入负数后，这三条运算律也同样适用，即这里的 a，b，c 可以表示任何有理数.

运用这些运算律，有时可以简化计算.

例 5 计算：

(1) $\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{6}-\frac{1}{2}\right)\times(-12)$；

(2) $(-0.1)\times(-100)\times0.01\times(-10)$.

解 (1) $\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{6}-\frac{1}{2}\right)\times(-12)$

$=\frac{1}{4}\times(-12)+\frac{1}{6}\times(-12)-\frac{1}{2}\times(-12)$ （分配律）

$=-3-2+6$

$=1$.

(2) $(-0.1)\times(-100)\times0.01\times(-10)$

$=-(0.1\times100\times0.01\times10)$ （乘法符号法则）

$=-[(0.1\times10)\times(0.01\times100)]$ （乘法交换律、结合律）

$=-1$.

练习

1. 计算：

(1) $\left(-\frac{81}{20}\right)\times1.25\times(-8)$；

(2) $-3.5\div\left(-\frac{7}{8}\right)\times\left(-\frac{3}{4}\right)$.

2. 计算：

(1) $\left(\frac{7}{9}-\frac{5}{6}+\frac{3}{4}-\frac{7}{18}\right)\times 36$；

(2) $\left(-\frac{5}{31}\right)\times\left(-\frac{9}{2}\right)\times\left(-\frac{31}{15}\right)\times\frac{2}{9}$.

3. 探空气球的气象观测统计资料表明，高度每增加 1 km，气温降低大约 6℃. 现在地面气温是 21℃，那么 10 km 高空处的气温约是多少摄氏度？

（第 3 题）

习题 1.5

1. 计算：

(1) $(-8)\times(+1.25)$；

(2) $0\times(-1\,919)$；

(3) $(+0.002)\times\left(-\frac{1}{500}\right)$；

(4) $\left(+\frac{8}{3}\right)\times\left(-\frac{8}{3}\right)$.

2. 计算：

(1) $(-3)\times(-4)\times(-5)$；

(2) $\left(-\frac{7}{8}\right)\times 15\times\left(-\frac{8}{7}\right)$.

3. 计算：

(1) $(-1)\times(2-5)$；

(2) $8-3\times(4-6)$；

(3) $\left(-\frac{3}{4}\right)\times\left(-8+\frac{2}{3}-\frac{4}{3}\right)$；

(4) $(-1.2)\times\left(-\frac{5}{8}\right)+(-24)\times\frac{1}{12}$.

4. 计算：

(1) $\left(-\frac{4}{3}\right)\div\left(-\frac{3}{4}\right)$；

(2) $\left(-\frac{3}{5}\right)\div\left(-\frac{3}{5}\right)$；

(3) $(+1.84)\div(-0.5)$；

(4) $(-0.25)\div(-4)$；

(5) $0\div(-1\,850)$；

(6) $(-0.75)\div\frac{45}{8}$.

5. 计算：

(1) $-6\div(-0.25)\times\frac{5}{6}$；

(2) $(-17)\times(-9)\times 0\times 37$；

(3) $(-60)\times\left(\frac{3}{4}+\frac{5}{6}-\frac{11}{15}-\frac{7}{12}\right)$；

(4) $-9\times(-11)-12\times(-8)$.

6. 计算：

(1) $1-0.2\times\left[-3-4\times\left(\frac{18}{5}-5.3\right)\right]$； (2) $\left(\frac{1}{20}-\frac{3}{4}\right)\times\left[\frac{5}{7}+\left(-\frac{5}{14}\right)\right]$；

(3) $-\frac{22}{7}\times\left(\frac{22}{7}-\frac{4}{3}\right)\times\frac{7}{22}\div\left(-\frac{22}{21}\right)$； (4) $\{4-[12+4\times(3-10)]\}\div 5$.

7. 在下面括号内填上适当的数：

(1) $(-5)+(\quad)=1$； (2) $(-5)-(\quad)=1$；

(3) $(-5)\times(\quad)=1$； (4) $(-5)\div(\quad)=1$.

阅读与思考

翻 币 问 题

金质纪念币的正面、反面如图 1－14 所示.

(1) 正面

(2) 反面

图 1－14

如果桌上有 3 枚金质纪念币，正面全部向上. 现在让你做一个游戏：每次将其中 2 枚同时翻转，问：能否经过若干次翻转，使 3 枚纪念币的反面全部向上？

先动手做一做，看有没有可能. 如果不可能，又如何说明其中的道理？

这个实际问题怎样转化为数学问题呢？

在每枚金币的正面上写个 $+1$，反面上写个 -1. 每翻转一次就相当于把原来向上一面上的数字乘 -1.

研究 3 枚金币向上一面上的 3 个数的积，把这个积记作 s.

当 3 枚金币都是正面向上时，有

$$s=(+1)\times(+1)\times(+1)=+1.$$

如果每次同时翻转 2 枚，多试几次，看能不能使 3 枚金币反面都向上，即得到

$$s=(-1)\times(-1)\times(-1)=-1.$$

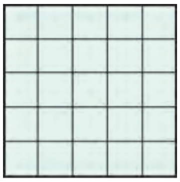
为什么得不到？请与同伴们交流，看谁能说清其中道理.

如果金币有 6 枚，每次翻转 3 枚，能不能使正面全部向上变为反面全部向上？

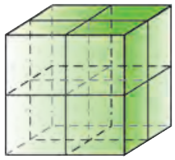
1.6 有理数的乘方

如图 1-15(1),边长为 5 的正方形,它的面积是 $5\times5=25$, 5×5 可记作 5^2.

如图 1-15(2),棱长为 2 的正方体,它的体积是 $2\times2\times2=8$, $2\times2\times2$ 可记作 2^3.



(1)



(2)

图 1-15

一般地,n 个相同的因数 a 相乘,记作 a^n,即

$$\underbrace{a\cdot a\cdot a\cdot\cdots\cdot a}_{n个}=a^n.$$

这种求 n 个相同因数的积的运算叫做**乘方**. 乘方的结果叫做**幂**(power).

在乘方运算 a^n 中,a 叫做**底数**(base number),n 叫做 a 的幂的指数,简称**指数**(exponent). a^n 既表示 n 个 a 相乘,又表示 n 个 a 相乘的结果. 因此 a^n 可读作 a 的 n 次方,或 a 的 n 次幂(图 1-16).

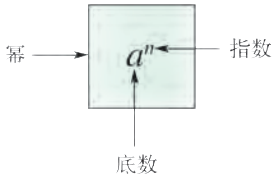


图 1-16

例如,在幂 5^2 中,底数是 5,指数是 2, 5^2 读作 5 的 2 次方(或 5 的平方)或 5 的 2 次幂. 2^3 读作 2 的 3 次方(或 2 的立方)或 2 的 3 次幂.

一个数的一次方,就是这个数本身,例如 6^1 就是 6,指数 1 通常省略不写.

例 1 计算:

(1) $(-4)^3$; (2) $(-2)^4$.

解 (1) $(-4)^3=(-4)\times(-4)\times(-4)=$ ______.

(2) $(-2)^4=$ ____________________ $=$ ______.

用计算器直接按下列顺序计算:

按键顺序	显　示
4 +/− yˣ 3 =	−64
2 +/− yˣ 4 =	16

乘方运算实际上就是乘法运算，根据有理数的乘法法则，可得乘方运算的法则：

非0有理数的乘方，将其绝对值乘方，而结果的符号是：正数的任何次乘方都取正号；负数的奇次乘方取负号，负数的偶次乘方取正号．

在进行有理数的加、减、乘、除以及乘方混合运算时，一般应按下列顺序进行：

先乘方，再乘除，后加减；如果有括号，先进行括号里的运算．

例2　计算：

(1) $-10+8\div(-2)^2-(-4)\times(-3)$；

(2) $\left(-\frac{9}{5}\right)\times\left(-\frac{5}{3}\right)^2+\left(-\frac{3}{8}\right)\div\left[\left(-\frac{1}{2}\right)^3-\frac{1}{4}\right]$.

解　(1) $-10+8\div(-2)^2-(-4)\times(-3)$

$=-10+8\div4-4\times3$

$=-10+2-12$

$=-20.$

(2) $\left(-\frac{9}{5}\right)\times\left(-\frac{5}{3}\right)^2+\left(-\frac{3}{8}\right)\div\left[\left(-\frac{1}{2}\right)^3-\frac{1}{4}\right]$

$=\left(-\frac{9}{5}\right)\times\frac{25}{9}+\left(-\frac{3}{8}\right)\div\left[\left(-\frac{1}{8}\right)-\frac{1}{4}\right]$

$=\left(-\frac{9}{5}\right)\times\frac{25}{9}+\left(-\frac{3}{8}\right)\div\left(-\frac{3}{8}\right)$

$=-5+1=-4.$

交流

拉面师傅制作拉面时，按对折、拉伸的步骤，重复多次，如图 1－17.

(1) 先用乘法计算拉 12 次得到的面条数，再改用计算器计算，这两种方法哪种算得快？

(2) 如果拉面师傅每次拉伸面条的长度为 0.8 m，那么拉 12 次后，得到的面条总长是多少米？

图 1－17

练习

1. 举出用乘方计算的实例.
2. 填空：

(1) 在 7^4 中，底数是______，指数是______；

(2) 在 $\left(-\frac{1}{2}\right)^5$ 中，底数是______，指数是______.

3. 计算（先确定符号，再算结果）：

(1) $(-1.5)^2$；　　(2) $4\times(-2)^3$；

(3) $-(-2)^4$；　　(4) $(-2)^3\times(-2)^2$.

4. 计算：

(1) $-2^3-3\times(-1)^3-(-1)^4$；

(2) $(-2)^3\div\frac{4}{9}\times\left(-\frac{2}{3}\right)^2$.

在日常生活中，常会接触到一些比较大的数，如长江三峡水库容量达 39 300 000 000 m^3；光在空气中传播的速度大

约是 300 000 000 m/s(图 1－18).

这些较大的数,像上面的写法,写起来既麻烦又容易出错,于是人们想出如下的简洁方法来表示它们.

(1) 长江三峡水库

(2) 光的传播

图 1-18

一种方法是用更大的数量级来表示:

如将 39 300 000 000 表示为 393 亿.

另一种方法是,由于 10 的正整数次幂有如下特点:

$10^1=10$, $10^2=100$, $10^3=1\,000$, $10^4=10\,000$, …, 因而,也可用 10 的幂来表示上述大数,例如:

$39\,300\,000\,000=3.93\times10\,000\,000\,000=3.93\times10^{10}$,

$300\,000\,000=3\times100\,000\,000=3\times10^8$.

一般地,一个绝对值大于 10 的数都可记成 $\pm a\times10^n$ 的形式,其中 $1\leqslant a<10$, n 等于原数的整数位数减 1.

图 1-19　哪种写法好

这种记数方法,在科学技术方面是常用的,习惯上把它叫做**科学记数法**(scientific notation).

例 3　资料表明,被称为“地球之肺”的森林正以每年约 1 300 万公顷的速度从地球上消失,每年森林的消失量用科学记数法表示应是多少公顷?

解　1 300 万 $=13\,000\,000=1.3\times10^7$.

因此,每年森林的消失量用科学记数法表示应是 1.3×10^7 hm^2.

练习

1. 用科学记数法表示下列各数：

   10 000，800 000，56 000 000，7 400 000.

2. 下列用科学记数法表示的数原来各是什么数？

   1×10^7，4×10^3，8.5×10^6，7.04×10^5.

3. 我国水稻育种专家于1976年培育出杂交水稻，到2006年时，全国累计种植杂交水稻面积达3 730 000 hm^2，累计生产稻谷达5 200亿千克. 用科学记数法表示上述有关稻谷的数据.

4. 目前我国水土流失问题仍很严重. 每年全国土壤流失总量高达50亿吨，其中长江流域年土壤流失量为24亿吨，黄河流域仅黄土高原区域每年就流失16亿吨. 用科学记数法表示上述数据.

习题 1.6

1. 计算：

   (1) $-2^4-(4-6)^2-12\times(-2)^2$；

   (2) $-\dfrac{5}{8}\times(-4)^2-0.25\times(-5)\times(-4)^3$；

   (3) $7\times10^2+6\times(-1)^2-8\times(-1)^3$；

   (4) $[0-(-3)]\times(-6)-12\div[(-3)+(-15)\div5]$；

   (5) $(-2)^3\times(-3)^2$；

   (6) $-2\times0.1^3+(-0.2)^2\times(-0.8)$；

   (7) $-\dfrac{3}{2}\times\left[-3^2\times\left(-\dfrac{2}{3}\right)^3-2\right]$.

2. 当 $a=-2$ 时，判断下列各式是否成立：

   (1) $a^2=(-a)^2$；　　(2) $a^3=(-a)^3$；

   (3) $-a^2=|-a^2|$；　　(4) $a^3=|a^3|$.

3. 1天有 8.64×10^4 s，一年如果以365天计，共有多少秒？

4. 用科学记数法表示下列各数：

（1）304 000；　　（2）8 700 000；

（3）500 900 000；　　（4）63 000 000.

5. 下列用科学记数法表示的数，原来各是什么数？

（1）9.6×10^{5}；　　（2）6.03×10^{8}.

6. 用科学记数法表示下列各数：

（1）地球的半径约为 6 400 000 m；

（2）青藏铁路从青海西宁到西藏拉萨的铁路全长约 1 955 000 m；

（3）长江每年流入大海的淡水约是 1 000 亿立方米；

（4）地球上已发现的生物约 1 700 000 种；

（5）太平洋西部的马里亚纳海沟在海平面下约 11 000 m处；

（6）我国总人口（未包括台湾、香港、澳门）2010 年底约达 1 340 000 000 人.

7. 填空：

（1）一种电子计算机每秒可做 4×10^{7} 次计算，也就是说它每秒可做______万次计算；

（2）一期国债发行了 6×10^{10} 元，也就是发行了____亿元；

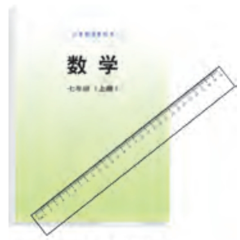
（3）我国香港特别行政区的陆地面积约为 1.1×10^{9} m^2，也就是约为______km^2.

1.7 近似数

操作

1. 数一数今天班上的同学数.
2. 查一查你的数学课本的页数.
3. 量一量数学课本的宽度.
4. 称一称你的书包的质量.

在上面的操作中得到的数据,哪些是精确的?哪些是近似的?



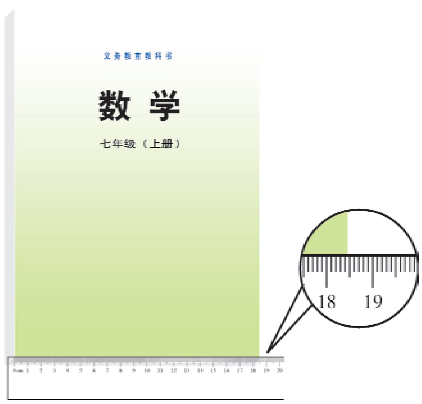
(1) 数学课本

(2) 一个书包

图 1-20

在上述“操作”中，操作 1 和 2 的数据由计数得来,是准确数. 操作 3 和 4 的数据由测量得来,由于受测量工具、测量方法、测量者等因素的影响,测量的结果一般只是一个与实际数值很接近的数,我们称此数为**近似数**(approximate number). 如图 1－21,测量数学课本的宽度,图(1)是用只有

(1)



(2)

图 1-21

厘米刻度的尺去测量,得宽度约 18.4 cm,图(2)是用有毫米刻度的尺去测量,得宽度约 18.43 cm.

这里得到的 18.4 cm,18.43 cm 都是数学课本宽度的近似值.

近似值与它的准确值的差,叫做**误差**(error),即

$$误差 = 近似值 - 准确值.$$

误差可能是正数,也可能是负数.误差的绝对值越小,近似值就越接近准确值,也就是近似程度越高.

近似数与准确数的接近程度,通常用精确度表示.前面测得数学课本宽度值 18.4 cm,18.43 cm 都是近似数.18 cm是精确到个位(或者说精确到1 cm)的近似数(测量时,尺上只读到厘米刻度数,小于 1 cm 的刻度数略去),18.4 cm 是精确到十分位(或者说精确到 0.1 cm)的近似数(在尺上,读到毫米刻度数).近似数一般由四舍五入法取得,四舍五入到某一位,就说这个近似数精确到那一位.

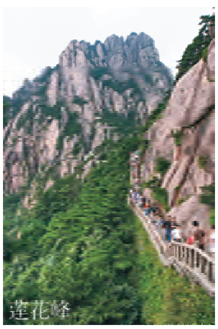


图 1-22

除了测量会得到近似数外,在计数、计算等许多情况下,有时很难取得准确数,有时不必使用准确数,这时,就可以使用近似数.例如,在涉及有关圆的周长或面积计算时,遇到 π,常取 $\pi \approx 3.14$. 又如黄山的最高峰——莲花峰海拔 1 867 m.在向游客介绍时,说是约 1 900 m,或约 1 870 m,都是可以的.

例 1 十一期间,某商场准备对商品作打 8 折$\left(即\dfrac{8}{10}\right)$促销.一种原价为 348 元的微波炉,打折后,如果要求精确到元,定价是多少?如果要求精确到 10 元,定价又是多少?

解 这种微波炉打 8 折后的价格为

$$348 \times \frac{8}{10} = 278.4(元).$$

要求精确到元的定价为 278 元;精确到 10 元的定价为 2.8×10^2 元.

例 2 据 2010 年上海世博会官方统计,2010 年 5 月 1 日到 10 月 31 日期间,共有 7 308.44 万人次入园参观,求每天的平均入园人次(精确到 0.01 万人次).

解 从 5 月 1 日到 10 月 31 日共有 184 天,所以每天的平均入园人次为

$$7\,308.44\div184\approx39.719\approx39.72(\text{万人次}).$$

例 3 下列由四舍五入法得到的近似数,各精确到哪一位?

(1) 48.3;　　(2) 0.030 86;

(3) 2.40 万;　　(4) 6.5×10^4.

解 (1) 48.3,精确到十分位.

(2) 0.030 86,精确到十万分位(或精确到 0.000 01).

(3) 2.40 万,精确到百位.

(4) 6.5×10^4, 精确到千位.

练习

1. 下列各题中的数据,哪些是准确的? 哪些是近似的?

(1) 小芳班上有 45 人;

(2) 我国有 56 个民族;

(3) 我国人工造林的保存面积居世界首位,目前已达 6 200 万公顷;

(4) 举世瞩目的西气东输工程全长 4 000 km.

2. 用四舍五入法,按括号中的要求对下列各数取近似值:

(1) 0.851 49(精确到千分位);　　(2) 49.96(精确到十分位);

(3) 1.597 2(精确到 0.01);　　(4) 37 250(精确到千位).

习题 1.7

1. 下列各数都是由四舍五入法得到的近似数,它们分别精确到哪一位?

(1) 小强的身高为 1.60 m;

(2) 2010 年底我国高速公路里程约为 7.41×10^7 m;

(3) 我国的陆地面积为 9.6×10^6 km^2;

(4) 京九铁路线北起北京,南达香港九龙,全长为 2.5×10^6 m.

2. 用四舍五入法,对下列各数按括号中的要求取近似值:

(1) 5.407 2(精确到 0.01);

(2) 0.709 6(精确到千分位).

3. 下列由四舍五入法得到的近似数,各精确到哪一位?

(1) 25.7; (2) 0.004 07; (3) 13 亿; (4) 2.50×10^4.

4. 如图,应用激光技术测得地球和月球之间的距离为 377 985 654.32 m,请按下列要求分别取这个数的近似数:

(1) 精确到千位;

(2) 精确到千万位;

(3) 精确到亿位.

(第 4 题)

5. 张军和李明今年都是 13 岁,那么他们一样大吗? 怎样比较他们的大小.

6. 下列每题中表示同一个数的两个近似值,它们表示的意思是否相同? 说明理由.

(1) 2.40 万,2.4 万; (2) 1.0×10^{13}, 1×10^{13}.

数学史话

负　数

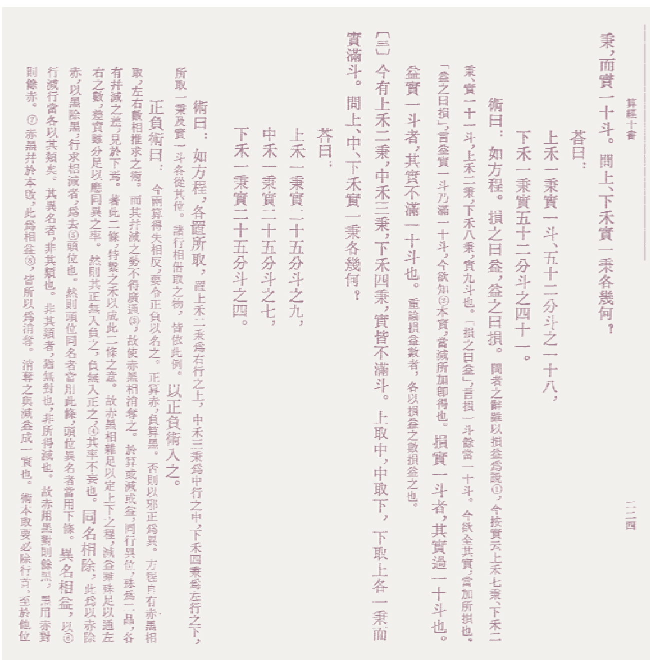
负数,在我国最早出现在《九章算术》一书中.《九章算术》是我国古代数学里最重要的一部著作,在该书"方程"一章中引进了负数,并提出了"正负术",即正负数加减运算法则.

图 1-23　刘徽

公元 3 世纪魏晋时数学家刘徽，于公元 263 年撰写了《九章算术注》，在这部著作中刘徽对负数的出现作了很自然的解释：“两算得失相反，要令正、负以名之.”这句话实质上给出了正、负数的定义. 刘徽还对当时用算筹（小竹棒，当时的计算工具）作计算时如何表示作出规定：“正算赤，负算黑，否则以邪正为异.”就是规定正数用红色算筹，负数用黑色算筹. 如果只有同色算筹的话，则遇到正数将筹放正，负数将筹放邪（同斜）. 宋代以后出现笔算也相应地用红色和黑色数字以区别正数、负数. 后来由于黑色成了主要书写色，才演变成用黑色数字表示收入，红色数字表示支出. 今天人们还常用“财政赤字”来表示财政的亏空.

关于正负数的加减运算法则，《九章算术》中已有着明确规定. 正负数乘除法则，元代朱世杰于《算学启蒙》（1299 年）中作出了规定：“同名相乘为正，异名相乘为负”、“同名相除所得为正，异名相除所得为负”. 因此最迟于 13 世纪末，我国对有理数四则运算法则已全面作了总结.

在国外，7 世纪的印度数学家也开始使用负数. 在欧洲对负数的认识却进展缓慢，直到 16 世纪在韦达的著作中还回避使用负数.


算經十書　二二四

秉，而實一十斗。問上、下禾實一秉各幾何？
荅曰：
上禾一秉實一斗、五十二分斗之一十八，
下禾一秉實五十二分斗之四十一。
術曰：如方程。損之曰益，益之曰損。問者之辭雖以損益爲説①，今按實云上禾七秉、下禾二秉，實一十一斗，上禾二秉，下禾八秉，實九斗也。「損之曰益」，言損一斗餘當一十斗。今欲全其實，當加所損也。「益之曰損」，言益實一斗乃滿一十斗，今欲知②本實，當減所加即得也。損實一斗者，其實過一十斗也。益實一斗者，其實不滿一十斗也。重論損益數者，各以損益之數損益之也。
〔三〕今有上禾二秉，中禾三秉，下禾四秉，實皆不滿斗。上取中，中取下，下取上各一秉而實滿斗。問上、中、下禾實一秉各幾何？
荅曰：
上禾一秉實二十五分斗之九，
中禾一秉實二十五分斗之七，
下禾一秉實二十五分斗之四。
術曰：如方程，各置所取，置上禾二秉爲右行之上，中禾三秉爲中行之中，下禾四秉爲左行之下，所取一秉及實一斗各從其位。諸行相借取之物，皆依此例。以正負術入之。
正負術曰：今兩算得失相反，要令正負以名之。正算赤，負算黑。否則以邪正爲異。方程自有赤黑相取，左右數相推求之術。而其并減之勢不得廣通③，故使赤黑相消奪之。於算或減或益，同行異位，殊爲二品，各有并減之差，見於下焉。著此二條，特繫之禾以成此二條之意。故赤黑相雜足以定上下之程，減益雖殊足以通左右之數，差實雖分足以應同異之率。然則其正無入負之，負無入正之④，其率不妄也。同名相除，此爲以赤除赤，以黑除黑，行求相減者，爲去⑤頭位也。然則頭位同名者當用此條，頭位異名者當用下條。異名相益，以⑥行減行當各以其類矣。其異名者，非其類也。非其類者，猶無對也，非所得減也。故赤用黑對則餘黑，黑用赤對則餘赤。⑦赤黑并於本數，此爲相益⑧，皆所以爲消奪。消奪之與減益成一實也。術本取要必除行首，至於他位

图 1-24　刘徽《九章算术注》书影

小结·评价

一、内容整理

二、主要知识回顾

1. 整数与分数统称有理数. 有理数又常按以下方式分类：

$$\text{有理数}\begin{cases}\text{正有理数}\\0\\\text{负有理数}\end{cases}$$

2. 有理数是有序的，可以比较大小. 在数轴上，右边的点所表示的数比左边的点所表示的数大.

3. 有理数运算

（1）运算法则

运　算	两数同号		两数异号		两数中一个为 0
	符　号	绝 对 值	符　号	绝 对 值	
加法					
乘法					

减法可化为加法：减去一个数，等于加上____________.

除法可化为乘法：除以一个不为 0 的数，等于乘以____________.

乘方即为乘法：是相同因数的乘法.

（2）运算律

设 a，b，c 是任意有理数，用式子表示下面运算律：

运　算	加　法	乘　法
交换律		
结合律		
分配律		

（3）运算顺序

先乘方，再乘除，后加减；如果有括号，先进行括号里的运算.

三、自评与互评

1. 引进负数解决了什么问题？谈谈你的看法.

2. 举例说明有理数的运算（加、减、乘、除）与小学学习的同样运算的不同之处.

3. 如果你是老师，你准备以什么具体问题向学生解释算式 $2-3=-1$. 把你的想法和同学们交流.

4. 从特殊到一般是数学发现中常用的方法，在本章的学习中也多次用到这种方法，请举例说明.

5. 数轴是研究数学问题的重要工具，结合本章学习谈谈数轴是如何帮助你理解所学知识的.

A组 复习题

1. 判断正误：

(1) 有理数分为正数和负数. ( )

(2) $-a$ 一定表示负数. ( )

(3) $-|-2|=2$. ( )

(4) $(-3)^{30}>0$. ( )

2. 报纸上常出现进出口贸易“顺差”和“逆差”，查一查资料，说一说它们的含义.

3. 将下列各数表示在数轴上，并从小到大用“$<$”号把它们连接起来：

-4，0，-1.5，1，-0.5，-6，$+7$，2.5.

4. 比较下列各组数的大小：

(1) $-(+0.16)$ 与 $-|-0.161|$；

(2) $-(-15)$ 与 15；

(3) -0.333 与 $-\frac{1}{3}$；

(4) $|-9|$ 与 $-|+9|$.

5. (1) 在数轴上到原点距离等于 6 个单位长度的点表示什么数？

(2) 求满足等式 $|x|=|-5|$ 的 x 值.

6. 计算：

(1) $(-10)+8$；

(2) $(-13)+(-30)$；

(3) $(-15)-21$；

(4) $(-13)-(-7)$；

(5) $(-32)-(-32)$；

(6) $25-(-25)$；

(7) $\left(-\frac{2}{5}\right)\times\left(-\frac{5}{2}\right)$；

(8) $(-11)\times 12$；

(9) $(-91)\div 13$；

(10) $(-48)\div(-16)$；

(11) $\left(-\frac{1}{3}\right)\div\left(-\frac{4}{3}\right)$；

(12) $2.5\div(-5)$.

7. 判断正误：

(1) 两个数的积是正数，这两个数都是正数. ( )

(2) 负数的任何次方都是负数. ( )

8. 计算：

(1) $7.3-8.2+5.1-1.2$;

(2) $15-[1-(-10-4)]$;

(3) $-\frac{2}{3}+\left(-\frac{1}{6}\right)-\left(-\frac{1}{4}\right)-\frac{1}{2}$;

(4) $\left(\frac{1}{2}-\frac{2}{5}-\frac{3}{10}\right)\div\left(-\frac{3}{5}\right)$;

(5) $-\frac{5}{3}\times\left(0.5-\frac{2}{3}\right)\div\frac{10}{9}$;

(6) $42\times\left(-\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{3}{4}\right)\div(-0.25)$;

(7) $(-56)\div(-12+8)+(-2)\times 5$;

(8) $-3^2-(-2)^2+(-3)^3-2^3$.

9. 填空：

(1) 截至 2010 年底，我国已建立的自然保护区总面积为 14 944 万公顷，用科学记数法表示应为______hm^2；

(2) 截至 2010 年底，我国手机用户达到 8.59 亿户. 用科学记数法表示应为______户.

10. 用四舍五入法对下列各数按要求取近似值：

(1) 12.17，860 400（精确到十位）；

(2) 3.401 7，92.598（精确到百分位）.

11. 某冷冻厂的一个冷库的温度是 -2℃，现有一批食品需要在 -28℃下冷藏，如果每时能降温 4℃，问经过多长时间能降到所要求的温度？

12. 某商店出售的一种袋装大米，在包装袋上标有：25(kg) ±0.25(kg). 问：

(1) ±0.25(kg)是什么意思？

(2) 这袋大米最多有多重？最少有多重？

13. 学校开运动会选拔男仪仗队员. 身高以 175 cm 为基准，高于基准记为正，低于基准记为负. 现有参选队员 5 人，量得他们的身高后，分别记为 -5 cm，-3 cm，-1 cm，2 cm，3 cm. 如果实际选拔男仪仗队员的身高标准为 173 ~ 177 cm（包括 173 cm 和 177 cm），那么上述 5 人中有几人可入选？

B组

复习题

1. 有理数 x_1，x_2 表示在数轴上得到点 A_1，A_2，我们就把 x_1，x_2 叫做 A_1，A_2 的一维坐标. 一般地，称 $|x_2-x_1|$ 为点 A_1 与点 A_2 之间的距离. 如果 x_1，x_2 分别取下面各组的值，试求 $|x_2-x_1|$ 的值.

   (1) $x_1=5$，$x_2=2$；
   (2) $x_1=2$，$x_2=-5$；
   (3) $x_1=6$，$x_2=-3$；
   (4) $x_1=-3$，$x_2=-6$.

2. n 是正整数，求 $\dfrac{(+1)^n+(-1)^n}{2}$ 的值.

3. 计算：

   (1) $1-2+3-4+5-6+\cdots+99-100$；
   (2) $1-2+3-4+5-6+\cdots+99-100+101$；
   (3) $1-2+3-4+5-6+\cdots+(-1)^{n+1}n$（$n$ 为正整数）.

第2章 整式加减

在小学我们已经学习了用字母表示数,并用含有字母的式子反映简单的数量关系,这些式子有哪些类型? 又怎样进行加减运算呢?

本章将学习代数式及整式加减运算.

2.1 代数式

图 2-1

1. 用字母表示数

问题❶ 2008 年 9 月 25 日，我国成功发射了“神舟七号”载人飞船. 它在椭圆形轨道上环绕地球飞过 45 周，历时约 68 h. 试求：

（1）该飞船绕地球飞行一周约需________min（精确到 1 min）；

（2）该飞船绕地球飞行 n 周约需________min.

问题❷ 能被 2 整除的整数叫做**偶数**（even integer），不能被 2 整除的整数叫做**奇数**（odd integer）.

设 k 表示任意一个整数，用含有 k 的式子表示：

（1）任意一个偶数：________；

（2）任意一个奇数：________.

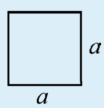
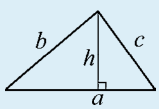
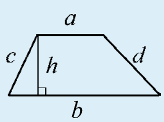
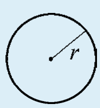
图 2-2

问题❸　如图 2-2，月历中用长方形框任意框出的 3 个数 $\boxed{\begin{matrix} a \\ b \\ c \end{matrix}}$ 之间的关系是________________（请用一个等式表示这个关系）.

从上面例子可以看出：用字母表示数，可以把一些数量关系更简明地表示出来，把具体的数换成抽象的字母，使所得式子反映的规律具有普遍意义，从而为叙述和研究问题带来方便.

练习

1. 用所给字母表示有关图形的周长和面积的计算公式：

名　称	图　形	用字母表示公式	
		周长（C）	面积（S）
正方形		$C=4a$	$S=a^2$
三角形			
梯　形			
圆			

2. 填空：

（1）甲、乙两地相距 s km，一辆汽车以 v km/h 的平均速度从甲地到乙地，走完全程共需________h；

(2) 把 a g 盐放进 b g 水中全部溶化得到盐水，这时盐水含盐的百分率为________；

(3) 棱长为 a cm 的正方体，它的体积为________ cm^3；

(4) 圆锥的底面半径为 r m，高为 h m，它的体积为________ m^3.

3. 填空：

(1) 如果 a，b 互为相反数，那么 $a+b=$________；

(2) 用字母表示有理数减法法则：______________________________.

4. 判断正误：

(1) 如果 a，b 是任意数，$a=b$，那么 $|a|=|-b|$.　　(　　)

(2) 如果 a，b 是任意数，$a>b$，那么 $|a|>|b|$.　　(　　)

2. 代数式

在前面，出现了 $91n$，$a+b$，$2k-1$，$4a$，a^2，$\frac{s}{v}$，$\frac{1}{3}\pi r^2h$ 等，像这样用加、减、乘、除及乘方等运算符号把数或表示数的字母连接而成的式子，叫做**代数式**(algebraic expression).

单个的数或字母也是代数式.

在代数式中：

(1) 如果出现乘号，可写成“·”或不写. 数字与字母相乘时，数字写在字母前，如 $91\times n$ 写成 $91n$. 字母与字母相乘时，相同字母写成幂的形式，如 $a\cdot a$ 写成 a^2. 数字与数字相乘时，“×”号不能省.

(2) 如果式中出现除法，一般写成分数形式，如 $s\div v$ 写成 $\frac{s}{v}$.

在今后的学习中，为解决问题常需先把问题中的一些数量关系用代数式表示出来，也就是列出代数式.

例 1　设甲数为 a，乙数为 b，用代数式表示：

(1) 甲数的 3 倍与乙数的一半的差；

（2）甲、乙两数和的平方.

解　（1）$3a-\frac{1}{2}b$.　　　（2）$(a+b)^2$.

例 2　填空：

（1）某商店上月收入 x 元，本月收入比上月的 2 倍还多 5 万元，该商店本月收入为________元；

（2）一件 a 元的衬衫，降价 10% 后，价格为________元；

（3）含盐 10% 的盐水 800 g，在其中加入盐 a g 后，盐水含盐的百分率为________.

解　（1）$(2x+50\,000)$.

（2）$(1-10\%)a$.

（3）$\dfrac{800\times10\%+a}{800+a}\times100\%=\dfrac{80+a}{800+a}\times100\%$.

练习

1. 填空：

（1）甲数比乙数的 2 倍多 4，设乙数为 x，则甲数为________；

（2）甲数除以乙数得商为 10，设甲数为 y，则乙数为________.

2. 填空：

（1）m 支铅笔售价 10 元，n 支这种铅笔的售价是________元；

（2）苹果每千克售价 p 元，买 5 kg 以上 9 折优惠. 现买 15 kg，应付________元.

3. 用代数式表示：

（1）$-a$ 的相反数；

（2）a，b 两数平方的和.

4. 用代数式表示：

（1）一桶含盐 $p\%$ 的盐水的质量为 m kg，则这桶盐水中水的质量为多少？

（2）某超市里的矿泉水进价每瓶为 a 元，零售时每瓶要加价 20%，它的零售价是多少元？

例 3　用代数式表示：

（1）把 a 本书分给若干名学生，若每人 5 本，尚余 3 本，求学生数；

（2）2011 年 6 月 30 日京沪高铁客运专线正式开通，从北京到上海，高铁列车比动车组列车运行时间缩短了约 3 h. 假设从北京到上海列车运行全程为 s km，动车组列车的平均速度为 v km/h，求高铁列车运行全程所需的时间.

解　（1）从 a 本书中去掉 3 本后，按每人 5 本正好分完，故学生数为 $\frac{a-3}{5}$.

（2）因为动车组列车运行全程需要 $\frac{s}{v}$ h，所以，高铁列车运行全程需要 $\left(\frac{s}{v}-3\right)$ h.

例 4　说出下列代数式的意义：

（1）圆珠笔每支售价 a 元，练习簿每本售价 b 元，那么 $3a+4b$ 表示什么？

（2）长方形的长、宽分别为 a，b，那么 $a(b+1)$ 表示什么？

解　（1）3 支圆珠笔与 4 本练习簿的总价格.

（2）长为 a、宽为 $b+1$ 的长方形的面积.

练习

1. 填空：

（1）购买单价为 a 元的贺年卡 n 张，付出 50 元，应找回________元；

（2）女儿今年 x 岁，妈妈的年龄是女儿的 3 倍，3 年后妈妈的年龄是________岁.

2. 用代数式表示被 3 除所得的商为 n、余数为 2 的整数.

3. 长方体的长为 3 m、宽和高都是 a m，用代数式表示长方体的表面积.

4. 代数式 $2x+3$ 可以表示什么？结合生活实际，举出两个可以用这个代数式表示其中数量关系的例子.

思考

1. 整数23读作“二十三”，应是$2\times10+3$. 如果一个整数的个位和十位上的数字分别是a_1, a_2，那么这个两位数用代数式表示为______.

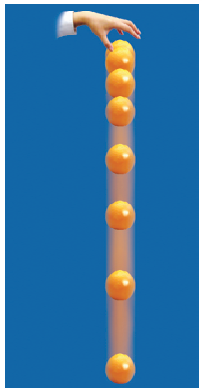


图 2-3

对于任一个三位数，设它个位、十位和百位上的数字分别为a_1，a_2，a_3，那么这个三位数用代数式表示为________.

2. 松手释放一个小球，让它从高处自由落下（图2－3），测得它下落的高度h与时间t的有关数据如下表：

t/s	1	2	3
h/m	$\frac{1}{2}\times9.8\times1$	$\frac{1}{2}\times9.8\times4$	$\frac{1}{2}\times9.8\times9$
t/s	4	5	…
h/m	$\frac{1}{2}\times9.8\times16$	$\frac{1}{2}\times9.8\times25$	…

(1) 观察表中的数据，你发现有什么规律?

(2) 用含t的式子表示h，并求出$t=10$时的h值.

3. 把长与宽分别为2，1的小长方形纸片，一个紧接着前一个排在一条直线上，形成一个个大长方形，依次如图2－4.

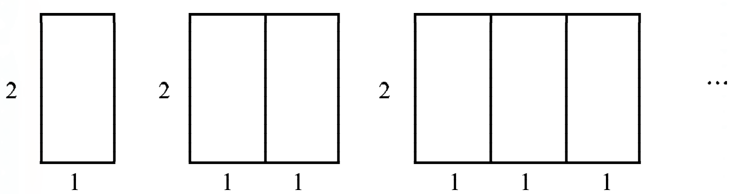


图 2-4

大长方形周长是怎么算的，与同学们交流，看看算法是否一样？

（1）分别算出各个大长方形的周长（填在表内）：

小长方形个数	1	2	3	4	5	6
大长方形周长						

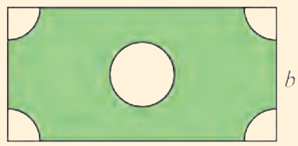
（2）当小长方形有 n 个时，求大长方形的周长.

练习

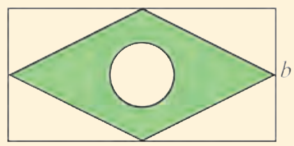
1. （1）在一块长和宽分别为 a，b 的长方形园地里，修建一个中心是圆，四角都是四分之一个圆（半径均为 r）的花坛，其余部分种上草. 请算出草地面积，如图（1）；

（2）如果将长方形四边的中点顺次连接起来得到的四个三角形及中间一个圆（半径为 r）的部分做花坛，其余部分做草地，如图（2），这时草地的面积是多少？与图（1）比较，哪一个图中草地面积大些？

（3）在这块园地里，你能设计出其他形状的花坛吗？把你的设计和同学交流一下，并写出计算草地面积的式子.



(1)

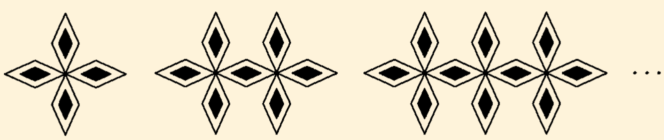


(2)

（第 1 题）

2. 观察下列一组数：$\frac{1}{2}$，$\frac{3}{4}$，$\frac{5}{6}$，$\frac{7}{8}$，…它们是按一定规律排列的，那么这一组数的第 k 个数是________.

3. 如图是一组有规律的图案，第 1 个图案由 4 个基础图形组成，第 2 个图案由 7 个基础图形组成……第 n（n 是正整数）个图案由________个基础图形组成.


(1)　(2)　(3)

（第 3 题）

在代数式中，$4a$，a^2，$\frac{1}{3}\pi r^2 h$，$-y$ 都是数与字母的积，像这样的代数式叫做**单项式**(monomial)，其中 4，1，$\frac{1}{3}\pi$，-1 分别是 $4a$，a^2，$\frac{1}{3}\pi r^2 h$，$-y$ 的**系数**(coefficient). 单项式的系数是 1 或 -1 时，"1"省略不写. 单个的字母或数，如 a，7 等也是单项式.

一个单项式中，所有字母的指数之和叫做这个单项式的**次数**(degree). 如 $4a$，$-y$ 的次数都是 1；而 a^2，$\frac{1}{3}\pi r^2 h$的次数分别是 2，3.

$2x+3$，$b+a$，$ab+ac$，$w-2$，$100a+10b+c$ 都是几个单项式的和，像这样的代数式叫做**多项式**(polynomial).

在多项式里，每个单项式(连同符号)叫做多项式的**项**(term)，其中不含字母的项，叫做**常数项**(constant term). 如 $4a^2-a+7$ 中，$4a^2$，$-a$ 和 7 都是它的项，其中 7 是常数项.

一个多项式含有几项，这个多项式就叫做几项式. 一个多项式里，次数最高的项的次数，叫做这个多项式的**次数**. 如 $4a^2-a+7$ 是二次三项式.

单项式与多项式统称为**整式**(integral expression).

例 5 写出下列单项式的系数和次数：

$$-15a^2b,\ xy,\ \frac{2}{3}a^2b^2,\ -a,\ \frac{1}{2}ah.$$

解

单项式	$-15a^2b$	xy	$\frac{2}{3}a^2b^2$	$-a$	$\frac{1}{2}ah$
系　数	-15	1	$\frac{2}{3}$	-1	$\frac{1}{2}$
次　数	3	2	4	1	2

例 6 下列多项式分别是几次几项式?

$$\frac{2}{3}x-\frac{1}{2}y,\ 4a^2-ab+b^2,\ x^2y^2-\frac{1}{3}xy-1.$$

解 $\frac{2}{3}x-\frac{1}{2}y$ 是一次二项式;

$4a^2-ab+b^2$ 是二次三项式;

$x^2y^2-\frac{1}{3}xy-1$ 是四次三项式.

练习

1. 判断正误:

(1) x 是一次单项式. ( )

(2) $\frac{5}{a}$ 是单项式. ( )

(3) 单项式 xy 没有系数. ( )

(4) 2^3x^2 是五次单项式. ( )

(5) -1 不是单项式. ( )

(6) $3x+y$ 是二次二项式. ( )

2. 填表:

单项式	$-7a$	$\frac{3}{5}x^2y^3$	m	$0.3xy$	$2ab$	$-x^2y$
系数						
次数						

3. 下列多项式是几次几项式,说出它们各项的系数、次数:

(1) $-2x+1$;　　(2) x^2-xy+y^2;

(3) $3x-4x^2+1$;　　(4) $-mn-m+1$.

4. 说出多项式 $2x-3xy^2+1$ 中最高次项及常数项.

3. 代数式的值

一项调查研究显示：一个 10～50 岁的人，每天所需的睡眠时间 t h 与他的年龄 n 岁之间的关系为 $t=\frac{110-n}{10}$.

例如，30 岁的人每天所需的睡眠时间为

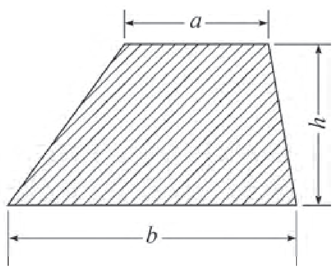
$$t=\frac{110-30}{10}=8(\text{h}).$$

算一算，你每天需要多少睡眠时间？

像这样，用数值代替代数式里的字母，按照代数式中的运算关系计算得出的结果叫做**代数式的值**（value of algebraic expression）.

例 7 某堤坝[图 2－5(1)]的横截面是梯形[图 2－5(2)]，测得梯形上底 $a=18$ m，下底 $b=36$ m，高 $h=20$ m，求这个截面的面积.

(1)



(2)

图 2-5

解 梯形面积公式是

$$S=\frac{1}{2}(a+b)h.$$

将 $a=18$，$b=36$，$h=20$ 代入上面公式，得

$$S=\frac{1}{2}(a+b)h$$
$$=\frac{1}{2}\times(18+36)\times 20$$

$$= 540(m^2).$$

答：堤坝的横截面面积是 540 m^2.

例 8 当 $x=-3$，$y=2$ 时，求下列代数式的值：

(1) x^2-y^2； (2) $(x-y)^2$.

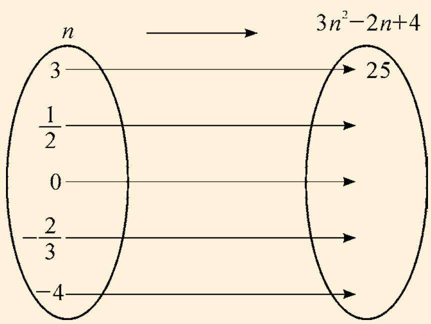
解 当 $x=-3$，$y=2$ 时，

$$(1)\ x^2-y^2=(-3)^2-2^2 = 9-4 = 5.$$

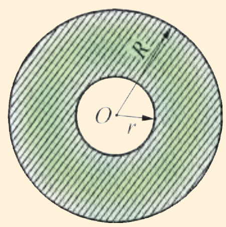
$$(2)\ (x-y)^2=(-3-2)^2 = (-5)^2 = 25.$$

练习

1. 填图：



（第 1 题）



（第 2 题）

2. 如图是一个圆环，外圆与内圆的半径分别是 R 和 r.
   (1) 用代数式表示圆环面积；
   (2) 当 $R=5$ cm，$r=2$ cm 时，圆环的面积是多少（π 取 3.14）？
3. 设甲数是 x，乙数是 y.
   (1) 用代数式表示甲、乙两数和的立方；
   (2) 用代数式表示甲、乙两数的立方和；
   (3) 当 $x=-2$，$y=-1$ 时，计算(1)和(2)所列代数式的值.

习题 2.1

1. 填空：

（1）20 kg 种子售价 a 元，那么 m kg 种子的售价是______元；

（2）某旅游景区有自行车出租，在前 2 h 每辆每时收租金 10 元，以后每时收租金 a 元，那么一辆自行车出租 5 h 应收租金________元.

2. 填空：

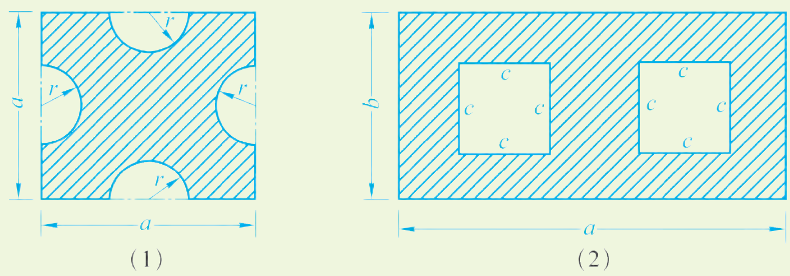
（1）三个连续整数中，中间一个是 n，其余两个分别是______和______；

（2）$2n$ 是偶数，那么它的相邻偶数是__________________.

3. 某商品实行 8 折优惠.（1）如果它的原价为 x 元，求优惠价；（2）如果优惠价为 x 元，求原价.

4. 某餐厅有 a m^3 液化气，计划每天用 b m^3. 现节约用气，每天少用 2 m^3. 问实行节约用气后可多用多少天？

5. 如图，求图中阴影部分的面积.



（第 5 题）

6. 已知代数式：

$$3x,\ \frac{5}{2}ab,\ \frac{2}{R},\ -y,\ a+b,\ 1+x^2-3x,\ -2t^2,\ 3x-\frac{1}{2},\ m^2-1,\ \frac{1}{r}+1.$$

（1）其中哪些是单项式？分别指出它们的系数和次数；

（2）其中哪些是多项式？它们分别是几次几项式？如果有常数项，那么常数项各是什么？

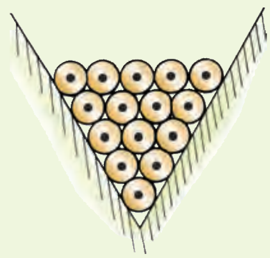
7. 当 $x=\frac{1}{2}$，$y=-2$ 时，求下列代数式的值：

（1）$2x^2-y+2$；　　（2）$\frac{4x-2y}{xy}$.

8. 将 $a=-8$, $b=3$, $c=2$, $d=-4$ 分别代入 $(a-b)-(c-d)$ 和 $a-b-c+d$ 两个式子,计算结果,看看它们是否相等? 再任给 a, b, c, d 若干组你喜欢的值,代入上面式子中,计算结果. 从中你能得到什么结论?

9. 从山脚起每升高 100 m,气温降低 0.6℃. 已知山脚的温度是 26℃,在高出山脚 x m 的山上温度是多少? 在高出山脚 800 m 的山上温度是多少?

10. 一种放铅笔的 V 形槽如图,从下向上数,第一层放 1 支,第二层放 2 支,依次每层多放 1 支. 只要数一数顶层的支数 n,就可以用公式 $\frac{n(n+1)}{2}$ 算出槽内铅笔的总数. 当 $n=6$, $n=12$ 时,分别计算槽内铅笔的总数.



(第 10 题)

11. 某商店出售一种商品,其数量 x 与售价 y 之间的关系如下表(表中 0.2 是包装费):

数量 x/件	1	2	3	4	…
售价 y/元	2.3 + 0.2	4.6 + 0.2	6.9 + 0.2	9.2 + 0.2	…

(1) 写出用数量 x 表示售价 y 的代数式;

(2) 求 20 件这种商品的售价;

(3) 若买这种商品花费了 23.2 元,问买了多少件?

数学活动

探索数的规律

任意写一个三位数,比如 419. 然后再把这个三位数重写一次与它并排构成一个六位数:419 419. 对于这个六位数,先用 7 去除,把得到的商用 11 去除,对第二次得到的商再用 13 去除. 这时,你得到怎样的结果?

再举几个三位数,按上述步骤试试.

你能归纳出其中的规律吗? 能说明其中的道理吗?

2.2 整式加减

问题　在甲、乙两面墙壁上，各挖去一个圆形空洞安装窗花，其余部分油漆. 请根据图中尺寸(图 2-6)算出：

(1) 两面墙上油漆面积一共有多大?

(2) 较大一面墙比较小一面墙的油漆面积大多少?

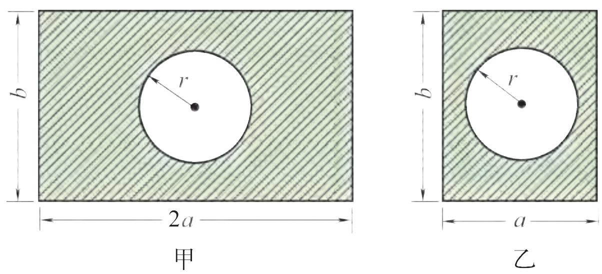


图　2-6

1. 合并同类项

解答上面问题(1)，容易看出一种办法是先算两个长方形墙面的面积之和 $2ab+ab$，再减去两个圆面积之和 $\pi r^2+\pi r^2$.

在 $2ab+ab$ 中，项 $2ab$ 与 ab 都含字母 a 和 b，并且 a 的指数都是 1，b 的指数也都是 1；在 $\pi r^2+\pi r^2$ 中项 πr^2 与 πr^2 都含字母 r，并且 r 的指数都是 2. 像这样，所含字母相同，并且相同字母的指数也相同的项叫做**同类项**(like term). 常数项与常数项是同类项.

在多项式中遇到同类项，可以运用加法交换律、加法结合律、分配律合并，如

$$4x^2+2x-1-3x^2+3x+2$$

$$= 4x^2 - 3x^2 + 2x + 3x - 1 + 2$$
$$= (4x^2 - 3x^2) + (2x + 3x) + [(-1) + 2]$$
$$= (4 - 3)x^2 + (2 + 3)x + (-1 + 2)$$
$$= x^2 + 5x + 1.$$

把多项式中的同类项合并成一项，叫做**合并同类项**(unite like term).

合并同类项的法则是：

同类项的系数相加，所得结果作为系数，字母和字母的指数不变.

下面，请计算：$(2ab + ab) - (\pi r^2 + \pi r^2)$

$= \underline{\qquad\qquad\qquad}.$

例 1 合并下式中的同类项.

$$4a^2 + 3b^2 - 2ab - 3a^2 + b^2.$$

解 $4a^2 + 3b^2 - 2ab - 3a^2 + b^2$

$= (4a^2 - 3a^2) - 2ab + (3b^2 + b^2)$

$= (4 - 3)a^2 - 2ab + (3 + 1)b^2$

$= a^2 - 2ab + 4b^2.$

例 2 求多项式 $3a + abc - \frac{1}{3}c^2 - 3a + \frac{1}{3}c^2$ 的值，其中 $a = -\frac{1}{6}$, $b = 2$, $c = -3$.

解 $3a + abc - \frac{1}{3}c^2 - 3a + \frac{1}{3}c^2$

$= (3a - 3a) + abc + \left(-\frac{1}{3}c^2 + \frac{1}{3}c^2\right)$

$= (3 - 3)a + abc + \left(-\frac{1}{3} + \frac{1}{3}\right)c^2$

$= abc.$

当 $a = -\frac{1}{6}$, $b = 2$, $c = -3$ 时，

原式 $= abc = \left(-\frac{1}{6}\right) \times 2 \times (-3) = 1$.

练习

1. 下列各题中的两项是不是同类项？

(1) $3a^2b$ 与 $3ab^2$； (2) xy 与 $-xy$；

(3) $4abc$ 与 $4ac$； (4) -3 与 $\frac{1}{3}$.

2. 判断下面合并同类项是否正确，若有错，请改正：

(1) $5x^2 + 6x^2 = 11x^4$. (　　　　)

(2) $5x + 2x = 7x^2$. (　　　　)

(3) $5x^2 - 3x^2 = 2$. (　　　　)

(4) $16xy - 16yx = 0$. (　　　　)

3. 合并下列各式中的同类项：

(1) $-8x + 8x =$ __________；

(2) $-a - 7a + 3a =$ __________.

4. 求值：$3x - 4x^2 + 7 - 3x + 2x^2 + 1$，其中 $x = 2$.

2. 去括号、添括号

解答本节的问题(2)，就是求整式 $2ab - \pi r^2$ 与 $ab - \pi r^2$ 的差：

$$(2ab - \pi r^2) - (ab - \pi r^2),$$

要计算上式，先要去括号，如何去括号呢？

利用运算律，可以去括号，例如，

$4 + (-a + b)$

$= [4 + (-a)] + b$(加法结合律)

$= 4 + (-a) + b$

$= 4 - a + b$；(减法法则)

一个数与(-1)相乘，得它的相反数，你还记得吗？

$$
\begin{aligned}
&4-(-a+b)\\
=&4+[(-1)\times(-a+b)]\text{（减法法则）}\\
=&4+[a+(-b)]\text{（分配律）}\\
=&(4+a)+(-b)\text{（加法结合律）}\\
=&4+a+(-b)\\
=&4+a-b.\text{（减法法则）}
\end{aligned}
$$

观察

习题 2.1 第 8 题，为这里归纳法则作了铺垫.

比较

$4+(-a+b)=4-a+b$,

$4-(-a+b)=4+a-b$.

在去括号前后，括号里各项的符号有什么变化.

一般地，我们有如下的去括号法则：

(1) 如果括号前面是“+”号，去括号时把括号连同它前面的“+”号去掉，括号内的各项都不改变符号.

(2) 如果括号前面是“-”号，去括号时把括号连同它前面的“-”号去掉，括号内的各项都改变符号.

下面再来求 $2ab-\pi r^2$ 与 $ab-\pi r^2$ 的差：

$$
\begin{aligned}
&(2ab-\pi r^2)-(ab-\pi r^2)\\
=&2ab-\pi r^2-ab+\pi r^2\\
=&ab.
\end{aligned}
$$

例 3 先去括号，再合并同类项：

(1) $8a+2b+(5a-b)$;

(2) $a+(5a-3b)-2(a-2b)$.

解 (1) $8a+2b+(5a-b)$

$=8a+2b+5a-b$

$= (8a+5a)+(2b-b)$

$= 13a+b.$

(2) $a+(5a-3b)-2(a-2b)$

$= a+5a-3b-2a+4b$

$= (a+5a-2a)+(-3b+4b)$

$= 4a+b.$

练习

1. 去括号：

(1) $x+(-y+3)$；　　(2) $x-(-3-y)$；

(3) $-(x-y)+3$；　　(4) $3-(x+y)$.

2. 判断下列去括号有没有错误，如有错误，请改正：

(1) $x^2-(3x-2)=x^2-3x-2$.　　(　　　　)

(2) $7a+(5b-1)=7a+5b+1$.　　(　　　　)

(3) $2m^2-(3m+5)=2m^2-3m-5$.　　(　　　　)

(4) $-(a-b)+(ab-1)=-a-b+ab-1$.　　(　　　　)

3. 先去括号，再合并同类项：

(1) $(4ab-a^2-b^2)-(-a^2+b^2+3ab)$；

(2) $x+(-1-x)-2(2x-4)$.

在解答本节的问题(1)时，也可以先分别算出甲、乙两面墙的油漆面积再求和，这时就需添括号，即

$$\begin{aligned}&(2ab-\pi r^2)+(ab-\pi r^2)\\=\;&2ab-\pi r^2+ab-\pi r^2\\=\;&2ab+ab-\pi r^2-\pi r^2\\=\;&(2ab+ab)-(\pi r^2+\pi r^2).\end{aligned}$$

添括号的法则是：

添括号是否正确，可以用去括号法则检验.

(1) 所添括号前面是“+”号，括到括号内的各项都不改变符号；

(2) 所添括号前面是“-”号，括到括号内的各项都改变符号.

练习

1. 在下列各题的括号内，填写适当的项：

(1) $a-b+c-d=a+(\qquad)$；

(2) $a-b-c+d=a-(\qquad)$；

(3) $a-b-c+d=a+(\qquad)+d$；

(4) $a-b+c-d=a-b-(\qquad)$.

2. 判断下列各题中添括号有没有错误. 有错误的，应当怎样改正？

(1) $a-2b-3m+n=a-(2b-3m+n)$. (   )

(2) $m-2n+a-b=m+(2n+a-b)$. (   )

(3) $x-2a-4b+y=(x-2a)-(4b-y)$. (   )

(4) $a-2b+c-1=-(a+2b-c+1)$. (   )

3. 不改变多项式 $x^3-x^2y+xy^2-y^3$ 的值，按下面的要求把它的后两项用括号括起来：

(1) 括号前带有“+”号；　　(2) 括号前带有“-”号.

3. 整式加减

通过前面的研究我们知道，整式加减运算可归结为去括号、合并同类项.

例 4　求整式 $4-5x^2+3x$ 与 $-2x+7x^2-3$ 的和.

解　$(4-5x^2+3x)+(-2x+7x^2-3)$

$=4-5x^2+3x-2x+7x^2-3$

$=(-5x^2+7x^2)+(3x-2x)+(4-3)$

$=2x^2+x+1$.

运算结果，常将多项式按某个字母（如 x）的指数从大到小（或从小到大）依次排列，这种排列叫做关于这个字母（如 x）的**降幂（升幂）排列**. 本例的结果是降幂排列.

例 5 先化简，再求值：

$5a^2-[a^2-(2a-5a^2)-2(a^2-3a)]$，其中 $a=4$.

解 原式 $=5a^2-(a^2-2a+5a^2-2a^2+6a)$

$=5a^2-(4a^2+4a)$

$=5a^2-4a^2-4a$

$=a^2-4a.$

当 $a=4$ 时，

原式 $=a^2-4a=4^2-4\times4=0.$

练习

1. 计算：

   (1) $-3a+(-2a^2)-(-2a)-3a^2$；

   (2) $\left(-\frac{1}{3}xy\right)+\left(-\frac{2}{5}x^2\right)-\frac{1}{2}x^2-\left(-\frac{1}{6}xy\right)$.

2. 把多项式 $-2x^2y+3xy^2-x^3y^3-4$ 重新排列：

   (1) 按 x 的降幂排列；　　(2) 按 y 的降幂排列.

3. (1) 求 $3x^2-2x+1$ 与 $3-2x^2-x$ 的和，结果按 x 的降幂排列；

   (2) 求 $7-2x+x^2$ 减 $5+3x-2x^2$ 的差，结果按 x 的升幂排列.

4. 计算：

   (1) $-(x^3+2x^2-1)+(x^3-2x^2+x-2)$；

   (2) $(2ax-3by-5)-2(ax-2)+(-2by+1)$.

5. 求值：$-2-(2a-3b+1)-(3a+2b)$，其中 $a=-3$，$b=-2$.

习题 2.2

1. 合并同类项：

(1) $-8x+6x-x$；

(2) $4ab-5ab+2ab$；

(3) $2x^2+x-x^2-x$；

(4) $3x^2-6+4x-6x-2x^2+5$.

2. 求下列各式的值：

(1) $2x^2-3x+x^2+4x-2$，其中 $x=-\frac{1}{2}$；

(2) $7a^2-2ab+b^2+a^2+3ab-2b^2$，其中 $a=-2$，$b=2$.

3. 把下列多项式先按 x 的降幂排列，再按 x 的升幂排列：

(1) $13x-4x^2-2x^3-6$；

(2) $3x^2y-3xy^2+y^3-x^3$.

4. 先去括号，再合并同类项：

(1) $3a-b+(5a-3b+3)$；

(2) $(2b-3a)-(2a-3b+1)$；

(3) $4x^2+2(x^2-y^2)-3(x^2+y^2)$.

5. 在下列各式的括号里填上适当的项：

(1) $2a+a^2-b^2=2a+(\qquad\qquad)$；

(2) $4-a^2+2ab-b^2=4-(\qquad\qquad)$；

(3) $a+b-a^2+b^2=a+b-(\qquad\qquad)$.

6. 用括号把多项式 $am+bn-bm-an$ 分成两组，使其中含 m 的项相结合，含 n 的项相结合(两个括号用“$-$”连接).

7. 计算：

(1) $(3a+2b+8c)+(2a-3b-5c)$；

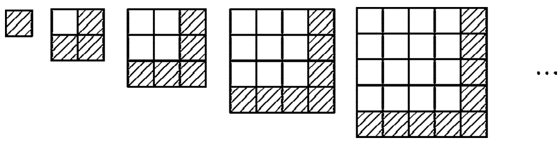
(2) $(2xy+x^2-y^2)-(x^2-y^2-3xy)$；

(3) $3x^2-[5x+(4x-5)-9x^2]$.

阅读与思考

归纳推理

用一些相同的小正方形,排成如下的一些大正方形图形,如图 2-7.



(1) (2) (3) (4) (5)

图 2-7

1. 把每个图中一边上的小正方形个数和有阴影的小正方形的个数填入表中:

图号(n)	1	2	3	4	5	…	k	…
一边上小正方形个数(n)	1	2	3			…		…
阴影小正方形个数(a_n)	1	3	5			…		…

2. 第 1 个图中小正方形只有 1 个,且有阴影,记作 $S_1=1$. 把第 1 个图并入第 2 个图,这时第 2 个图中阴影小正方形数就是前面两个图中阴影小正方形数的和:$a_1+a_2=1+3=4$. 我们把这个和 a_1+a_2 记作 S_2,即

$$S_2=a_1+a_2=1+3=2^2.$$

把第 1,2 两个图中的阴影部分一起并入第 3 个图,这时第 3 个图中的阴影小正方形数就是前面三个图中阴影小正方形数的和,记作 S_3,即

$$S_3=a_1+a_2+a_3=1+3+5=9=3^2.$$

下面,请你观察图后,归纳,猜想结果:

$$S_1=a_1=1,$$

$$S_2=a_1+a_2=1+3=2^2,$$

$$S_3=a_1+a_2+a_3=1+3+5=3^2,$$
$$S_4=\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad},$$
$$S_5=\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad},$$
……
$$S_n=\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad}.$$

像这样,根据某类事物的部分对象具有的某种性质,推出这类事物的所有对象都具有这种性质的推理,叫做**归纳推理**.

思考1 下面对每一列数,通过观察归纳,给出每个序列中的后继项:

(1) 1, 2, 4, 8, 16, 32,____, ____;

(2) 20, 18, 16, 14, 12, 10,____, ____.

思考2 平面上2条直线最多有几个交点? 当直线是3条、4条、n条时最多有多少个交点?

对于科学的发现,归纳推理也是十分有用的,通过观察、实验,对有限个对象的性质作归纳整理,提出对某类事物带有规律性的猜想,是科学研究的基本方法之一.

数学史话

数学符号

在古代,由于没有数学符号,要说明、解决一个数学问题,就画一幅图画或写一篇文章. 例如:

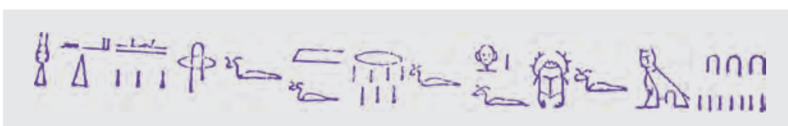


图 2-8

这是埃及出土的"莱茵德纸草书"(约公元前1650年)上的问题,图2-8中记录的问题用现在的数字符号来表示,就是下面这道数学题:

$$\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{2}+\frac{1}{7}+1\right)x=37.$$

又如,我国古代著名数学著作《孙子算经》(约公元400年)

中，刊载一个“雉（鸡）兔同笼”问题及其答案和解题方法如下：

> 问题：今有雉兔同笼，上有三十五头，下有九十四足. 问雉、兔各几何？
>
> 答曰：雉二十三，兔一十二.
>
> 术曰：上置三十五头、下置九十四足，半其足得四十七. 以少减多，再命之，上三除下四，上五除下七. 下有一除上三，下有二除上五，即得.

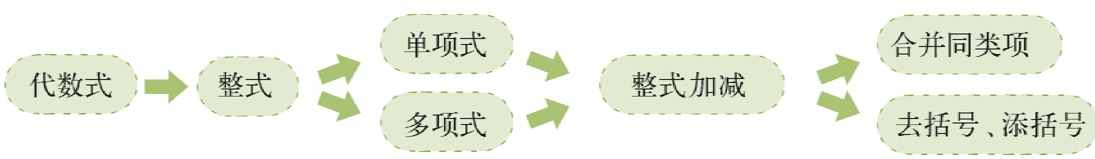
数学符号系统化首先归功于法国数学家韦达（F. Vieta，1540～1603年），他受古希腊数学家丢番图（Diophantus，3世纪）在著作中采用了一些符号的启发，第一次有意识地系统使用代数字母与符号. 其后，奥特雷德（W. Oughtred，1574～1660年）、笛卡儿（R. Descartes，1596～1690年）、莱布尼茨（G. W. Leibniz，1646～1716年）、牛顿（I. Newton，1643～1727年）、欧拉（L. Euler，1707～1783年）等数学家对数学符号系统的完善都作过很多贡献，我们今天所使用的符号，实际是长期历史淘汰后剩下的.


图 2-9　韦达

数学符号系统的建立，对于数学本身的发展以及应用于广泛的科学技术领域都是至关重要的. 今天，数学符号已经成为一种数学语言，是我们学习、研究、传播、交流和应用时必不可少的工具.

小结·评价

一、内容整理



二、主要知识回顾

1. 用__________符号把数或表示数的字母连接而成的式子叫做代数式.

2. ____________________的代数式叫做单项式. 单项式中的__________叫做这个单项式的系数;__________叫做这个单项式的次数.

3. ____________________的代数式叫做多项式. 一个多项式里,____________________的次数就叫做这个多项式的次数.

4. ____________________统称为整式. 整式加减运算可归结为____________________.

5. 去括号与添括号,关键要注意括号前的符号. 如果括号前面是"+"号,去(添)括号时括号内的各项都不改变符号;如果括号前面是"−"号,去(添)括号时括号内的各项都改变符号.

三、自评与互评

1. 用字母表示数,建立代数式,是学习代数的基础. 学过本章后你有什么体会? 互相交流一下.

2. 举两个用代数式解决问题的例子,并互相评价所提问题及其解答方法.

A组 复习题

1. 填空:

(1) 小麦播种前每公顷土地施肥 1 800 kg 作底肥,给 a hm^2 土地施底肥共需肥料________kg;

(2) 某工厂 10 月份生产机床 a 台, 11 月份比 10 月份增产 10% ,11 月份生产机床________台.

[第 1(2) 题]

2. 用代数式表示:

(1) 宽为 a cm,长比宽多 2 cm 的长方形的周长;

(2) 长为 a cm,周长为 20 cm 的长方形的面积.

3. 设 $y=3-2x$，将对应的 y 值填入表中：

x	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2
y							

4. 某初级中学的七、八、九各年级的学生数之比是 4∶3∶3，已知全校学生数为 m，那么七年级学生数是多少？

5. 一个三位数的百位上的数字是 2，十位和个位上的数字组成的两位数为 x，用代数式表示这个三位数.

6. 某种药品的原价为 p 元，两次降价 10% 后，售价是多少元？

7. 下列代数式中，哪些是单项式？哪些是多项式？把它们填在相应的框中：

$3x$，-5，$x+\frac{1}{2}y$，$\frac{b}{a}$，x^2+y^2，$\frac{5}{2}x^2y$，$2x-y$，b^2-4ac.

单项式　　　　多项式

8. （1）指出下列单项式的系数和次数：

$-4x^2y^2$，$\frac{2ab}{3}$，$2a$，$-ab^2$；

（2）指出下列多项式的项数和次数：

a^2+2a-1，$t-1$，$x^2-2xy-y^2+1$.

9. 填空：

（1）多项式 $ab+b^2-a^2+1$ 按字母 a 的降幂排列为________________________；

（2）代数式 $3x^2y$，$-2xy^2$，$\frac{1}{2}xy$，$-x^2y$，$3x$ 中，与 $5x^2y$ 是同类项的有____________________；

(3) $a^2 - x^2 + 2x - 1 = a^2 - (\qquad)$;

(4) $x^2 - (y^2 - x + y) = x^2 - y^2 + (\qquad)$;

(5) $(2a - b + c)(2a + b - c) = [2a - (\quad)][2a + (\quad)]$.

10. 计算：

(1) $3(a^2 - 2ab) - (-ab + b^2)$;

(2) $-2(2x^2 - x + 4) + 3(x^2 - 2x + 3)$.

11. 求值：

(1) $(3x^2 - 2) - (4x^2 - 2x - 3) + (2x^2 - 1)$，其中 $x = -2$;

(2) $3x^2y - [2x^2y - (2xyz - x^2z) - 4x^2z] - xyz$，其中 $x = -2$, $y = -3$, $z = 1$.

12. 某体育场看台第 1 排有 a 个座位，后面每排比前一排多 2 个座位，第 2 排、第 3 排、第 4 排各有几个座位？如用 m 表示第 n 排的座位数，则 m 是多少？当 $a = 20$, $n = 12$ 时，求 m 的值.

B组 复习题

1. 在 x kg 的盐水中，加水 10 kg 后含盐 10%，则盐水中含盐多少千克？

2. 甲、乙两地相距 200 km，汽车从甲地到乙地，速度为每时 x km. 如果汽车每时多行 30 km，可以提前多长时间到达乙地？

3. 根据公式 $s = s_0 + vt$ 填写下表：

s	s_0	v	t
	30	12	4
120		60	2
75	15		12
140	20	40	

4. 某房产公司卖出 A, B 两套公寓，每套均售得 a 万元，其中公寓 A 亏本 20%，公寓 B 盈利 20%.

(1) 用代数式表示公寓 A, B 的成本价；

(2) 设房产公司在这两笔交易中的盈亏为 p 万元，写出用 a 表示 p 的代数式，并说明 $a = 80$ 时的盈亏情况.

C组 复习题

1. 一列数，规律如下：

$1\times2,\ 2\times3,\ 3\times4,\ \cdots,$

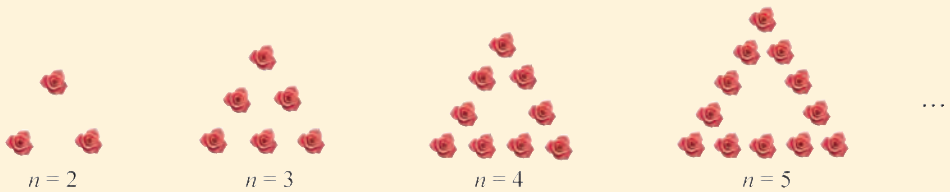
那么第 100 个数是________，第 n 个数是________.

2. 如图是花朵摆成的三角形图案，每条边上有 n（$n>1$）个点（即花朵），每个图案的总点数（即花朵总数）用 S 表示.

（1）观察图案，当 $n=6$ 时，$S=$________；

（2）分析上面的一些特例，你能得出怎样的规律？（用 n 表示 S）

（3）当 $n=100$ 时，求 S.



（第 2 题）

3. 如图，把棱长为 a 的正方体一个接一个地拼在一起，排成一组长方体.

（第 3 题）

（1）计算拼成的长方体的表面积，填入下表：

正方体个数	1	2	3	4	5	6
长方体表面积						

（2）用代数式表示 n 个小正方体拼成的长方体表面积.

第3章 一次方程与方程组

今有雉兔同笼 上有三十五头
下有九十四足 问雉兔各几何

“雉(鸡)兔同笼”是一个广为流传的中国古算题，十分有趣，你会解吗?

方程是解决问题的一种重要数学模型，应用非常广泛.

本章我们主要学习一元一次方程和二元一次方程组，以及如何应用它们解决实际问题.

3.1 一元一次方程及其解法

问题❶　在参加 2008 年北京奥运会的中国代表队中，羽毛球运动员有 19 人，比跳水运动员的 2 倍少 1 人. 参加奥运会的跳水运动员有多少人?


(1)　　(2)

图　3-1

设参加奥运会的跳水运动员有 x 人. 根据题意，得

$$2x - 1 = 19.$$

问题❷　王玲今年 12 岁，她爸爸 36 岁，问再过几年，她爸爸年龄是她年龄的 2 倍?

设再过 x 年，王玲的年龄是 $(12 + x)$ 岁，她爸爸的年龄为 $(36 + x)$ 岁. 根据题意，得

$$36 + x = 2(12 + x).$$

像上面得到的两个方程都只含有一个未知数(元)，未知数的次数都是 1，且等式两边都是整式的方程叫做**一元一次方程**(linear equation with one unknown).

我们在小学已经学过简单的一元一次方程，知道使方程两边相等的未知数的值叫做方程的解;一元方程的解，也可叫做方程的根.

方程是等式(含未知数的等式),解方程就是根据等式的性质求方程的解的过程.

等式有如下的基本性质:

性质1　等式的两边都加上(或减去)同一个数或同一个整式,所得结果仍是等式,即

如果 $a=b$,那么 $a+c=b+c$, $a-c=b-c$.

性质2　等式的两边都乘以(或除以)同一个数(除数不能为0),所得结果仍是等式,即

如果 $a=b$,那么 $ac=bc$, $\frac{a}{c}=\frac{b}{c}$ $(c\neq0)$.

性质3　如果 $a=b$,那么 $b=a$.(对称性)

例如,由 $-4=x$,得 $x=-4$.

性质4　如果 $a=b$, $b=c$,那么 $a=c$.(传递性)

例如,如果 $x=3$,又 $y=x$,所以 $y=3$.

在解题过程中,根据等式这一性质,一个量用与它相等的量代替,简称**等量代换**.

下面,我们利用等式的基本性质来解一般的一元一次方程.

例1　解方程:$2x-1=19$.

解　两边都加上1,得

$$2x=19+1,\quad（等式基本性质1）$$

即

$$2x=20.$$

两边都除以2,得

$$x=10.\quad（等式基本性质2）$$

检验:把 $x=10$ 分别代入原方程的两边,得

$$左边=2\times10-1=19,$$

$$右边=19,$$

即

$$左边=右边.$$

所以 $x=10$ 是原方程的解.

练习

1. 说明下列变形是根据等式哪一条基本性质得到的：

(1) 如果 $5x+3=7$，那么 $5x=4$；

(2) 如果 $-8x=4$，那么 $x=-\frac{1}{2}$；

(3) 如果 $-5a=-5b$，那么 $a=b$；

(4) 如果 $3x=2x+1$，那么 $x=1$；

(5) 如果 $-0.25=x$，那么 $x=-0.25$；

(6) 如果 $x=y$，$y=z$，那么 $x=z$.

2. 根据等式的基本性质解下列方程，并检验：

(1) $5x-7=8$；　　(2) $27=7+4x$；　　(3) $\frac{1}{2}=\frac{1}{3}x-\frac{1}{6}$.

观察

仔细观察例 1 解答过程中的第 1 步：

$$2x\boxed{-1}=19,$$

$$2x=19\boxed{+1}.$$

你发现了什么？

根据等式的基本性质 1 对方程进行变形，相当于把方程中某一项改变符号后，从方程的一边移到另一边，这种变形叫做**移项**.

移项，一般都习惯把含未知数的项移到等式左边.

例 2　解方程：$3x+5=5x-7$.

解　移项，得

$$3x-5x=-7-5.$$

合并同类项，得

$$-2x=-12.$$

两边都除以 -2，得

$$x=6.$$

练习

1. 下面的移项对不对？如果不对，错在哪里？应当怎样改正？
   (1) 从 $9+x=7$，得 $x=7+9$；
   (2) 从 $5x=7-4x$，得 $5x-4x=7$；
   (3) 从 $2y-1=3y+6$，得 $2y-3y=6-1$.
2. 解下列方程，并检验：
   (1) $2x=x+5$；
   (2) $2x-\frac{1}{2}=-\frac{1}{2}x+2$；
   (3) $5x+21=7-2x$；
   (4) $11x+1=5(2x+1)$.

例 3 解方程：$2(x-2)-3(4x-1)=9(1-x)$.

解 去括号，得

$$2x-4-12x+3=9-9x.$$

移项，得

$$2x-12x+9x=9+4-3.$$

合并同类项，得

$$-x=10.$$

两边同除以 -1，得

$$x=-10.$$

注意：(1) 用分配律去括号时，不要漏乘括号中的项，并且不要搞错符号；

(2) $-x=10$ 不是方程的解，必须把 x 系数化为 1，才算完成解的过程.

练习

1. 下面是解方程的全过程，解法正确吗？试给出评判.

解方程：$3(y-3)-5(1+y)=7(y-1)$.

解 去括号，得

$$3y-3-5+5y=7y-1.$$

移项，得

$$3y+5y-7y=-1+3-5.$$

故 $$y=-3.$$

2. 解下列方程：

(1) $6=5y-2(y+4)$；

(2) $5(m+8)-6(2m-7)=1$；

(3) $5(x+2)=2(2x+7)$；

(4) $3(2y+1)=2(1+y)+3(y+3)$.

例 4 解方程：$x-\dfrac{10x+1}{6}=\dfrac{2x+1}{4}-1$.

解 去分母，得

$$12x-2(10x+1)=3(2x+1)-12.$$

去括号，得

$$12x-20x-2=6x+3-12.$$

移项，得

$$12x-20x-6x=3-12+2.$$

合并同类项，得

$$-14x=-7.$$

两边同除以 -14，得

$$x=\frac{1}{2}.$$

交流

通过上面的例子，总结出解一元一次方程一般有哪些步骤，每步的根据是什么？

练习

1. 下面方程解的过程是否正确？若不正确，请改正.

解方程：$\frac{3x-2}{3}=\frac{x+2}{6}-1$.

解 两边同乘以 6，得

$$6x-2=x+2-6.$$

移项、合并同类项，得

$$5x=-2.$$

系数化成 1，得

$$x=-\frac{2}{5}.$$

2. 把下列方程去分母，所得结果对不对？如果不对，请改正：

(1) 方程为：$\frac{2x-1}{6}-\frac{5x+1}{4}=1$.

去分母，得

$$2(2x-1)-3(5x+1)=1.$$

(2) 方程为：$\frac{2x+3}{2}-\frac{9x+5}{8}=0$.

去分母，得

$$4(2x+3)-(9x+5)=8.$$

3. 解下列方程：

(1) $\frac{2x+1}{5}-\frac{x+1}{3}=0$；　　(2) $y-\frac{y-1}{2}=-\frac{y+2}{5}$；

(3) $\frac{3}{2}\left[\frac{2}{3}\left(\frac{x}{4}-1\right)-2\right]-x=2$；　　(4) $\frac{1.1-4x}{0.6}-\frac{1.3-3x}{0.2}=\frac{5x-0.4}{0.3}$.

习题 3.1

1. 填空，并在括号内注明是根据等式的哪条基本性质变形的：

(1) 如果 $x+7=10$，那么 $x=10-$____.　　(　　　　　　)

(2) 如果 $\frac{x}{2}=3$，那么 $x=$____.　　(　　　　　　)

(3) 如果 $2x-\frac{2}{3}=-\frac{2}{3}$,那么 $2x=$ ____.　　(　　)

(4) 如果 $-4x=2$,那么 $x=$ ____.　　(　　)

2. 根据等式的基本性质解下列方程,并检验:

(1) $x+7=4$;　　(2) $5x=4x+3$;

(3) $-2x=6$;　　(4) $0.5x+1=3$.

3. 小华在解方程 $x-2=3$ 时是这样写解的过程的:

$$x-2=3=x=3+2=5.$$

小华这样写对不对?为什么?应该怎样写?

4. 解下列一元一次方程:

(1) $3x=12+2x$;

(2) $-6x-7=-7x+1$;

(3) $5x+(x+1)=19$;

(4) $3(x-7)+5(x-4)=15$.

5. 解下列一元一次方程:

(1) $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}x-1\right)-1=1$;

(2) $\frac{1}{2}\left[x-\frac{1}{2}(x-1)\right]=\frac{2}{3}(x-1)$;

(3) $\frac{x-2}{4}-\frac{2x-1}{6}=1$;

(4) $\frac{x+4}{0.2}-\frac{x-3}{0.5}=-1.6$;

(5) $\frac{5y+1}{6}=\frac{9y+1}{8}-\frac{1-y}{3}$.

6. 解本节问题 2 所得的方程:

$$36+x=2(12+x).$$

7. x 等于什么数时,代数式 $6+\frac{x}{3}$ 与 $\frac{5-2x}{2}$ 的值相等?

8. 在公式 $v=v_0+at$ 中,已知 $v=100$, $v_0=25$, $a=10$,求 t.

9. 在公式 $S=2\pi r(r+h)$ 中,已知 $S=942$, $r=10$, 求 h.(π 取 3.14)

10. 已知 $x=5$ 是方程 $ax-8=20+a$ 的解,求系数 a.

数学园地

小华（H）邀小明（M）玩一个猜数游戏（图 3－2）：

H：你任意想好一个数，不说出来. 只要你对所想的数连续进行如下四步运算：减去 3、乘以 4、加上 12、除以 2. 将最后得数告诉我，我能立即猜出你原来想的是什么数.

M：（想了一下）－10.

H：你想的数是 －5.

M：对.

（1）你能说明这个猜数游戏的道理吗？

（2）你能设计另一个猜数游戏，去考考你的同学吗？

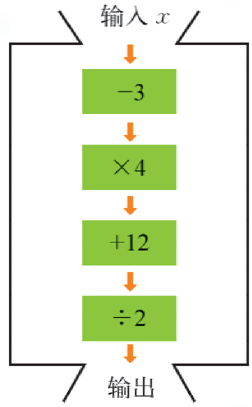


图 3-2

3.2 一元一次方程的应用

例 1 如图 3－3，用直径为 200 mm 的圆柱体钢，锻造一个长、宽、高分别为 300 mm，300 mm 和 90 mm 的长方体毛坯，应截取多少毫米长的圆柱体钢（计算时 π 取3.14，结果精确到 1 mm）？

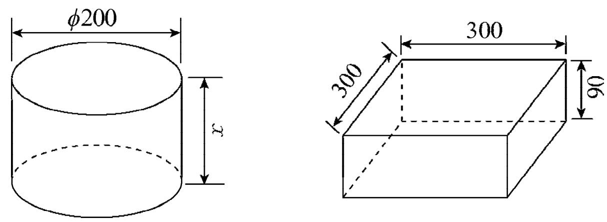


图 3－3

分析：把圆柱体钢锻造成长方体毛坯，虽然形状发生了变化，但锻造前后的体积是相等的，也就是

圆柱体体积＝长方体体积.

解 设应截取的圆柱体钢长为 x mm. 根据题意，得

$$3.14\times\left(\frac{200}{2}\right)^2x=300\times300\times90.$$

解方程，得

$$x\approx258.$$

答：应截取约 258 mm 长的圆柱体钢.

圆柱体体积＝πr^2h（r 为底面圆半径，h 为高）、长方体体积＝abc（a 为长，b 为宽，c 为高）.

例 2 为了适应经济发展，铁路运输再次提速. 如果客车行驶的平均速度增加 40 km/h，提速后由合肥到北京 1 110 km 的路程只需行驶 10 h. 那么，提速前，这趟客车平均每时行驶多少千米？

分析：行程问题中常涉及的量有路程、平均速度、时间. 它们之间的基本关系是：

路程 = 平均速度 × 时间.

解 设提速前客车平均每时行驶 x km，那么提速后客车平均每时行驶 $(x+40)$ km. 客车行驶路程 1 110 km，平均速度是 $(x+40)$ km/h，所需时间是 10 h. 根据题意，得

$$10(x+40)=1\,110.$$

解方程，得 $x=71$.

答：提速前这趟客车的平均速度是 71 km/h.

分析行程问题中的等量关系，还可以借助线段示意图.

交流

列方程解应用题有哪些步骤？

以上几例，说明了列方程解应用题的一般步骤：

1. 弄清题意和题中的数量关系，用字母(如 x，y)表示问题里的未知数；
2. 分析题意，找出相等关系(可借助于示意图、表格等)；
3. 根据相等关系，列出需要的代数式，并列出方程；
4. 解这个方程，求出未知数的值；
5. 检查所得的值是否正确和符合实际情形，并写出答案(包括单位名称).

练习

列方程，解下列各题：

1. 一种小麦磨成面粉，出粉率为 80%(即 20% 成为麸子). 为了得到 4 500 kg 面粉，至少需要多少小麦？

2. 甲厂有钢材 432 t，乙厂有钢材 96 t. 如果每天从甲厂运出 20 t、乙厂运出 4 t，几天后，甲厂剩余的钢材是乙厂的 2 倍？

3. 甲、乙两地相距 180 km，一人骑自行车从甲地出发每时行 15 km；另一人骑摩托车从乙地同时出发，两人相向而行，已知摩托车车速是自行车车速的 3 倍，问多少时间后两人相遇？

例 3 王大伯 3 年前把手头一笔钱作为 3 年定期存款存入银行，年利率为 5%. 到期后得到本息共 23 000 元，问当年王大伯存入银行多少钱？

分析：本题中涉及的数量关系有

本金 × 利率 × 年数 = 利息，

本金 + 利息 = 本息和.

解 设当年王大伯存入银行 x 元，年利率为 5%，存期 3 年，所以 3 年的利息为 $3\times5\%x$ 元. 3 年到期后的本息共为 23 000 元.

根据题意，得

$$x+3\times5\%x=23\,000.$$

解方程，得

$$x=\frac{23\,000}{1.15}.$$

$$x=20\,000.$$

答：当年王大伯存入银行 20 000 元.

例 4 一商店出售书包时，将一种双肩背的书包按进价提高 30% 作为标价，然后再按标价 9 折出售，这样商店每卖出一个这种书包可盈利 8.50 元. 问这种书包每个进价多少？

分析：买卖商品的问题中涉及的数量关系有

实际售价 − 进价（或成本）= 利润.

解 设每个书包进价为 x 元，那么这种书包的标价为 $(1+30\%)x$，对它打 9 折得实际售价为 $\frac{9}{10}\times(1+30\%)x$.

根据题意,得

$$\frac{9}{10}\times(1+30\%)x-x=8.50.$$

解方程,得 $x=50.$

答:这种书包每个进价为 50 元.

练习

1. 爸爸为小亮存了一笔钱,为期 5 年. 5 年后本息共 6 375 元,小亮爸爸当时存入了多少元?(当时的 5 年期储蓄的年利率为 5.5%)

2. 一件夹克衫,按进价加 5 成$\left(\text{即}\frac{5}{10}\right)$作为定价. 后因季节关系,按定价的 8 折出售,打折后每件卖 60 元,试问一件夹克衫卖出后商家是赔还是赚?

例 5 三个作业队共同使用水泵排涝,如果三个作业队排涝的土地面积之比为 4∶5∶6,而这一次装运水泵和耗用的电力费用共计 120 元,三个作业队按土地面积比各应该负担多少元?

分析:各个作业队应负担费用与排涝的土地面积成正比,且三个作业队各自应负担费用之和等于 120 元. 由于共有土地 $4+5+6=15$ 份,因而 120 元可由 15 份分担. 据此,得解法如下.

解 设每份土地排涝分担费用 x 元,那么三个作业队应负担费用分别为 $4x$ 元、$5x$ 元、$6x$ 元. 根据题意,得

$$4x+5x+6x=120.$$

解方程,得

$$x=8.$$

$$4x=32,\ 5x=40,\ 6x=48.$$

答:三个作业队各应该负担 32 元、40 元、48 元.

注意:本题中“设每份土地排涝分担费用 x 元”属间接设未知数法. 当不能或难以直接设未知数时,常用这种方法.

练习

1. 长方形的长与宽之比为 5∶2，它的周长为 56 cm，求这个长方形的面积.
2. 兄弟两人合伙从事经营，哥哥入股 25 000 元，弟弟入股 20 000 元，一年后盈利 8 352 元. 按入股的资金比例分配，兄弟两人各应分得盈利多少元？

习题 3.2

1. 有资料表明：我国的水资源总量约为 24 000 亿立方米，且主要分布在南方地区. 南方地区的水资源量比北方地区的水资源量的 3 倍还多 4 000 亿立方米. 试问北方地区的水资源量占全国总量的百分之几？
2. 将一个长、宽、高分别为 12 cm，6 cm，47 cm 的长方体铁块和一个棱长为 6 cm 的正方体铁块熔成一个底面边长均为 15 cm 的长方体，求这个长方体的高.
3. 通讯员原计划用 5 h 从甲地到乙地，因为任务紧急，他每时比原计划快 3 km，结果提前 1 h 到达，求甲、乙两地间的距离.
4. 张宏在商场买一种商品. 如买 9 件，则所带钱差 3.5 元；如买 8 件，尚余 2.5 元. 问张宏带了多少钱？
5. 一个两位数，个位上的数字是十位上的数字的 2 倍. 如果把个位和十位上的数字对调，那么所得两位数比原两位数大 36. 求原来的两位数.
6. 某种贺年卡大量上市，几天来价格不断下滑. 小红第一天买了 2 张；第二天贺年卡的价格打 8 折，小红买了 5 张；第三天贺年卡的价格又下跌了 0.2 元，小红又买了 5 张，三天共花了 29 元. 如果用 29 元在第三天买这种贺年卡，能买多少张？

3.3 二元一次方程组及其解法

图 3-4

问题❶ 某班同学在植树节时植樟树和白杨树共 45 棵. 已知樟树苗每棵 2 元,白杨树苗每棵 1 元,购买这些树苗用了 60 元. 问樟树苗、白杨树苗各买了多少棵?

思考

1. 上述问题中有几个未知数,列一元一次方程能解吗?

2. 如果设两个未知数 x, y,你能列出几个独立的方程?

设樟树苗买了 x 棵,白杨树苗买了 y 棵,根据两种树苗总数为 45 棵,得

$$x+y=45. \qquad ①$$

又根据购买树苗的总费用是 60 元,得

$$2x+y=60. \qquad ②$$

这里的 x, y 既要满足树苗总数关系①,又要满足购买树苗总费用关系②,就是说它必须同时满足上面①②两个方程. 因此,我们把上面两个方程加上括号联立在一起,写成:

$$\begin{cases} x+y=45, & ① \\ 2x+y=60, & ② \end{cases}$$

其中每个方程都是含有两个未知数的一次方程,像这样的方程,叫做二元一次方程. 联立在一起的几个方程,称为方程

组. 由两个一次方程组成的含两个未知数的方程组就叫做**二元一次方程组**(system of linear equations with two unknowns).

问题❷ 我国古代算书《孙子算经》中有一题:今有雉(鸡)兔同笼,上有 35 头,下有 94 足,问雉、兔各几何?

设有雉 x 只,兔 y 只. 根据头数、足数可得二元一次方程组:

$$\begin{cases} x+y=35, & ① \\ 2x+4y=94. & ② \end{cases}$$

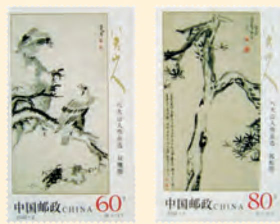
图 3-5

练习

1. 根据题意,列出二元一次方程组:

(1) 小华买了 60 分与 80 分的邮票共 10 枚,花了 7 元 2 角,那么,60 分和 80 分的邮票各买了多少枚?

(2) 甲、乙两人共植树 138 棵,甲所植的树比乙所植的树的 $\frac{2}{3}$ 多 8 棵,试问甲、乙两人各植树多少棵?



[第 1(1)题]

2. 请你根据生活中的某一事例,编拟一道数学问题并列出方程组.

思考

问题 1 中,我们得到方程组:

$$\begin{cases} x+y=45, & ① \\ 2x+y=60. & ② \end{cases}$$

怎样求出其中 x, y 的值呢?

通过“代入”，消去了一个未知数，二元转化成一元求解了！

由①，得

$$y=45-x, \tag{3}$$

这一步就是用含一个未知数的代数式来表示另一个未知数.

把③代入②，得

$$2x+(45-x)=60,$$

这是一个一元一次方程.

解方程，得

$$x=15.$$

把 $x=15$ 代入③，得

$$y=30.$$

把 $x=15$，$y=30$ 代入原方程组中的两个方程中去检验，两个方程都成立. 所以，它们是这个二元一次方程组的解，我们把它写成如下的形式：

$$\begin{cases}x=15,\\ y=30.\end{cases}$$

即樟树苗买了 15 棵，白杨树苗买了 30 棵.

使二元一次方程组中每个方程都成立的两个未知数的值，叫做**二元一次方程组的解**.

上面解二元一次方程组的基本思想是“消元”，也就是要消去其中一个未知数，把解二元一次方程组转化成解一元一次方程.

这里的消元方法是，从一个方程中求出某一个未知数的表达式，再把它“代入”另一个方程，进行求解，这种方法叫做**代入消元法**，简称**代入法**(substitution method).

例 1 解方程组：

$$\begin{cases}2x+3y=-7, & (1)\\ x+2y=3. & (2)\end{cases}$$

分析：要考虑将一个方程中的某个未知数用含另一个未知数的代数式表示. 方程②中 x 的系数是 1，因此，可以先将方

程②变形，用含 y 的代数式表示 x，再代入方程①求解.

解　由②，得

$$x=3-2y. \qquad ③$$

把③代入①，得

$$2(3-2y)+3y=-7.$$

$$-y=-13.$$

$$y=13.$$

把 $y=13$ 代入③，得

$$x=3-2\times 13.$$

$$x=-23.$$

所以 $\begin{cases}x=-23,\\ y=13.\end{cases}$

练习

1. 把下列方程写成用含 x 的代数式表示 y 的形式：

   (1) $3x-2y=4$；

   (2) $5x-y=5$；

   (3) $5x+2y+1=0$.

2. 用代入法解下列方程组：

   (1) $\begin{cases}x+y=300,\\ x=y+10;\end{cases}$　　(2) $\begin{cases}x-3y=1,\\ x+2y=6;\end{cases}$

   (3) $\begin{cases}3x-2y=10,\\ 2x-y=0;\end{cases}$　　(4) $\begin{cases}3m-4n=7,\\ 9m-10n+23=0.\end{cases}$

3. 解问题 2 中的方程组：

   $\begin{cases}x+y=35,\\ 2x+4y=94.\end{cases}$

4. 已知二元一次方程组 $\begin{cases}ax+by=13,\\ (a+b)x-ay=9\end{cases}$ 的解为 $\begin{cases}x=3,\\ y=2.\end{cases}$ 求 a，b 的值.

思考

解问题 1 中的方程组，除代入消元法外，是否还有别的消元方法？

根据等式的基本性质可这样来考虑：

$$\begin{cases} x+y=45, & ① \\ 2x+y=60. & ② \end{cases}$$

从方程②的两边各自减去方程①的两边，得

$$2x-x=60-45.$$

这样，也得到一个一元一次方程.

解方程，得

$$x=15.$$

把 $x=15$ 代入①，得

$$15+y=45.$$

解方程，得

$$y=30.$$

所以 $\begin{cases} x=15, \\ y=30. \end{cases}$

这个结果与代入法求得的结果一样.

像这种把两个方程的两边分别相加或相减消去一个未知数的方法，叫做**加减消元法**，简称**加减法**（addition-subtraction method）.

例 2 解方程组：

$$\begin{cases} 4x+y=14, & ① \\ 8x+3y=30. & ② \end{cases}$$

分析：在这个方程组中，直接将两个方程相加或相减，都不能消去未知数 x 或 y，怎么办？我们可以对其中一个（或两个）方程进行变形，使得这个方程组中 x 或 y 的系数相

等或互为相反数，再来求解.

解法一（消去 x）

将 ① ×2，得

$$8x+2y=28. \quad ③$$

② －③，得

$$y=2.$$

把 $y=2$ 代入①，得

$$4x+2=14.$$

$$x=3.$$

所以 $\begin{cases} x=3, \\ y=2. \end{cases}$

解法二（消去 y） 请同学们自己完成.

例 3 解方程组：

$$\begin{cases} 4x+2y=-5, & ① \\ 5x-3y=-9. & ② \end{cases}$$

分析：比较方程组中的两个方程，y 的系数的绝对值比较小，将① ×3，② ×2，就可使 y 的系数绝对值相等，再用加减法即可消去 y.

解 ① ×3，得

$$12x+6y=-15. \quad ③$$

② ×2，得

$$10x-6y=-18. \quad ④$$

③ ＋④，得

$$22x=-33.$$

$$x=-\frac{3}{2}.$$

把 $x=-\frac{3}{2}$ 代入 ①，得

$$-6+2y=-5.$$

$$y=\frac{1}{2}.$$

所以 $\begin{cases} x=-\dfrac{3}{2}, \\ y=\dfrac{1}{2}. \end{cases}$

练习

用加减法解下列方程组：

(1) $\begin{cases} 2x-3y=5, \\ 2x-2y=-2; \end{cases}$　　(2) $\begin{cases} x+2z-9=0, \\ 3x-z+1=0; \end{cases}$

(3) $\begin{cases} 4x-2y=39, \\ 3x-4y=18; \end{cases}$　　(4) $\begin{cases} \dfrac{1}{3}x+3y=19, \\ \dfrac{1}{3}y+3x=11. \end{cases}$

交流

用代入法、加减法解方程组的基本思路、具体步骤各是什么？用代入法、加减法解题时各应注意些什么？

例 4　解方程组：

$$\begin{cases} 2(x-150)=5(3y+50), & ① \\ 10\%\cdot x+6\%\cdot y=8.5\%\times 800. & ② \end{cases}$$

解　将原方程组化简，得

$$\begin{cases} 2x-15y=550, & ③ \\ 5x+3y=3\,400. & ④ \end{cases}$$

③ + ④ ×5，得

$$27x=17\,550.$$

$$x = 650.$$

将 $x = 650$ 代入④,得

$$5 \times 650 + 3y = 3\,400.$$

$$y = 50.$$

所以 $\begin{cases} x = 650, \\ y = 50. \end{cases}$

练习

解下列方程组:

(1) $\begin{cases} \dfrac{x}{3} + \dfrac{y}{5} = 1, \\ 3(x + y) + 2(x - 3y) = 15; \end{cases}$

(2) $\begin{cases} 0.8x - 0.9y = 0.2, \\ 6x - 3y = 4; \end{cases}$

(3) $\begin{cases} \dfrac{m + n}{3} - \dfrac{n - m}{4} = 2, \\ 4m + \dfrac{n}{3} = 8; \end{cases}$

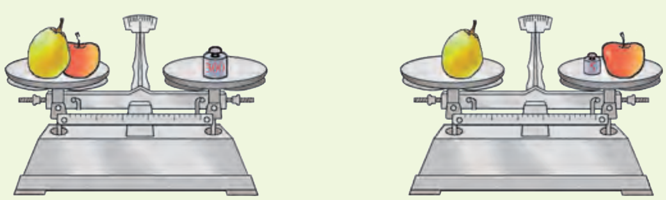
(4) $\begin{cases} 9x + 7y = 30, \\ 7x + 9y = 34; \end{cases}$

(5) $\begin{cases} x + y = 60, \\ 30\% \cdot x + 60\% \cdot y = 10\% \times 60. \end{cases}$

习题 3.3

根据第 1 ~ 4 题中的问题,列出方程组:

1. 如图,图(1)中天平的左盘放着一只梨和一只苹果,右盘放有 300 g 的砝码,此



(1)　　(2)

(第 1 题)

时天平平衡；图(2)中，把梨和苹果分别放在天平的左、右盘中，当右盘内加一个5 g的砝码时，天平又达到平衡. 问梨和苹果各为多少克？

2. 有甲、乙两个数，它们的和是25，甲数的2倍比乙数大8，求这两个数.

3. 赵亮家年初从承包的鱼塘中捕捞鲫鱼和鲢鱼共2 000 kg，卖出后得13 600元. 已知鲫鱼每千克8元，鲢鱼每千克6元. 问鲫鱼、鲢鱼各捕捞了多少千克？

4. 据资料所得，我国由风蚀和水蚀造成的水土流失面积达357万平方千米. 其中风蚀造成的水土流失面积比水蚀造成的水土流失面积多35万平方千米. 问风蚀与水蚀造成的水土流失面积各是多少万平方千米？

5. 用代入法解下列方程组：

(1) $\begin{cases}3x+4y=2,\\2x-y=5;\end{cases}$　　(2) $\begin{cases}x+y=5,\\3x-7y=11;\end{cases}$

(3) $\begin{cases}2x-3y=8,\\3x+7y=0.5;\end{cases}$　　(4) $\begin{cases}9x+8y=-2,\\4x+5y=-11;\end{cases}$

(5) $\begin{cases}3(x-1)=y+5,\\5(y-1)=3(x+5);\end{cases}$　　(6) $\begin{cases}\dfrac{2u}{3}+\dfrac{3v}{4}=\dfrac{1}{2},\\\dfrac{4u}{5}+\dfrac{5v}{6}=\dfrac{7}{15}.\end{cases}$

6. 用加减法解下列方程组：

(1) $\begin{cases}4m-3n+1=0,\\2m+6n=7;\end{cases}$　　(2) $\begin{cases}5x+2y=2,\\7x-5y=34;\end{cases}$

(3) $\begin{cases}3x+y+1=0,\\3y=2x+19;\end{cases}$　　(4) $\begin{cases}3x-4y+5=0,\\5x+2y=9;\end{cases}$

(5) $\begin{cases}8x+3y+2=0,\\6x+5y+7=0;\end{cases}$　　(6) $\begin{cases}\dfrac{x+1}{3}-\dfrac{y+2}{4}=0,\\\dfrac{x-3}{4}-\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{1}{12}.\end{cases}$

7. 解下列方程组：

(1) $\begin{cases}\dfrac{2(x-y)}{3}=\dfrac{x+y}{4}-1,\\6(x+y)=4(2x-y)+16;\end{cases}$　　(2) $\dfrac{2v+t}{3}=\dfrac{3v-2t}{8}=3;$

(3) $\begin{cases}5(x-3y)-6=2x+1,\\3(x+6y)+4=9y+19.\end{cases}$

3.4 二元一次方程组的应用

列方程组解决实际问题，是中学数学应用的一个重要方面. 方程组是一组表示相等关系的等式，因此，对于一个实际问题，要想通过列出方程组来求解，就得从问题中找出一组相等关系，这是列方程组解应用题的关键一环. 下面通过一些例子来学习建立方程组的方法.

例 1 某市举办中学生足球比赛，规定胜一场得 3 分，平一场得 1 分. 市第二中学足球队比赛 11 场，没有输过一场，共得 27 分. 试问该队胜几场，平几场？

解法一 如果设该市第二中学足球队胜 x 场，那么该队平 $(11-x)$ 场. 根据得分规定，胜 x 场，得 $3x$ 分，平 $(11-x)$ 场，得 $(11-x)$ 分. 共得 27 分，得方程

$$3x+(11-x)=27.$$

解方程，得

$$x=8.$$

$$11-x=11-8=3(\text{场}).$$

答：该市第二中学足球队胜 8 场，平 3 场.

思考

如果该市第二中学足球队胜的场数与平的场数分别用不同的未知数 x，y 来表示，是否能列出方程组来求解呢？

解法二　设市第二中学足球队胜 x 场,平 y 场. 由该队共比赛 11 场,得方程

$$x+y=11. \quad ①$$

又根据得分规定,胜 x 场,得 $3x$ 分,平 y 场,得 y 分,共得 27 分,因而得方程

$$3x+y=27. \quad ②$$

解方程①②组成的方程组,得

$$\begin{cases} x=8, \\ y=3. \end{cases}$$

答:该市第二中学足球队胜 8 场,平 3 场.

例 2　甲、乙两人相距 4 km,以各自的速度同时出发. 如果同向而行,甲 2 h 追上乙;如果相向而行,两人 0.5 h 后相遇. 试问两人的速度各是多少?

分析:用示意图来表示数量关系,比较直观,便于找到相等关系. 本例中"同时出发,同向而行",可用图 3－6 表示.

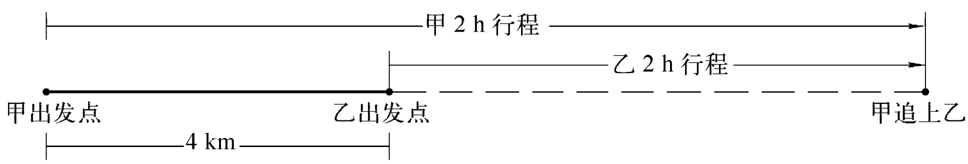
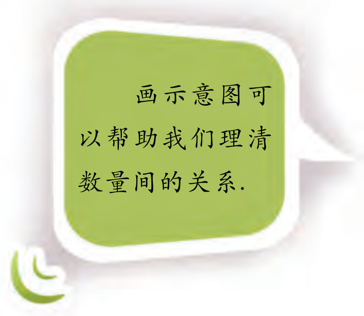


图　3-6



"同时出发,相向而行",可用图 3－7 表示.

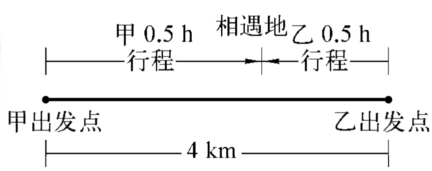


图　3-7

解　设甲、乙的速度分别是 x km/h, y km/h. 根据题意与分析中图示的两个相等关系,得

$$\begin{cases} 2x - 2y = 4, & ① \\ \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y = 4. & ② \end{cases}$$

② ×4 + ①,得

$$4x = 20.$$

$$x = 5.$$

将 $x = 5$ 代入 ①,得

$$y = 3.$$

所以 $\begin{cases} x = 5, \\ y = 3. \end{cases}$

答:甲的速度是 5 km/h,乙的速度是 3 km/h.

练习

1. 某班课外活动小组买了 9 副象棋和 7 副跳棋,共计 70 元. 已知 2 副象棋的价格比 1 副跳棋的价格高 1 元 5 角,问 1 副象棋和 1 副跳棋的价格各是多少元?
2. 某人骑自行车预定用同样时间往返于甲、乙两地. 来时每时行 12 km,结果迟到 6 min;回去时每时行 15 km,结果早到 20 min. 试求甲、乙两地之间的路程和此人原来预定的时间.
3. 一艘江轮航行在相距 72 km 的两个港口之间,顺流需 4 h,逆流需 4 h 48 min,求江轮在静水中的航速.
   (顺流航行的航速 = 船在静水中速度 + 水速;逆流航行的航速 = 船在静水中速度 − 水速)

例 3 玻璃厂熔炼玻璃液,原料是石英砂和长石粉混合而成,要求原料中含二氧化硅 70%. 根据化验,石英砂中含二氧化硅 99%,长石粉中含二氧化硅 67%. 试问在 3.2 t 原料中,石英砂和长石粉各多少吨?

分析:问题中涉及了哪些已知量和未知量? 它们之间有何关系? 引入未知数,填写下表:

列表可以帮助我们理清数量关系.

	石英砂/t	长石粉/t	总量/t
需要量	x	y	3.2
含二氧化硅	$99\%x$	$67\%y$	$70\% \times 3.2$

解 设需石英砂 x t,长石粉 y t.

由所需总量,得

$$x+y=3.2. \tag{1}$$

再由所含二氧化硅的百分率,得

$$99\%x+67\%y=70\%\times 3.2. \tag{2}$$

解方程①②组成的方程组,得

$$\begin{cases} x=0.3, \\ y=2.9. \end{cases}$$

答:在 3.2 t 原料中,石英砂 0.3 t,长石粉 2.9 t.

本题如果只引入一个未知数能解决吗?试试看.

练习

1. 某乡今年春播作物的面积比秋播作物的面积多 630 hm^2. 计划明年春播作物的面积增加 20%,秋播作物的面积减少 10%,这样明年春播、秋播作物的总面积将比今年增加 12%. 试求这个乡今年春播与秋播作物的面积各是多少?
2. 甲、乙两种铜块分别含铜 60% 和 80%. 请问这两种铜块各取多少克,熔化后才能得到含铜 74% 的铜块 500 克.

例 4 某村 18 位农民筹集 5 万元资金,承包了一些低产田地. 根据市场调查,他们计划对种植作物的品种进行调整,改种蔬菜和荞麦. 种这两种作物每公顷所需的人数和需投入的资金如下表:

作物品种	每公顷所需人数	每公顷投入资金/万元
蔬菜	5	1.5
荞麦	4	1

在现有的条件下,这 18 位农民应承包多少公顷田地,怎样

安排种植才能使所有的人都有工作，且资金正好够用？

分析：怎样理解“所有的人都有工作”及“资金正好够用”？能用等式来表示它们吗？根据题意列表如下：

作物品种	种植面积 S/hm^2	需要人数	投入资金/万元
蔬菜	x	$5x$	$1.5x$
荞麦	y	$4y$	y
合计		18	5

解　设蔬菜的种植面积为 x hm²，荞麦的种植面积为 y hm². 根据题意，得

$$\begin{cases}5x+4y=18,\\1.5x+y=5.\end{cases}$$

解方程组，得

$$\begin{cases}x=2,\\y=2.\end{cases}$$

承包田地的面积为

$$x+y=4\ (\text{hm}^2).$$

人员安排为

$$5x=5\times2=10(\text{人}),\quad 4y=4\times2=8(\text{人}).$$

答：这 18 位农民应承包 4 hm² 的田地，种植蔬菜和荞麦各 2 hm²，并安排 10 人种蔬菜，8 人种荞麦，这样能使所有的人都有工作，且资金正好够用.

练习

1. 某医院利用甲、乙两种原料为病人配制营养品. 已知每克甲原料含 0.6 单位蛋白质和 0.08 单位铁质，每克乙原料含 0.5 单位蛋白质和 0.04 单位铁质，如果病人每餐需 34 单位蛋白质和 4 单位铁质，那么每餐甲、乙两种原料各多少克恰好满足病人的需要？
2. 某车间有 90 人，每人每天可以生产螺栓 7 600 个或螺母 8 800 个，如果一个螺栓配两个螺母. 试问应怎样分配人力，才能使每天生产的螺栓与螺母恰好配套？

（第 2 题）

习题 3.4

1. 若干学生分若干支铅笔，如果每人 5 支，那么多余 3 支；如果每人 7 支，那么缺 5 支. 试问有多少名学生？共有多少支铅笔？
2. 甲、乙两人都以不变的速度在环形路上跑步. 如果同时同地出发，相向而行，每隔 2 min相遇一次；如果同向而行，每隔 6 min 相遇一次. 已知甲比乙跑得快，甲、乙每分各跑多少圈？
3. 某商场向银行申请了甲、乙两种贷款，共计 68 万元. 每年应付利息 3.82 万元，甲种贷款年利率是 6%，乙种贷款年利率是 5%. 试问这两种贷款的金额各是多少？
4. 某人装修房屋，原预算 25 000 元. 装修时因材料费下降了 20%，装修工人的工资涨了 10%，实际用去 21 500 元. 求原预算材料费和付给装修工人的报酬各多少？
5. 5 辆马车和 4 辆卡车一次能运货 24 t，10 辆马车和 2 辆卡车一次能运货 21 t. 试求每辆马车和卡车平均各装货多少吨？
6. 某化肥厂把化肥送到甲、乙两个村庄，先后各送了两次. 每次的运量和运费如下表：

次　序	甲村运量/t	乙村运量/t	共计运费/元
第 1 次	6	5	270
第 2 次	8	11	490

试问两个村庄应该各负担运费多少元？

7. 某铁路桥长 1 000 m，现有一列火车从桥上通过，测得火车从开始上桥到完全过桥共用 60 s，整列火车在桥上的时间是 40 s. 试求车速和车长.

（第 7 题）

数学园地

1. 结合你身边的实际，编制 4 个可以通过解同一个方程：$3x+4=40$ 来解决的问题.

2. 有人说："凡可用二元一次方程组解决的问题，都可用一元一次方程来解决. 因此，在学过一元一次方程后没有必要再学二元一次方程组了."对此，谈谈你的看法，并写成小论文.

*3.5 三元一次方程组及其解法

许多实际问题，在列方程解时，涉及的未知数往往不止两个，如本章的“数学史话”所介绍的《九章算术》一书中第八章第一题，列成方程组，就是

$$\begin{cases}3x+2y+z=39,\\2x+3y+z=34,\\x+2y+3z=26.\end{cases}$$

这种由三个一次方程组成的含三个未知数的方程组，叫做**三元一次方程组**.

怎样解三元一次方程组，解二元一次方程组的消元法（加减消元法和代入消元法）是否能加以推广，用来解三元一次方程组呢？

例 1　解方程组：

$$\begin{cases}x+y+2z=3, & ①\\-2x-y+z=-3, & ②\\x+2y-4z=-5. & ③\end{cases}$$

解　先用加减消元法消去 x：

②＋①×2，得

$$y+5z=3. \qquad ④$$

③－①，得

$$y-6z=-8. \qquad ⑤$$

下面解由④⑤联立成的二元一次方程组：

本套书中凡是标有 * 的内容均为**选学内容**，不作考试要求.

④ $-$⑤,得

$$11z=11, \quad ⑥$$

所以

$$z=1. \quad ⑦$$

将⑦代入④,得

$$y=-2.$$

将 y,z 的值代入①,得

$$x=3.$$

所以 $\begin{cases} x=3, \\ y=-2, \\ z=1. \end{cases}$

代入原方程组检验,知道这的确是原方程组的解. 上面是先通过消元,消去②和③中 x,将原方程组化成

$$\begin{cases} x+y+2z=3, & ① \\ y+5z=3, & ④ \\ y-6z=-8, & ⑤ \end{cases}$$

再通过消元,消去⑤中 y,化成

$$\begin{cases} x+y+2z=3, & ① \\ y+5z=3, & ④ \\ 11z=11, & ⑥ \end{cases}$$

然后,由⑥解得 $z=1$, 再将 z 值回代④,解得 $y=-2$, 最后,将 y,z 值回代①,解得 $x=3$. 通过消元,把一个较复杂的三元一次方程组化为简单易解的形如由①④⑥联立成的阶梯形的方程组,从而通过回代得出其解,整个求解过程就称为用消元法解三元一次方程组.

通过消元,把解三元一次方程组的问题转化成解二元一次方程组的问题.

通过消元,把解二元一次方程组的问题转化成解一元一次方程的问题.

练习

解下列方程组：

(1) $\begin{cases} x+y+z=6, \\ 2x+3y-z=4, \\ 3x-y+z=8; \end{cases}$　　(2) $\begin{cases} 2x-y+3z=1, \\ 2x+2z=6, \\ 4x+2y+5z=4. \end{cases}$

例 2　解《九章算术》第八章第一题的方程组：

$$\begin{cases} 3x+2y+z=39, & ① \\ 2x+3y+z=34, & ② \\ x+2y+3z=26. & ③ \end{cases}$$

解　将方程③前移为第 1 个方程，将方程①和②分别后移为第 2 个和第 3 个方程，得

$$\begin{cases} x+2y+3z=26, & ④ \\ 3x+2y+z=39, & ⑤ \\ 2x+3y+z=34. & ⑥ \end{cases}$$

⑤ $-$ ④ $\times 3$，⑥ $-$ ④ $\times 2$，得

$$\begin{cases} x+2y+3z=26, & ④ \\ \quad -4y-8z=-39, & ⑦ \\ \quad\quad -y-5z=-18. & ⑧ \end{cases}$$

⑧ $+$ ⑦ $\times\left(-\dfrac{1}{4}\right)$，得

$$\begin{cases} x+2y+3z=26, \\ \quad -4y-8z=-39, \\ \quad\quad\quad -3z=-\dfrac{33}{4}. \end{cases}$$

再通过回代，解得　$z=\dfrac{11}{4}$，$y=\dfrac{17}{4}$，$x=\dfrac{37}{4}$.

所以 $\begin{cases} x = \dfrac{37}{4}, \\ y = \dfrac{17}{4}, \\ z = \dfrac{11}{4}. \end{cases}$

例 3 幼儿营养标准中要求一个幼儿每天所需的营养量中应包含 35 单位的铁、70 单位的钙和 35 单位的维生素. 现有一营养师根据上面的标准给幼儿园小朋友们配餐,其中包含 A, B, C 三种食物,下表给出的是每份(50 g)食物 A, B, C 分别所含的铁、钙和维生素的量(单位).

食　物	铁	钙	维 生 素
A	5	20	5
B	5	10	15
C	10	10	5

(1) 如果设食谱中 A, B, C 三种食物各为 x, y, z 份,请列出方程组,使得 A, B, C 三种食物中所含的营养量刚好满足幼儿营养标准中的要求.

(2) 解该三元一次方程组,求出满足要求的 A, B, C 的份数.

解 (1) 设食谱中 A, B, C 三种食物各为 x, y, z 份,由该食谱中包含 35 单位的铁、70 单位的钙和 35 单位的维生素,得方程组

$$\begin{cases} 5x + 5y + 10z = 35, & ① \\ 20x + 10y + 10z = 70, & ② \\ 5x + 15y + 5z = 35. & ③ \end{cases}$$

(2) ② − ① ×4, ③ − ①,得

$$\begin{cases} 5x + 5y + 10z = 35, & ① \\ \quad -10y - 30z = -70, & ④ \\ \quad 10y - 5z = 0. & ⑤ \end{cases}$$

你还有其他解法吗？

⑤+④，得

$$\begin{cases} 5x + 5y + 10z = 35, & ① \\ \quad -10y - 30z = -70, & ④ \\ \quad -35z = -70. & ⑥ \end{cases}$$

再通过回代，解得 $z = 2,\ y = 1,\ x = 2.$

答：该食谱中包含 A 种食物 2 份，B 种食物 1 份，C 种食物 2 份.

练习

1. 解下列方程组：

(1) $\begin{cases} 3x + y - 4z = 13, \\ 5x - y + 3z = 5, \\ x + y - z = 3; \end{cases}$　　(2) $\begin{cases} 3x - y + z = 4, \\ 2x + 3y - z = 12, \\ x + y + z = 6. \end{cases}$

2. 某商场计划用 60 000 元从某厂家购进若干部新型手机，以满足市场需求. 已知该厂家生产的甲、乙、丙三种型号手机，出厂价分别为每部 1 800 元、600 元和 1 200 元. 该商场用 60 000 元恰好购买上述三种型号手机共 40 部，因市场需求甲型号手机比丙型号手机多购买了 24 部，求该商场购买了上述三种型号手机各多少部？

习题 3.5

1. 解下列方程组：

(1) $\begin{cases} x + y + z = 3, \\ x + 2y + 3z = 6, \\ 2x + y + 2z = 5; \end{cases}$　　(2) $\begin{cases} x + 2y = 9, \\ y - 3z = -5, \\ -x + 5z = 14; \end{cases}$

(3) $\begin{cases} 2x-2y+z=0, \\ 2x+y-z=1, \\ x+3y-2z=1; \end{cases}$　　(4) $\begin{cases} 2x+3y+z=11, \\ x+y+z=6, \\ 3x-y-z=-2. \end{cases}$

2. 已知甲、乙两数之和为 3，乙、丙两数之和为 6，甲、丙两数之和为 7，求这三个数.

3. 在等式 $y=ax^2+bx+c$ 中，当 $x=-1$ 时，$y=0$；当 $x=2$ 时，$y=3$；当 $x=5$ 时，$y=60$. 求 a，b，c 的值.

4. 某饮食方案中要求每天食谱中包含 100 单位的脂肪，200 单位的蛋白质，400 单位的淀粉. 现有三种食品 A，B，C，每份(50 g)食品 A，B，C 分别所含的脂肪、蛋白质和淀粉的量(单位)如下表：

食　品	脂　肪	蛋 白 质	淀　粉
A	2	7	17
B	2	4	7
C	10	16	30

试求满足要求的 A，B，C 的份数.

数学活动

联产品的成本计算

奶制品加工厂可以同时生产出牛奶、奶油等产品，煤气厂在生产过程中，会同时生产出煤气、焦炭和煤焦油等产品. 一个工厂使用同种原料，经过同一加工过程而同时生产出来的两种或两种以上的主要产品称为联产品. 如何确定联产品中每种产品的单位成本(即每千克的成本)呢？可以通过几次测试来求解.

(1) 设某工厂在一次投料生产过程中能同时生产出两种产品，现通过两次测试，每次测试所花费的联合

成本(指 A 和 B 两种产品的成本之和,其中

每种产品的成本 = 产量 × 单位成本)

如下:

批　次	产品/kg		联合成本/万元
	A	B	
第一批生产	40	20	16
第二批生产	160	60	60

试求每种产品的单位成本.

(2) 设某工厂在一次投料生产过程中能同时获得三种产品,现通过三次测试,每次测试所花费的联合成本如下:

批　次	产品/kg			联合成本/万元
	A	B	C	
第一批生产	100	40	40	132
第二批生产	400	180	160	538
第三批生产	500	240	220	686

试求每种产品的单位成本.

3.6 综合与实践

一次方程组与CT技术

CT 是 X 射线计算机断层成像(X — ray computed tomography)的简称,它显著地改善了 X 射线检查的分辨能力,其分辨率大大高于一般 X 光机,能清楚地显示出器官是否有病变,因而被广泛地用于医学诊断.

CT 的工作程序是这样的:根据人体不同组织对 X 射线吸收程度的不同,运用灵敏度极高的仪器对人体进行检查,然后将检查所获取的数据输入计算机,由计算机对数据进行处理,就可得到人体被检查部位的各断层的图象,从而发现体内任何部位的细小病变.

图 3-8　CT 检查

如 CT 在对人的大脑进行检查时,为了显示整个头部的情况,就需要先把它分成多个连续的横断面即断层,断层厚度一般为 1 ~ 10 mm,再进行扫描,以获得各断层图象.

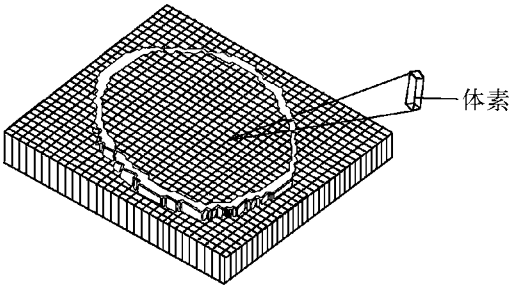


图 3-9　头部断层

各断层的 CT 图象是如何得来的?我们在受检体内欲成图象的断层表面上,按一定大小(长或宽为 1 ~ 2 mm)把断层划分成许多很小的部分(它的高就是断层的厚度),这些小块就称为体素,如图 3-9,一般用吸收值来表示 X 射线

束穿过一个体素后被吸收的程度,要得到该断层的图象,要发现受检体有无病变,就需要把它上面的各体素的吸收值都求出来.

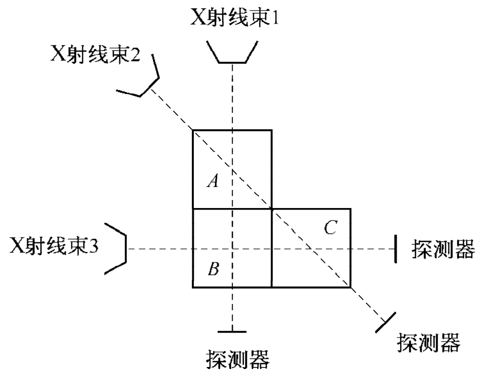


图 3-10

如何求一个断层上各体素的吸收值呢?下面我们用最简单的由 A,B,C 三个体素组成的断层(图 3-10)为例来加以说明. 设体素 A,B,C 的吸收值分别为 x,y,z,则 X 射线束 1 穿过体素 A 和 B 后,由探测器测得的总吸收值为 p_1,则

$$x+y=p_1. \qquad ①$$

同样,X 射线束 2 穿过体素 A 和 C 后,测得总吸收值为 p_2,X 射线束 3 穿过体素 B 和 C 后,测得总吸收值为 p_3,则

$$x+z=p_2, \qquad ②$$

$$y+z=p_3. \qquad ③$$

将方程①②③联立起来,得到一个含有未知数 x,y,z 的三元一次方程组,解此方程组,可以求得体素 A,B,C 的各自吸收值.

由于一般的断层至少也得划分成 $160\times160=25\ 600$ 个体素,X 射线束从不同位置、不同方向穿过该断层,因而需要解由此而建立的 25 600 个元的一次方程组,才能求出各体素的吸收值.

此方法称为联立方程法,由于需建立的方程太多,因而建立图象的速度较慢. 目前 CT 图象的建立普遍采用滤波反投影法,建立图象的速度很快,待 X 射线扫描结束之后,随之可得 CT 图象.

问题❶ 设图 3 - 10 中测得的 3 个总吸收值分别为 $p_1 = 0.8$，$p_2 = 0.55$，$p_3 = 0.65$，求体素 A，B，C 的吸收值.

问题❷ 如图 3 - 10，设 3 个病人甲、乙、丙的 3 个体素 A，B，C 被 X 射线束 1，2，3 分别穿过后所测得的总吸收值如下：

病人 \ 总吸收值	p_1	p_2	p_3
甲	0.45	0.44	0.39
乙	0.90	0.88	0.82
丙	0.66	0.64	0.70

（1）设 x，y，z 分别为体素 A，B，C 的吸收值，完成下表：

病人 \ 体素吸收值	x	y	z
甲			
乙			
丙			

（2）设 X 射线束穿过健康器官、肿瘤、骨质的体素吸收值如下：

组织类型	体素吸收值
健康器官	0.162 5 ~ 0.297 7
肿瘤	0.267 9 ~ 0.393 0
骨质	0.385 7 ~ 0.510 8

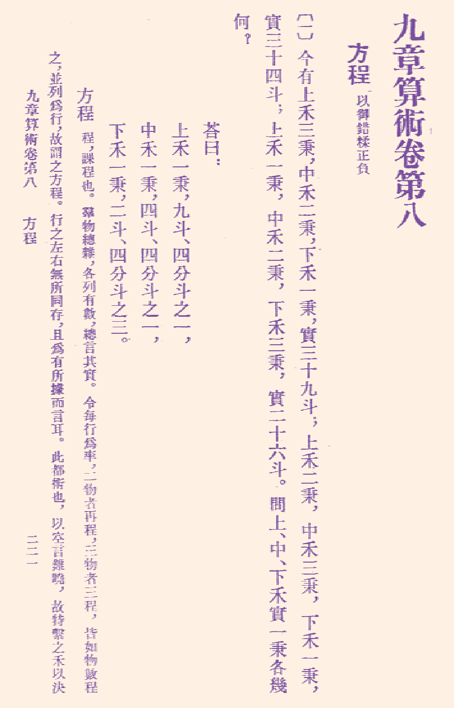
对照上表，分析 3 个病人的检测情况，判断哪位患有肿瘤.

在 CT 图象中，各体素的黑白程度是由吸收值来定的，深色表示低吸收值区，浅色表示高吸收值区.

数学史话

“方程”的由来

一次方程的问题，在我国数学史上占有重要的地位．我国古代数学专著《九章算术》中，第八章的章名就叫“方程”．图 3－11讲的就是列多元一次方程组解决实际问题．


九章算術卷第八

方程 以御錯糅正負

〔一〕今有上禾三秉，中禾二秉，下禾一秉，實三十九斗；上禾二秉，中禾三秉，下禾一秉，實三十四斗；上禾一秉，中禾二秉，下禾三秉，實二十六斗。問上、中、下禾實一秉各幾何？

答曰：

上禾一秉，九斗、四分斗之一，

中禾一秉，四斗、四分斗之一，

下禾一秉，二斗、四分斗之三。

方程 程，課程也。羣物總雜，各列有數，總言其實。令每行爲率，二物者再程，三物者三程，皆如物數程之，並列爲行，故謂之方程。行之左右無所同存，且爲有所據而言耳。此都術也，以空言難曉，故特繫之禾以決

九章算術卷第八 方程 二二一

图 3－11

在我国古代还没有 x，y，z 这些符号，也没有阿拉伯数字，不能用笔在纸上作运算．我们的祖先是如何列方程组解决问题的呢？他们创造了用算筹（竹子做的条形棒子）来表示数目的方法．如图 3－12 所示，它有下面的两种排列方式：

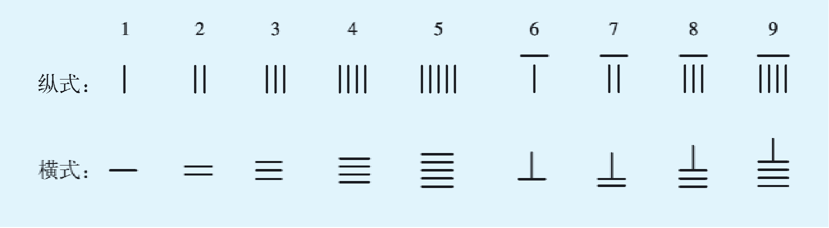


图 3－12

运算是把算筹摆在桌面上进行的.

“方程”中的第一题：“今有上禾三秉，中禾二秉，下禾一秉，实三十九斗；上禾二秉，中禾三秉，下禾一秉，实三十四斗；上禾一秉，中禾二秉，下禾三秉，实二十六斗. 问上、中、下禾实一秉各几何？”

按今天的解法，即设上、中、下等稻子（禾）每捆（秉）可出谷子（实）分别为 x, y, z（斗），于是得含三个未知数的方程组：

$$\begin{cases}3x+2y+z=39,\\2x+3y+z=34,\\x+2y+3z=26.\end{cases}$$

而《九章算术》中的解，只是根据条件，将题中各个系数依次摆出像图 3－13 的格式，然后用直除法（列与列相减，这里不详细介绍）去解.

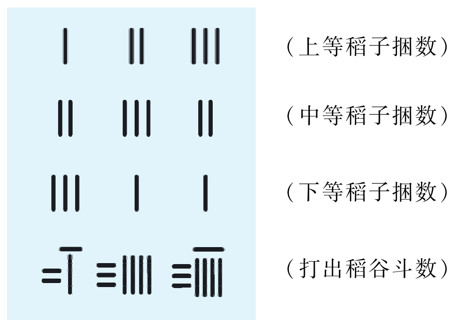
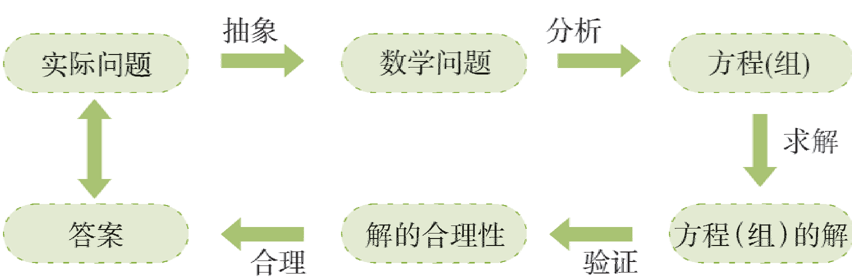


图 3－13

由于这样排出的数字构成一个方阵，而且方阵中各个数字所在位置不可任意调换，排列有严格程式.《九章算术》称它为“方程”. 这也是方程一词的最早来源. 以后，就把含未知数的等式（不论是含一个或多个未知数）统称为方程了.

小结·评价

一、内容整理



二、主要知识回顾

1. 等式的基本性质是：

(1) ____;

(2) ____;

(3) ____;

(4) ____.

2. 解一元一次方程，就是根据等式的基本性质和运算律，通过______、______、______、______等步骤，将原方程变形为最简方程 $ax = b\ (a \neq 0)$ 的形式，再在方程两边同除以未知数的系数 a，从而得出方程的解 $x = \dfrac{b}{a}$.

3. 解二元一次方程组的基本思路是：通过______，把解二元一次方程组转化成解____________. 消元常见方法有______和______.

4. 方程（组）是反映现实世界数量之间相等关系的一个有效的数学模型. 建立方程（组）模型解决实际问题的关键是：首先分析问题中有哪些数量，其次是分析这些数量间有怎样的关系，然后再建立相关模型.

三、自评与互评

1. 和同伴一起比较“代入法”和“加减法”的异同点，然后互出两道题，互相检测一下，看解答是否正确、简捷.

2. 通过学习一元一次方程、二元一次方程组和三元一次方程组的解法，你有怎样的体会？

A组 复习题

1. 解下列一元一次方程：

(1) $7x = -3x + 5$；　　(2) $3x - 27 = 15 - 3x$；

(3) $12 - 3(2 - y) = 6y + 5$；　　(4) $6(y + 7) - 3 = 4(3 - y) + 3$.

2. 解下列一元一次方程：

(1) $\dfrac{2x + 1}{3} = \dfrac{x + 11}{5}$；　　(2) $\dfrac{2}{5}(y - 3) = \dfrac{1}{3}y - \dfrac{3}{5}(y - 7)$.

3. 解下列方程组：

(1) $\begin{cases}3x-2y=10,\\4x-3y=13;\end{cases}$　　(2) $\begin{cases}2x+3y-2=0,\\4x-9y+1=0;\end{cases}$

(3) $\begin{cases}x+1=5(y+2),\\3(2x-5)-4(3y+4)=5;\end{cases}$　　(4) $\begin{cases}\dfrac{y}{3}-\dfrac{x+1}{6}=3,\\2\left(x-\dfrac{y}{2}\right)=3\left(x+\dfrac{y}{18}\right).\end{cases}$

4. 在等式 $y=kx+b$ 中，当 $x=1$ 时，$y=3$；当 $x=-2$ 时，$y=9$. 试求 k，b 的值.

5. 将内径为 90 mm 的圆柱形玻璃杯装满水，用它向一个长方体铁盒中倒水. 已知长方体铁盒的长、宽、高分别为 131 mm，131 mm，81 mm，问当铁盒装满水时，玻璃杯中水的高度大约下降多少毫米？

6. 某公路收费站的收费标准是：大客车 20 元，大货车 10 元，轿车 5 元. 某天通过该收费站的三种车辆的数量之比是 5∶7∶6，共收费 4.8 万元. 试问这天通过收费站的三种车辆各是多少辆？

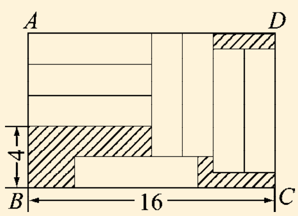
（第 6 题）

7. 运输户承包运送 2 000 套玻璃茶具，运输合同规定：每套运费 1.6 元；如有损坏，每套不仅得不到运费，还要赔 18 元，结果，这个运输户得到运费 3 102 元. 问运输过程中损坏了几套茶具？

8. 同一建筑工地上，在甲处劳动的有 27 人，在乙处劳动的有 19 人. 现调来 20 人支援，使在甲处的总人数为在乙处的总人数的 2 倍. 问调来的 20 人分配至甲、乙两处各多少人？

9. 有一旅客携带 30 kg 行李乘飞机去外地. 按规定，旅客最多可免费携带 20 kg 行李，超重部分每千克按当班飞机票价格的 1.5% 购买行李票. 现该旅客购买了 120 元的行李票，问当班飞机票的价格是多少元？

10. 在长方形 $ABCD$ 中，放入 8 个形状和大小相同的小长方形，位置和尺寸如图所示，试求阴影部分的面积.



（第 10 题）

11. 某厂现有厂房 15 000 m^2，计划拆除部分旧厂房，重建新厂房，使厂房总面积扩大 40%. 如果新建厂房的面积是拆除的旧厂房面积的 3 倍，那么应该拆除多大面积的旧厂房？新建厂房面积有多大？

12. 某印刷厂第一、二两个装订车间由于改进了操作方法，每天第一车间多装订书 10%，第二车间多装订书 15%. 如果改进后一天共装订书 5 000 册，那么比原来一天多装订书 600 册. 试问原来第一、二车间一天各装订书多少册？

13. 某校今年秋季招收七年级、高中一年级新生共 500 人. 计划明年秋季这两个年级招生数比今年增加 18%，其中七年级增加 20%，高中一年级增加 15%，求该校明年计划招收七年级、高中一年级新生各多少人？

14. 某人用 24 000 元买进甲、乙两种股票，当甲股票升值 15%，乙股票下跌 10% 时全部卖出，共获利 1 350 元（不计佣金和印花税等交易成本）. 试问某人买了甲、乙两种股票各是多少元？

15. 将浓度为 30% 的酒精与浓度为 60% 的酒精混合，制成了浓度为 50% 的酒精 30 kg，问前两种酒精各使用了多少千克？

16. 某天，一蔬菜经营户用 60 元钱从蔬菜批发市场批发了西红柿和豆角共 40 kg 到菜市场去卖，西红柿和豆角这天每千克的批发价与零售价如下表所示：

品　名	西红柿	豆角
批发价/元	1.2	1.6
零售价/元	1.8	2.5

问：他当天卖完这些西红柿和豆角共能赚多少钱？

B组 复习题

1. 甲、乙两人同时解方程组

$$\begin{cases} ax+by=2, \\ mx-7y=8. \end{cases}$$

甲解对了，得 $\begin{cases} x=3, \\ y=2. \end{cases}$

乙写错了 m，得 $\begin{cases} x=-2, \\ y=-2. \end{cases}$

试求原方程组中 a, b, m 的值.

2. 某商品的进价为 200 元，标价为 300 元，折价销售时的利润率为 5%，问此商品是按几折销售的？$\left[利润率=\dfrac{利润}{进价(或成本)}\right]$

3. 一个三位数，个位、百位上的数字之和等于十位上的数字，百位上的数字的 7 倍比个位、十位上的数字之和大 2，个位、十位、百位上的数字之和是 14，求这个三位数.

4. 我国古代数学专著《九章算术》中有一题：用卖 2 头牛、5 头羊的钱买 13 头猪，剩钱 1 000；用卖 3 头牛、3 头猪的钱买 9 头羊，钱正好；用卖 6 头羊、8 头猪的钱买 5 头牛，还差钱 600. 求牛、羊、猪每头的价钱各多少？

C组 复习题

1. 三个连续整数的和为 66，求这三个数. 如果是三个连续偶数，是否有解？如果是三个连续奇数，是否有解？

2. 某本书正文所标注的页码共用了 2 989 个阿拉伯数字，问这本书的正文共有多少页？

第4章 直线与角

在我们周围有无数物体，它们形状各异，千姿百态，构成丰富多彩的图形世界.

本章将带你步入几何图形的世界，学习直线和角的有关知识.

4.1 几何图形

我们周围的物体，多姿多彩. 如果只研究它们的形状和大小，而不涉及它们的其他性质，就得到各种几何图形.

观察

画线，把图 4－1 中上一行的物体与下一行中类似它们的几何图形连接起来：

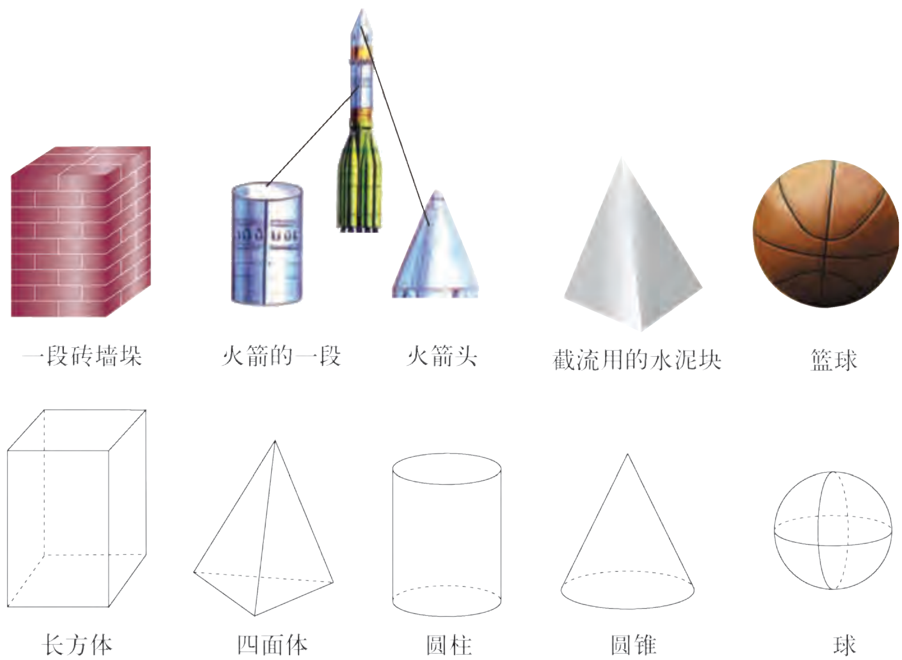


图 4-1

你能再举一些类似于上面这些图形的物体吗？

长方体、四面体、圆柱、圆锥、球等都是几何体，简称**体**

(solid).

包围着体的是**面**(surface). 面有平的面与曲的面两种.

平面没有边界. 教室里窗户玻璃的表面、黑板的表面给我们的都只是平面的局部的形象.

练习

观察图 4-1,回答:

1. 长方体、四面体各有几个面? 它们是平的面还是曲的面?
2. 包围着圆柱、圆锥、球的面是平的面还是曲的面?

长方体、四面体等,围成它们的面都是平面的一部分,这样的几何体都是多面体.

圆柱、圆锥、球都是旋转体. 围成圆柱、圆锥的面有平的面和曲的面,其中平的面是底面、曲的面是侧面. 围成球的面是曲的面.

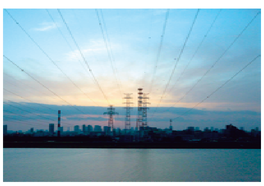


图 4-2

空中架设的电线(图 4-2)、墙面与地板面的交界线都给我们线的形象. 几何体中面与面相交形成**线**(line). 多面体中面与面的交线是直的,它们叫做多面体的棱. 圆柱、圆锥中侧面与底面的交线是曲线.

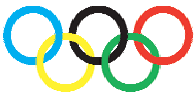
线与线相交得到**点**(point). 多面体中棱与棱相交的点叫做顶点,如长方体有 8 个顶点,四面体有 4 个顶点.

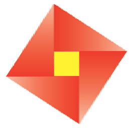
图 4-3

几何图形是由点、线、面、体组成的. 其中点是最基本的图形. 电视屏幕上的画面,可以看作是由点组成的,如图 4-3.

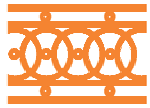
几何图形中,像直线、角、三角形、圆等,它们上面的各点都在同一个平面内,这样的图形叫做**平面图形**;像长方体、圆柱体、球等,它们上面的各点不都在同一个平面内,这样的图形叫做**立体图形**.

几何图形在建筑、图案、徽标等许多方面都有着广泛的应用，如图 4－4.


奥林匹克标志


第24 届国际数学家大会会徽


花边


围墙铁栅栏

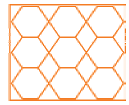
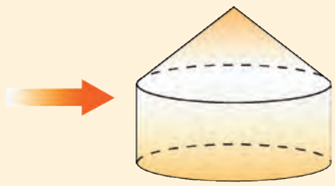

窗花

图 4－4

练习

1. 试举出图形是长方体、圆柱的实物的例子.
2. 下图中的蒙古包，可看作由哪些几何体组成的？


蒙古包

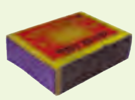


（第 2 题）

习题 4.1

1. 把图中一些实物与类似它们的几何图形用线连接起来.


足球


火柴盒


易拉罐


骰子


圆柱


球


正方体


长方体

（第 1 题）

2. 数一数长方体、四面体的面数、顶点数和棱数，并填写下表：

名　称	面数(f)	顶点数(v)	棱数(e)	$f+v-e$
长方体				
四面体				

3. 收集应用几何图形的实际例子（商标、图案、标志等），与同学进行交流.

数学活动

制作正多面体

本书最后附有两张如图 4－5 且放大了的手工图纸，请剪下后粘合，做成 5 个正多面体的模型.

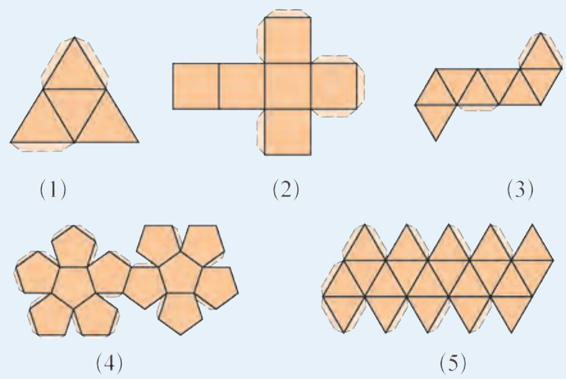


图　4-5

对照模型，填写下表：

名　称	面数(f)	顶点数(v)	棱数(e)	$f+v-e$
(1) 正四面体				
(2) 正六面体				
(3) 正八面体				
(4) 正十二面体				
(5) 正二十面体				

从中你能得出怎样的规律？

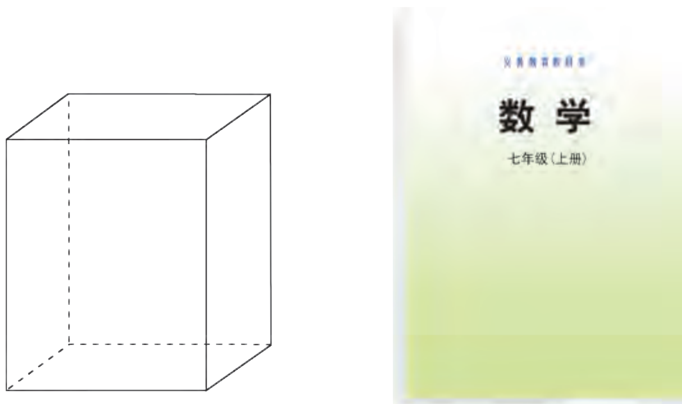
数学家欧拉（L. Euler，1707～1783 年，原籍瑞士）发现多面体中，面数 f、顶点数 v 和棱数 e 之间存在着本题中得到的重要关系式，并证明了它. 人们把这个著名的关系式称为欧拉公式.

4.2 线段、射线、直线

观察

1. 如图 4 − 6(1),长方体的棱可以看作是什么图形?

2. 如图 4 − 6(2),数学课本封面长方形的边是什么图形?

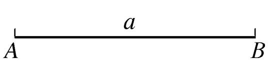


(1)　　　　(2)

图　4−6

在图 4 − 6 中,像长方体的棱、长方形的边,这些图形都是**线段**(line segment).

线段有两个端点. 以 A,B 为端点的线段,记作线段 AB(或线段 BA)或线段 a. 该线段可以用图 4 − 7 的方式表示.



线段 AB(或 BA) 或线段 a

图　4−7

线段可以延长. 用直尺画线段 AB 的延长线,如图 4 − 8(1);延长线段 BA(或称反向延长线段 AB),如图 4 − 8(2).

(1)　　　　　　(2)

图　4-8

将线段向一个方向无限延长就得到了**射线**(ray 或 half line).图 4-9(1)中所示的光线给我们射线的形象.射线有一个端点,它可以用图 4-9(2)所示的方式表示,图中的射线记作射线 OP(端点 O 应写在点 P 之前).

(1)　　　　　　(2)

图　4-9

将线段向两个方向无限延长就形成了**直线**(straight line 或 right line).直线没有端点,它可以用图 4-10 所示的方式表示,图中的直线记作直线 AB(或直线 BA)或直线 l.

直线 AB(或 BA)

(1)

(2)

图　4-10

思考

1. 如图 4-11(1),经过一点 A 画直线,可以画几条?如图 4-11(2),经过两点 A,B 画直线,可以画几条?

(1)　　　　　　(2)

图　4-11

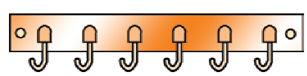


图　4-12

2. 如图 4-12,要把一根挂衣帽的挂钩架,水平固定在墙上,至少要钉几个钉子?

上面问题，反映了直线有如下**基本事实**：

经过两点有一条直线，并且只有一条直线.

图 4-13 中直线 l 与直线 m 相交，得到一个交点 A，它们会不会还有另外的交点？为什么？

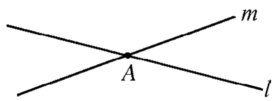


图 4-13

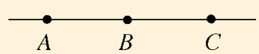
基本事实是人们在长期实践中总结出来的结论，可以作为后面几何证明的原始依据.

根据上面的基本事实，可得直线的如下性质：

两条直线相交只有一个交点.

练习

1. 如图，下列语句的叙述是否正确，为什么？
   (1) 线段 AB 与线段 BC 是同一条线段； ( )
   (2) 直线 AB 与直线 BC 是同一条直线； ( )
   (3) 点 A 在线段 BC 上； ( )
   (4) 点 C 在射线 AB 上. ( )

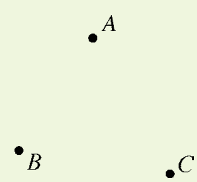


（第 1 题）

2. 读下列语句，并按照这些语句画出图形：
   (1) 直线 DE 经过点 F；
   (2) 点 P 在直线 l 外；
   (3) 在同一平面内，经过点 O 有三条直线 a, b, c；
   (4) 直线 AB 和 CD 相交于点 O.

习题 4.2

1. 如图，已知三点 A, B, C. 画线段 AB、直线 BC、射线 CA.

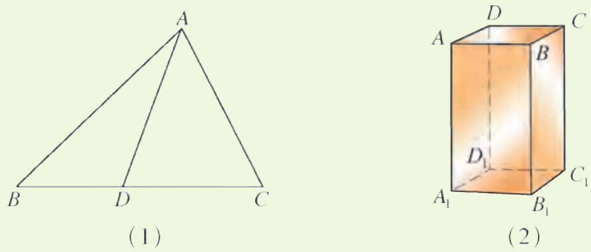


（第 1 题）

2. 填空：

（1）图(1)中，共有____条线段，它们是____________________________；

（2）图(2)的长方体，共有____条棱，其中以点 B 为端点的棱有____条，它们是________________.



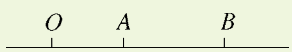
（第 2 题）

3. （1）关于直线，有哪些基本事实和性质？

（2）射线有几个端点？线段有几个端点？

（3）线段 AB 与线段 BA 是同一条线段吗？

4. 如图，射线 OA 与射线 AB 是同一条射线吗？射线 OA 与射线 AO 呢？



（第 4 题）

4.3 线段的长短比较

小明和小刚站在一起，谁的个子高（图 4－14）？

图　4－14

比较两条线段 AB 与 CD 的长短，可以采用叠合的方法.

将 AB，CD 放在同一条直线上，如图 4－15，使端点 A 与 C 重合，端点 B 与 D 落在 A 的同一侧.

1. 当点 D 与 B 重合时，线段 AB 与线段 CD 相等［图 4－15（1）］，记作

$$AB = CD.$$

2. 当点 D 在线段 AB 内部时，线段 AB 大于线段 CD［图 4－15（2）］，记作

$$AB > CD.$$

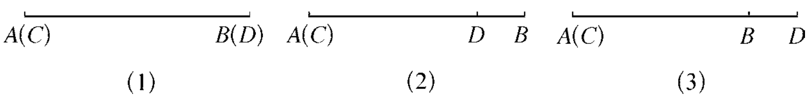


图　4－15

3. 当点 D 在线段 AB 延长线上时，线段 AB 小于线段 CD［图 4－15（3）］，记作

$$AB < CD.$$

我们也可以利用刻度尺量出线段的长度，来比较它们的长短.

在图 4－16（1）中，点 C 在线段 AB 的延长线上，如果线段 $AB = a$，线段 $BC = b$，那么线段 AC 就是 a 与 b 的和，记作 $AC = a + b$.

在图 4－16（2）中，点 D 在线段 AB 上，如果线段 $AB = a$，线段 $DB = b$，那么线段 AD 就是 a 与 b 的差，记作 $AD = a - b$.

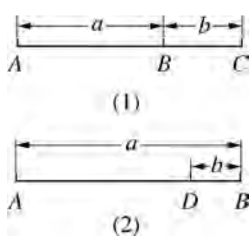


图　4－16

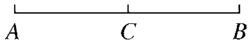


图 4-17

在图 4-17 中,点 C 在线段 AB 上且使线段 AC,CB 相等,这样的点 C 叫做线段 AB 的**中点**(middle point),这时有

$$AC = CB = \frac{1}{2}AB,$$

或 $$AB = AC + CB = 2AC = 2CB.$$

思考

1. 如图 4-18,甲、乙两地间有曲线、折线、线段等 4 条路线可走,其中哪一条路线最短?

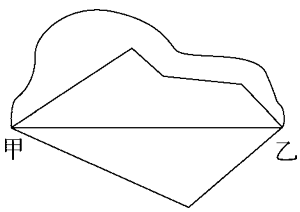


图 4-18


图 4-19

2. 如图 4-19,人们修建公路遇到大山阻碍时,为什么时常打通一条穿越大山的直的隧道?

上面问题,反映了线段有如下的**基本事实**:

两点之间的所有连线中,线段最短.

两点之间线段的长度,叫做这两点之间的**距离**(distance).

例 已知:线段 $AB=4$,延长 AB 至点 C,使 $AC=11$. 点 D 是 AB 的中点,点 E 是 AC 的中点. 求 DE 的长.

解 如图 4－20，因为 $AB = 4$，点 D 为 AB 中点，故 $AD = 2$.

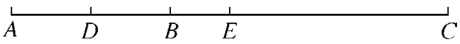


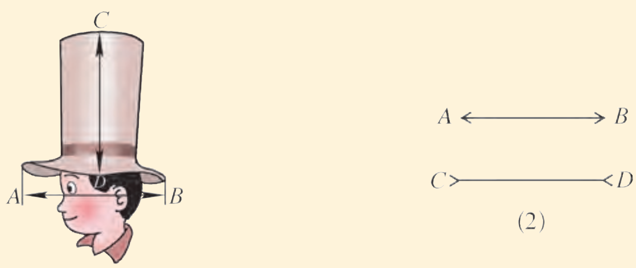
图 4-20

又 因为 $AC = 11$，点 E 为 AC 中点，$AE = 5.5$.

故 $DE = AE - AD = 5.5 - 2 = 3.5$.

练习

1. 比较各图中线段 AB 与 CD 的长度（可以先目测，再用刻度尺测量）.



(1) (2)

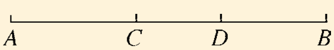
（第 1 题）

2. 如图，C，D 是线段 AB 上不同的两点，那么：

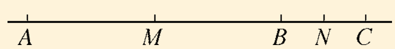
   (1) $AC =$ ______ $- DC$，$BD =$ ______ $- CD$；

   (2) $AC =$ ______ $- BC$，$BD =$ ______ $- AD$；

   (3) $AB =$ ______ $+$ ______ $+$ ______.



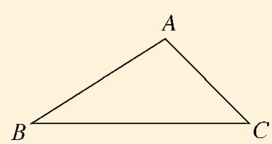
（第 2 题）



（第 3 题）

3. 如图，点 A，B，C 在一条直线上，已知 $AB = 3\text{ cm}$，$BC = 1\text{ cm}$，M 是 AB 的中点，N 是 BC 的中点，求 MN 的长.

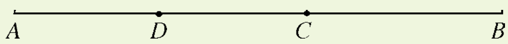
4. 如图，用刻度尺测量出 AB，AC，BC 的长度，并比较 $AB + AC$ 与 BC 的长短. 不通过测量，你能比较 $AB + AC$ 与 BC 的长短吗？依据是什么？



（第 4 题）

习题 4.3

1. 用叠合的方法比较数学课本与练习本的宽,看哪一个长些.
2. 如图,C,D 是线段 AB 上两点,D 是 AC 的中点, $CB = 4$ cm, $DB = 7$ cm, 求 AB, AC 的长.



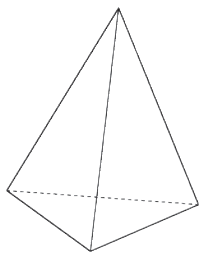
(第 2 题)

3. 同一条直线上有 A, B, C, D, E, F 六个点,且 C 是 AB 的中点,B 是 AD 的中点,A 是 BE 的中点,D 是 EF 的中点, $AC = 1$, 求 EF 的长.
4. 线段 AB 上有两点 P, Q,点 P 将 AB 分成两部分, $AP : PB = 2 : 3$; 点 Q 将 AB 也分成两部分, $AQ : QB = 4 : 1$; 且 $PQ = 3$ cm. 求 AP, QB 的长.
5. 已知线段 $AB = 10$ cm, 点 C 是任意一点,那么线段 AC 与 BC 的和最少是多少?

4.4 角

钟面上的时针与分针所构成的图形、四面体中任意两条相交棱所构成的图形(图 4－21),都给我们以**角**(angle)的形象.

(1)



(2)

图 4-21

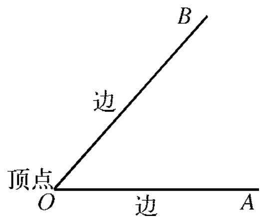


图 4-22

角可以看作是从一点 O 出发的两条射线 OA,OB 所组成的图形(图 4－22),其中,点 O 叫做角的**顶点**,射线 OA,OB 叫做角的边.这个角可记作$\angle AOB$,读作“角 AOB”(当不引起误解时,也可记作$\angle O$).

用三个字母表示角时,要把表示顶点的字母写在中间.

角还可以用如图 4－23 所示的方法表示,图中的角记作$\angle 1$ 或$\angle \alpha$.

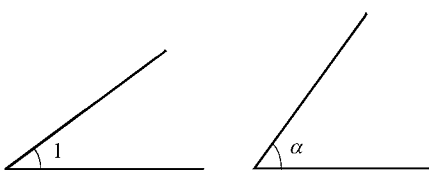


图 4-23

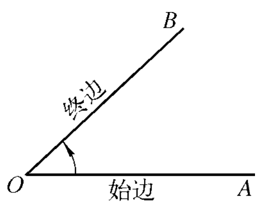


图 4-24

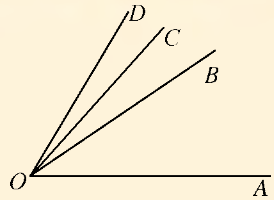
在没有特别说明的情况下,我们说的角都是在 0°～180°之间.

$\angle AOB$ 也可以看成是射线 OA 绕着点 O 旋转到 OB 的位置后形成的图形(图 4－24).射线 OA,OB 分别叫做这个角的**始边**和**终边**.

练习

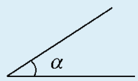
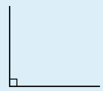
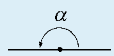
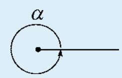
1. 填空：

如图，从端点 O 引出射线 OA，OB，OC，OD，图中小于 $90°$ 的角分别是__________________________________.



（第 1 题）

2. 填表：

名　称	锐角		钝角		周角
图　形					
范　围		$\alpha = 90°$			$\alpha = 360°$

角的度量单位是“度、分、秒”. 把一个周角 360 等分，每一等份是 1 度的角，1 度记作 $1°$；把 $1°$ 的角 60 等分，每一等份是 1 分的角，1 分记作 $1'$；把 $1'$ 的角 60 等分，每一等份是 1 秒的角，1 秒记作 $1''$. 即

$$1° = 60',\ 1' = 60''.$$

例 1　计算：

（1）用度、分、秒表示 $30.26°$；

（2）$42°18'15''$ 等于多少度？

解　（1）因为 $0.26° = 60' \times 0.26$

$$= 15.6',$$

$$0.6' = 60'' \times 0.6$$

$$= 36'',$$

所以　$30.26° = 30°15'36''$.

（2）因为 $15'' = \left(\dfrac{1}{60}\right)' \times 15$

$= 0.25'$，

$18.25' = \left(\dfrac{1}{60}\right)^{\circ} \times 18.25$

$\approx 0.304^{\circ}$，

所以　$42^{\circ}18'15'' \approx 42.304^{\circ}$.

例 2　把一个周角 17 等分，每份是多少？（精确到 $1'$）

解　$360^{\circ} \div 17 = 21^{\circ} + 3^{\circ} \div 17$

$= 21^{\circ} + 180' \div 17 \approx 21^{\circ}11'$.

练习

1. 填空：

（1）$\left(\dfrac{1}{4}\right)^{\circ} =$ ____ $'$ ____ $''$；　　（2）$52^{\circ}19'12'' =$ ________ $^{\circ}$.

2. 计算：

（1）$25^{\circ}23'17'' + 46^{\circ}53'43''$；　　（2）$75^{\circ}23'12'' - 46^{\circ}53'43''$；

（3）$19^{\circ}20'24'' \times 4$；　　（4）$134^{\circ}22' \div 3$.

习题 4.4

1. 如图是中央电视台部分节目的播出时间，分别确定钟表上时针与分针所成的最小的角的度数.

新闻联播

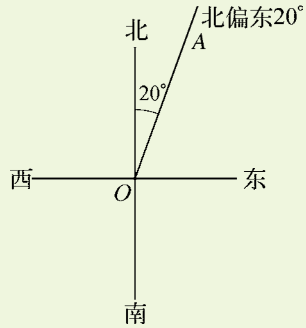
新闻30分

（第 1 题）

2. 平面测量时，通常以正北、正南方向为基准，描述物体运动的方向，这种表示方向的角叫做**方向角**，在测绘、航海中经常用到. 如图，OA 是表示北偏东 $20°$方向的一条射线. 仿照这条射线画出表示下列方向的射线：

(1) 北偏西 $50°$；　　(2) 南偏东 $10°$；

(3) 西南方向(即南偏西 $45°$).



(第 2 题)

3. 计算：

(1) $30°19'21'' + 15°40'42''$；

(2) $90° - 68°17'50''$；

(3) $40.82° =$ ______ $°$ ______ $'$ ______ $''$；

(4) $52°22' \times 9$；

(5) $178°53' \div 5$(精确到 $1'$).

4. 已知一条射线 OA，若从点 O 再引两条射线 OB，OC，使 $\angle AOB = 72°$，$\angle BOC = 36°$，求 $\angle AOC$ 的度数.

4.5 角的比较与补(余)角

观察

比较两个角的大小,可以采用叠合的方法.

叠合$\angle DEF$与$\angle ABC$,如图4-25,把$\angle DEF$移动,使它的顶点E移到和$\angle ABC$的顶点B重合,一边ED和BA重合,另一边EF和BC落在BA的同旁.如果EF和BC重合,那么$\angle DEF=\angle ABC$[图4-25(1)];如果EF落在$\angle ABC$的内部,那么$\angle DEF<\angle ABC$[图4-25(2)];如果EF落在$\angle ABC$的外部,那么$\angle DEF>\angle ABC$[图4-25(3)].

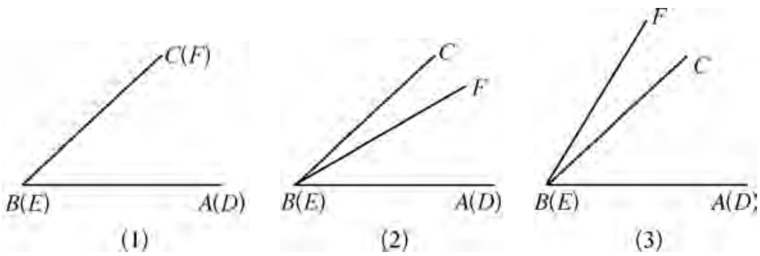


图 4-25

我们也可用量角器量出角的度数,再比较它们的大小.

在图4-26中,$\angle AOC$是$\angle AOB$与$\angle BOC$的和,记作$\angle AOC=\angle AOB+\angle BOC$,$\angle AOB$是$\angle AOC$与$\angle COB$的差,记作$\angle AOB=\angle AOC-\angle COB$.类似地,$\angle AOC-\angle AOB=\angle COB$.

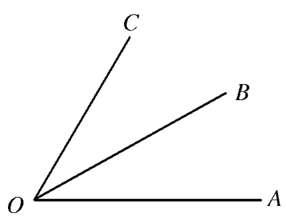


图 4-26

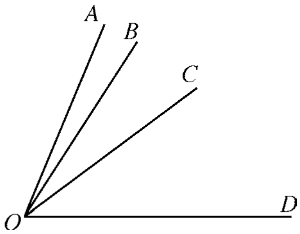


图 4-27

例 1 如图 4－27,求解下列问题:

(1) 比较$\angle AOC$与$\angle BOC$,$\angle BOD$与$\angle COD$的大小;

(2) 将$\angle AOC$写成两个角的和与两个角的差的形式.

解 (1) 由图 4－27 可以看出:

$\angle AOC > \angle BOC$,(OB在$\angle AOC$内)

$\angle BOD > \angle COD$.(OC在$\angle BOD$内)

(2) $\angle AOC = \angle AOB + \angle BOC$,

$\angle AOC = \angle AOD - \angle DOC$.

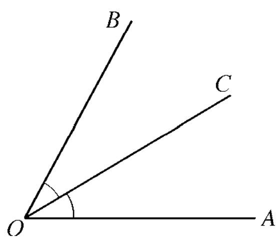


图 4-28

在角的内部,以角的顶点为端点的一条射线把这个角分成两个相等的角,这条射线叫做这个**角的平分线**(angular bisector).

如图 4－28,OC是$\angle AOB$的平分线,这时有:

$$\angle AOC = \angle COB = \frac{1}{2}\angle AOB,$$

或 $$\angle AOB = 2\angle AOC = 2\angle COB.$$

如果两个角的和等于一个平角,那么我们就称这两个角互为**补角**(supplementary angle),简称**互补**.

如图 4－29,$\angle 1 + \angle 2 = 180°$,$\angle 1$叫做$\angle 2$的补角,$\angle 2$也叫做$\angle 1$的补角,$\angle 1$与$\angle 2$互补.

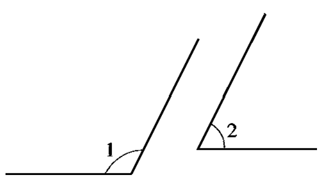


图 4-29

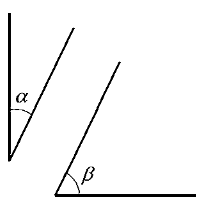


图 4-30

如果两个角的和等于一个直角,那么我们就称这两个角互为**余角**(complementary angle),简称**互余**.

如图 4－30,$\angle\alpha + \angle\beta = 90°$,$\angle\alpha$叫做$\angle\beta$的余角,$\angle\beta$也叫做$\angle\alpha$的余角,$\angle\alpha$与$\angle\beta$互余.

例 2　如图 4-31，$\angle 1=\angle 3$，$\angle 1$ 与 $\angle 2$ 互补，$\angle 3$ 与 $\angle 4$ 互补，那么 $\angle 2$ 与 $\angle 4$ 有什么关系？

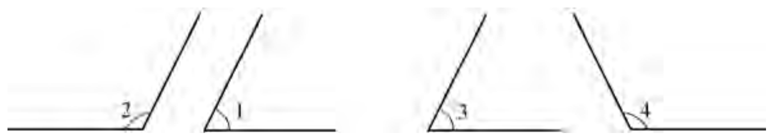


图　4-31

解　因为 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 互补，所以 $\angle 2=180°-$______.

因为 $\angle 3$ 与 $\angle 4$ 互补，所以 $\angle 4=180°-$______.

又　因为 $\angle 1=\angle 3$，所以 ______ = ______.

于是得到补角的性质：

同角(或等角)的补角相等.

思考

余角有无与上面补角类似的性质？如果有，你能说明道理吗？

同角(或等角)的余角相等.

练习

1. 按下列要求画图、计算：
   (1) 画 $\angle AOB=90°$；
   (2) 在 $\angle AOB$ 外画 $\angle BOC=30°$；
   (3) 分别画 $\angle AOB$，$\angle BOC$ 的角平分线 OD，OE；
   (4) 求 $\angle AOC$，$\angle EOD$ 的度数.

2. 已知：如图，点 O 为直线 AB 上一点，OC 是 $\angle AOB$ 的平分线，OD 在 $\angle COB$ 内. 看图填空（选填“ < ”“ > ”或“ = ”）：

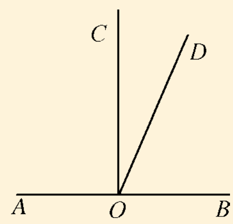
（1）$\angle AOD$ ______ $\angle AOB$，

$\angle AOD$ ______ $\angle DOB$，

$\angle AOC$ ______ $\angle BOC$；

（2）$\angle AOD$ 的补角是______，$\angle COD$ 的余角是______，

$\angle BOD$ 的补角是______，$\angle AOC$ 的补角是______.



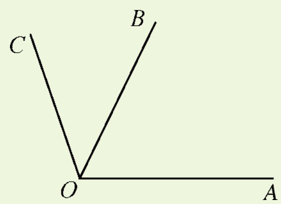
（第 2 题）

习题 4.5

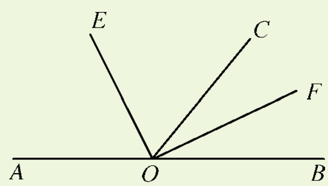
1. （1）图中共有几个角？说出它们之间的大小关系；

（2）把图中的一个角写成另两个角的和；

（3）把图中的一个角写成另两个角的差.



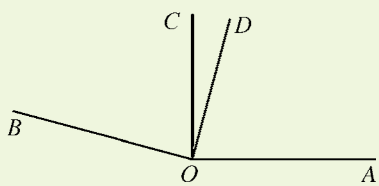
（第 1 题）



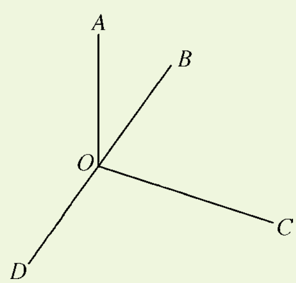
（第 2 题）

2. 如图，点 A，O，B 在同一条直线上，OC 是一条射线，OE，OF 分别是 $\angle AOC$，$\angle COB$ 的角平分线. 你能说出 $\angle EOF$ 的度数吗？你是怎样得到的？

3. 已知：如图，$\angle AOB = 165°$，且 $\angle AOC = \angle BOD = 90°$，求 $\angle COD$ 的度数.



（第 3 题）



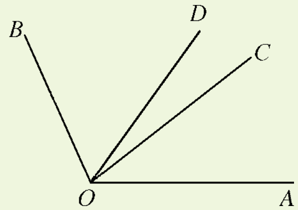
（第 4 题）

4. 已知：如图，从点 O 依次引四条射线 OA，OB，OC，OD，如果 $\angle AOB$，$\angle BOC$，$\angle COD$，$\angle DOA$ 的度数之比为 $1:2:3:4$，求 $\angle BOC$ 的度数.

5. 已知：如图，$\angle COB = 2\angle AOC$，OD 平分 $\angle AOB$，且 $\angle COD = 19°$，求 $\angle AOB$ 的度数.

6. 互余且相等的两个角各是多少度？

7. 一个锐角的补角比这个角的余角大多少度？



（第 5 题）

阅读与欣赏

生物中的最佳角

1. 如图 4－32，大雁迁徙时常排成人字形，这个人字形的一边与其飞行方向夹角是 54°44′8″. 从空气动力学角度看，这个角度对于大雁队伍飞行最佳，所受阻力最小.

图 4－32

2. 不少植物的叶子在茎上的排布很有规律，如图 4－33(1). 从茎的顶端沿茎向下看，相邻两片叶子间的夹角是 137°28′，如图 4－33(2).

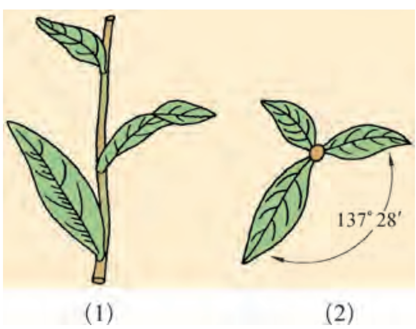


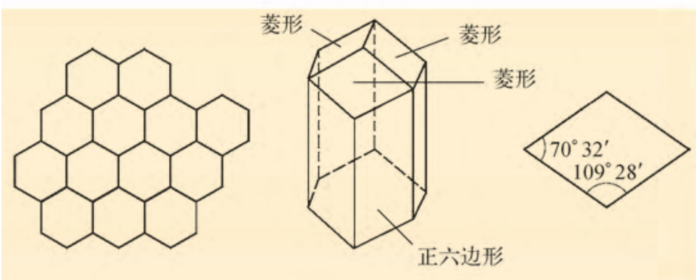
图 4－33

研究表明：这个角度对植物叶子通风、采光来讲，都是最佳的.

3. 蜂窝的形状如图 4－34(1)，其中单个蜂房的横断面是正六边形，如图 4－34(2)，蜂房顶由三个菱形拼接而成，如图 4－34(3)，菱形的钝角是 109°28′，锐角是 70°32′，如图 4－34(4).

这种结构使蜂窝具有省料且质量轻的特点.

(1)



(2) (3) (4)

图 4－34

4.6 用尺规作线段与角

画图形、设计图案,时常要画线段和角.

画一条线段等于已知线段,可以先用刻度尺量出已知线段的长度,再画出等于这个长度的线段.

画一个角等于已知角,可以利用量角器量出已知角的度数,再画一个等于这个度数的角.

几何中,通常用没有刻度的直尺和圆规来画图,这种画图的方法叫做**尺规作图**.

下面介绍如何用尺规作一条线段等于已知线段,作一个角等于已知角.

例 1　作一条线段等于已知线段.

已知:线段 a[图 4-35(1)].

求作:线段 AB,使 $AB=a$.

作法:

(1) 作一条直线 l;

(2) 在 l 上任取一点 A,以点 A 为圆心,以线段 a 的长度为半径画弧,交直线 l 于点 B[图 4-35(2)].

线段 AB 就是所求作的线段.

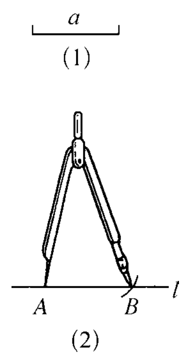


图　4-35

例 2　作一个角等于已知角.

已知:$\angle AOB$[图 4-36(1)].

求作:$\angle DEF$,使 $\angle DEF=\angle AOB$.

作法:

(1) 在 $\angle AOB$ 上以点 O 为圆心,任意长为半径画弧,分别交 OA,OB 于点 P,Q[图 4-36(1)];

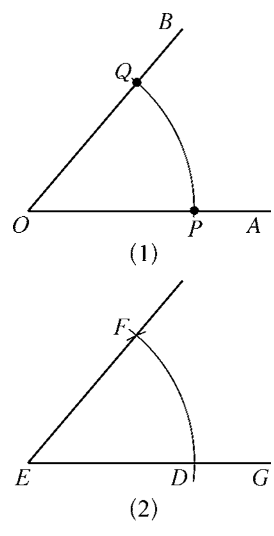


图　4-36

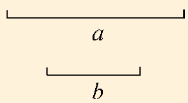
(2) 作射线 EG,并以点 E 为圆心,OP 长为半径画弧交 EG 于点 D;

(3) 以点 D 为圆心,PQ 长为半径画弧交第(2)步中所画弧于点 F;

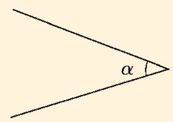
(4) 作射线 EF[图 4-36(2)],$\angle DEF$ 即为所求作的角.

练习

1. 如图,已知线段 a, b,用直尺和圆规作一条线段 AB 等于 (1) $a+b$;(2) $a-b$.



(第 1 题)



(第 2 题)

2. 如图,已知$\angle\alpha$,用尺规作 $\angle AOB=2\angle\alpha$.
3. 用直尺和圆规按下列步骤作图:

(1) 作线段 AB;

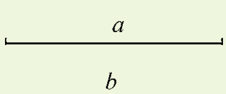
(2) 以点 A 为圆心,AB 为半径画弧;

(3) 以点 B 为圆心,AB 为半径画弧,与第(2)步所画的弧在 AB 的一方交于点 C;

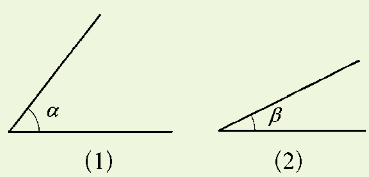
(4) 连接 AC,BC,所得的是什么图形?

习题 4.6

1. 已知线段 a, b $(a>b)$,用直尺和圆规作一条线段 AB,使得线段 AB 等于 $2a-b$.



(第 1 题)



(第 2 题)

2. 已知$\angle\alpha$，$\angle\beta$，且$\angle\alpha>\angle\beta$，用直尺和圆规作$\angle AOB$，使得：

(1) $\angle AOB=\angle\alpha+\angle\beta$；　　(2) $\angle AOB=\angle\alpha-\angle\beta$.

数学活动

画　图

1. (1) 任意画一个圆；

(2) 以圆心为顶点，利用量角器接连画五个72°(360°÷5)角，这些角的边分别与圆周交于五个点；

(3) 用线段连接相间的点；

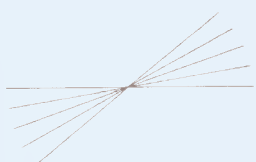
(4) 适当修饰后，即得五角星.

2. (1) 过纸上一点画一些直线，使相邻两条直线之间的夹角都是10°. 这里是先画出的5条，如图4－37(1)；

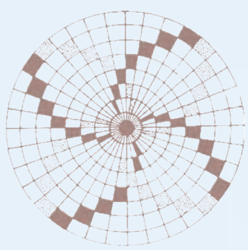
(2) 以该点为中心，分别以1 cm，2 cm，3 cm，4 cm，5 cm等为半径作圆；

(3) 在这个图形上按一定规则着上颜色可得到不同的图案. 图4－37(2)是一种具有“螺旋”感的图案；

(4) 你可按不同的规则着色，看能否得出别样的图案.



(1)



(2)

图　4－37

数学史话

“几何”的由来

图 4-38　欧几里得

人类早期对几何图形的认识和研究，是由于生产和生活的需要．几何的起源，在国外可追溯到公元前 3 000 年的古埃及．由于尼罗河泛滥成灾，经常要测量被河水冲毁了的土地，这便逐步产生了几何图形的知识．埃及文化传入希腊后，公元前 300 年左右，希腊数学家欧几里得（Euclid）在泰勒斯（Thales）、毕达哥拉斯（Pythagoras）等前人工作基础上，结合自己的发现，把当时已有的数学内容，归纳整理写出了一本包括 13 卷的巨著——*Elements*（《原本》）．在这本书里，对几何图形性质的研究，是从一些基本定义和尽可能少的几条不言而喻的、一致公认的基本事实（称为公理）出发，运用逻辑推理的方法，推演出内容丰富、准确可靠的几何学．从此使几何学成为一门系统演绎的科学．《原本》包括有 5 条公理、5 条公设（现代数学已不区分公设与公理，都称之为公理）、119 个定义和 465 条命题，构成了历史上第一个数学公理体系，它是一部划时代的数学巨著，影响遍及整个科学领域．

1607 年，我国明代科学家徐光启和意大利传教士利玛窦（Matteo Ricci）合作，把该书的前 6 卷翻译成中文，取名《几何原本》．书名所加的“几何”两字，出自拉丁文 Geometry（Geo 指土地，metry 指测量）中 Geo 的音译，“几何”在中文里还有“多少”的含义．这样，音义兼顾，十分贴切、巧妙．

图　4-39

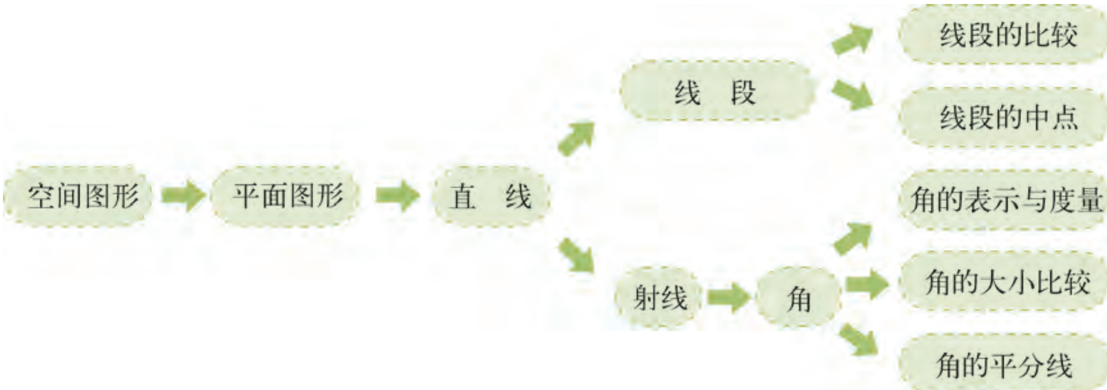
图　4-40

图　4-41

我国古代的许多著作如《墨经》、《周髀算经》、《九章算术》中记载了大量的图形知识和处理几何问题的方法．1952 年我国考古学家在陕西省西安市半坡村发现一处距今约六七千年的氏族部落的遗址，表明当时已经会建造圆锥形或长方体形的房屋（图 4－39）．1953 年在安徽灵璧和浙江嘉兴发现的新石器时代的遗址，挖掘出不少碎陶片，上面就有方格、米字、回字等几何图案（图 4－40）．在考古中还发现，公元前 2 世纪时的浮雕中就有伏羲执矩（曲尺）、女娲执规（圆规）的画像（图 4－41），说明我国古代很早就会使用规和矩，并在实际中运用几何知识了．

小结·评价

一、内容整理



二、主要知识回顾

1. 线段是直线的一部分,它有两个端点.

(1) 线段的基本事实:两点之间的所有连线中,线段最短;

(2) 线段的中点:如图 4-42,C 为 AB 的中点,则 $AC=CB=\frac{1}{2}AB$,或 $AB=2AC=2CB$.

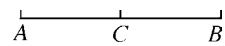


图　4-42

2. 射线是直线的一部分,它有一个端点.

3. 直线的基本事实:经过两点有一条直线,并且只有一条直线.

4. 直线的性质:两条直线相交只有一个交点.

5. 角.

(1) 由同一点出发的两条射线所组成的图形,如图 4-43 中的 $\angle AOB$(或 $\angle\alpha$);也可以看成是射线 OA 绕点 O 旋转到 OB 位置所形成的图形;

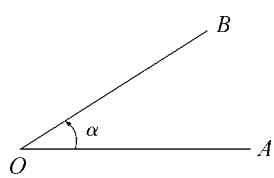


图　4-43

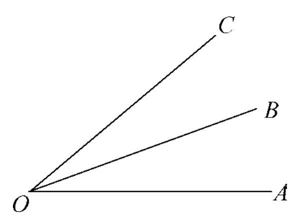


图　4-44

(2) 角的平分线:如图 4-44,若 OB 平分 $\angle AOC$,则 $\angle COB=\angle BOA=$

$\frac{1}{2}\angle AOC$;

(3) 同角(或等角)的补角相等,同角(或等角)的余角相等;

(4) 1° = ______$'$, $1'$ = ______$''$.

6. 用直尺和圆规作一条线段等于已知线段;作一个角等于已知角.

三、自评与互评

1. 与小学数学比较,本章有哪些新的内容?

2. 总结所学直线、线段、射线、角的意义、性质和表示方法.

3. 与同学合作,检测自己能否根据学过的几何语句准确地画出图形,并用学过的语句描述简单的几何图形.

A组 复习题

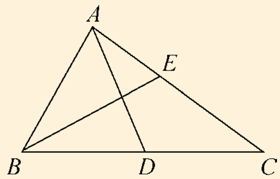
1. 已知线段 $AB=2$ cm, 延长 AB 到 C,使 $BC=2AB$, D 为 AB 的中点,求 DC 的长.

2. 把一条 32 cm 的线段分成三段,中间一段长为 8 cm,问第一段中点到第三段中点的距离等于多少?

3. 如图,用“>”“<”或“=”填空:

(1) 若 BE 是 $\angle ABC$ 的平分线,则 $\angle ABC$ __ $\angle ABE$, $\angle ABE$ __ $\angle EBC$;

(2) 已知 D 是 BC 上一点,则 $\angle BAD$ __ $\angle BAC$, $\angle DAC$ __ $\angle BAC$.



(第 3 题)

4. (1) 作 $\angle AOB=90^\circ$,在 $\angle AOB$ 的内部作 $\angle BOC=30^\circ$, $\angle AOD=75^\circ$, $\angle AOE=30^\circ$;

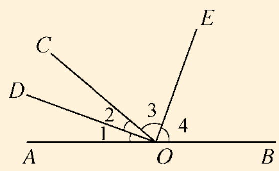
(2) 填空:在上面所作的图中, $\angle COD$ = ______, 射线 OD 是 $\angle BOC$ 的______, OE 是 $\angle AOC$ 的______, $\angle DOE$ = ______.

5. 如图, $\angle AOB$ 是一个平角, $\angle 1=\angle 2$, $\angle 3=\angle 4$, 那么:

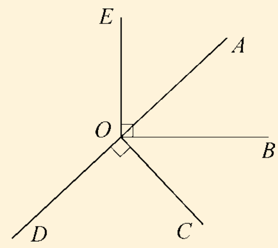
(1) OD 是______的角平分线;

(2) $\angle AOC$ 的补角是______, $\angle BOE$ 的补角是______, $\angle AOD$ 的补角是______;

(3) $\angle 3$ 的余角是______, $\angle 1$ 的余角是______.



（第 5 题）



（第 6 题）

6. 如图，点 O 在直线 AD 上，$\angle BOE = \angle COD = 90°$，写出：

（1）互为余角的角；（2）互为补角的角；（3）相等的角.

7. 已知 $\angle\alpha = 50°17'42''$，求 $\angle\alpha$ 的补角和余角的度数.

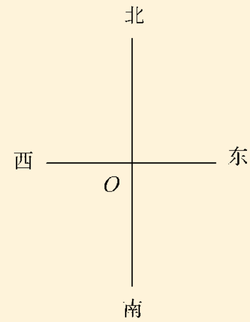
8. 根据下列条件，用量角器、刻度尺画出点的位置：

（1）点 A 在北偏东 30°方向上，与点 O 相距 2 cm；

（2）点 B 在北偏西 70°方向上，与点 O 相距 1 cm；

（3）点 C 在西南方向上，与点 O 相距 1.5 cm；

（4）点 D 在正东方向上，与点 O 相距 1.5 cm.



（第 8 题）

9. 已知甲从点 A 出发向北偏东 30°方向走 50 m 到达点 B，乙从点 A 出发向南偏西 35°方向走了 80 m 到达点 C，试求 AB，AC 所成的最小的角的度数.

B组 复习题

1. 已知 A，B，C，D 四点，任意三点都不在同一直线上，以其中的任意两点为端点的线段有多少条？

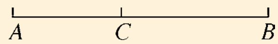
2. 线段 $AB = 12$ cm，点 M 是 AB 中点，点 C 在 MB 上且 $MC : CB = 1 : 2$. 求线段 AC 的长.

3. 在平面内有 $\angle AOB = 50°$，$\angle BOC = 30°$，OM 是 $\angle AOB$ 的平分线，ON 是 $\angle BOC$ 的平分线. 求 $\angle MON$ 的度数.

C组 复习题

1. 设有两块三角尺,其中一块的三个角分别是 90°,60°,30°,另一块的三个角分别是 90°,45°,45°. 你用这两块三角尺能画出多少个小于平角的,度数确定且大小互不相等的角?

2. 如图,给出一条线段 AB,这时,图中的线段条数为 1,记作 S_0,即 $S_0=1$. 如果在 AB 上任取一点 C(不与原有端点重合),这时,共有 S_1 条线段,即



(第 2 题)

$$S_1=1+2=3.$$

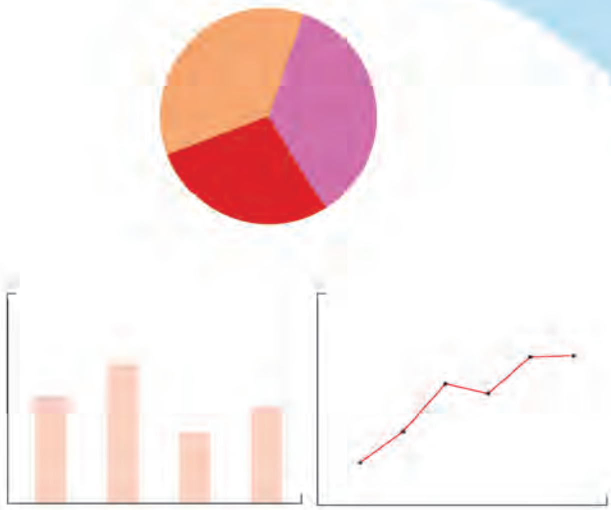
如果在 AB 上任取两个不同点(不与原有各个点重合),这时,共有 S_2 条线段,那么

$$S_2=1+2+3=6.$$

如此类推:S_3,S_4 各等于多少?

如果在 AB 上任给 n 个不同点,那么 S_n 等于多少?

第5章 数据的收集与整理



翻阅报纸、收看电视、浏览网页……你都会见到许多数据，数据是信息的载体，生活中离不开数据.

本章我们将学习收集和整理数据的一些基本方法，并学习怎样从统计图表中获取信息.

5.1 数据的收集

生活中数据无处不在，可是你是否知道，这些数据是如何得到的？

问题1 班级要举办球类比赛，如果由你来策划这次活动，你将如何安排？

解决这个问题，首先需要了解全班每位同学各喜爱哪项球类活动. 为此，你需要进行调查，你可以把要调查的问题作为目标来设计调查问卷.

用字母代替球类活动的类型，便于统计.

调查问卷

你喜爱的球类活动是（只选一项） （　　）.

A. 篮球　　B. 足球　　C. 乒乓球　　D. 羽毛球

E. 排球

填完后，请将问卷交给王平同学，谢谢合作.

将问卷发给每位同学，然后收集、记录.

下面是对该班 50 位同学“喜爱的球类活动”收集的资料. 习惯上把所收集的资料称为“数据”.

A	A	A	B	C	C	A	D	E	A	E	B	B
A	C	A	C	D	A	C	C	E	C	C	C	A
B	D	B	A	B	A	A	D	B	C	C	A	D
A	C	C	E	A	D	E	C	B	A	A		

人口普查是国家为了解人口情况，定期进行的人口调查，它的对象是全国所有人口. 我国的人口普查已进行了 6 次，第六次人口普查是于 2010 年 11 月 1 日 0 时开始的.

调查是收集数据的重要方法. 在问题 1 提到的收集数据活动中，全班同学是我们要考察的对象，我们用问卷对全体

同学作了逐一调查. 像这样对全体对象进行的调查叫做**全面调查(普查)**. 我国政府定期进行的人口普查,就是采用全面调查.

问题❷　某灯泡生产厂家,改进了生产过程中的某一项工艺,生产出 500 只新灯泡. 现需对这 500 只新灯泡进行试验,看新灯泡的使用寿命是否比原灯泡长. 做这样的试验时,能否对这 500 只灯泡全部进行试验? 为什么?

图　5-1

调查、试验如采用普查可以收集到较全面、准确的数据,但普查的工作量比较大,有时受客观条件(人力、财力等)的限制难以进行;有时由于调查具有破坏性,不允许采用. 在这些情况下,常常采用**抽样调查**(sampling survey),即从被考察的全体对象中抽出一部分对象进行考察的调查方式.

在一个统计问题中,我们把所要考察对象的全体叫做**总体**(population),其中的每一个考察对象叫做**个体**(individual),从总体中所抽取的一部分个体叫做总体的一个**样本**(sample),样本中个体的数目叫做**样本容量**(sample size).

例如,在通过试验考察 500 只新工艺生产的灯泡的使用寿命时,从中抽取 50 只进行试验. 这 500 只灯泡的使用寿命的全体是总体,其中每只灯泡的使用寿命是个体,抽取的 50 只灯泡的使用寿命是一个样本,50 是这个样本的样本容量.

为了使抽取的 50 只灯泡能很好地反映 500 只灯泡的情况,抽取时要使每只灯泡被抽到的机会相等,应该如何抽取?

可以先把 500 只灯泡逐一进行编号,再把编号写在小纸片上,将小纸片揉成团,放在一个不透明的容器内,充分搅拌后,从中一个一个地抽出 50 个号签.

上面抽取样本的过程中,总体中的各个个体都有相等的机会被抽到,像这样的抽样方法是一种**简单随机抽样**(simple random sampling).

练习

1. 下面的问题都要收集数据,你认为采用全面调查还是抽样调查合适?

(1) 了解本班学生每周的课外阅读时间;

(2) 奥运会上,为了解参赛运动员是否服用违禁药物的情况,对运动员进行的尿样检查;

(3) 调查中央电视台《焦点访谈》节目的收视率;

(4) 对我国首个空间实验室"天宫一号"的零部件的检查;

(5) 一批罐头产品的质量检查;

(6) 对河水的污染情况的调查.

2. 分别指出以下各个问题中的总体、个体、样本和样本容量:

(1) 考察某商场一年中每天的营业额,从中抽取 40 天的营业额;

(2) 了解一批某种型号电池的使用寿命,从中抽取 10 节进行检测.

3. 某乡为了解果农的年收入情况,从全乡果农中抽取 50 户果农进行调查,这 50 户果农的年收入是(　　).

(A) 样本　　(B) 样本容量　　(C) 个体　　(D) 总体

4. 某班举办元旦联欢会,主持人从全班同学中抽取 5 个幸运奖,要使每名同学都有相等的中奖机会,你认为应该如何抽取?

阅读与欣赏

水库相关数据收集的重要性

在河流上拦河筑坝形成人工的水池(用来调节河水的流量)就是水库.由于天然来水(包括水库以上河道的来水和库区范围内的降雨、雪等)的时间,与用水部门需水的时间往往不能吻合,例如,冬季发电需水量较多,而一般河流都处于枯水期.为充分利用河流的天然来水,就需要兴建水库,人为地将天然来水在时间上重新分配,进行调节.当汛期来水流量大于流出的用水流量时,水库就蓄水,水就被暂时蓄于水库;当枯水期来水流量小于用水流量时,水库就放水,将汛期多余水量调剂到枯水期使用.我国一

般河流汛期和枯水期水量相差悬殊,而多数用水部门如发电、航运、供水等,一年内需水量变化不大.这就要求在一年范围内将天然来水重新分配,调节每月用水流量.

下表收集的是某水库某年各月的来水流量和用水流量的数据,其中每月的用水流量都是 20.0 m^3/s.

月　份	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	合计
来水流量(m^3/s)	31.1	40.4	68.2	85.8	58.2	30.6	13.4	6.5	3.2	4.4	9.2	15.5	366.5
用水流量(m^3/s)	20.0	20.0	20.0	20.0	20.0	20.0	20.0	20.0	20.0	20.0	20.0	20.0	240.0
余、亏水量(m^3/s)	11.1	20.4	48.2	65.8	38.2	10.6	−6.6	−13.5	−16.8	−15.6	−10.8	−4.5	126.5

从上表可以看出 3 月至 8 月为余水期,9 月至次年 2 月为亏水期.本例中 6 个月的余水期总余水量为 $11.1+20.4+48.2+65.8+38.2+10.6=194.3(m^3/s)$・月,6 个月的亏水期总亏水量为 $6.6+13.5+16.8+15.6+10.8+4.5=67.8(m^3/s)$・月,水库在亏水期需要补充$67.8(m^3/s)$・月的水量.由于余水期多余的水量远远超过亏水期所缺的水量,所以该年在亏水期也能正常供水.

在水利计算中常用(流量・月)表示水量,一个月以 30.4 日计,即 $1(m^3/s)$・月 $=2\,626\,560\ m^3$.

由于一个水库的天然来水量每年不同,所以每年都要综合地考虑汛期与枯水期的均衡发电、水坝与电站的安全及下游用水等因素,来对水库每月用水流量合理地进行调节,使之得到最佳的综合效益.为此,我们需要采集历年的来水流量的数据,一般如有几十年的来水流量的数据,我们就可以发现来水流量变化的统计规律,预估未来余、亏水量可能的变化,用以判断水库未来蓄、放水的工作情况.

习题 5.1

1. 以你所在班级同学为调查对象,了解一下每位学生的如下情况,你将采用何种调查方式?(需普查还是抽样调查?若需抽样调查,又该如何抽样?)

(1) 每天课外阅读的时间;

(2) 每天课外做作业的时间;

(3) 每天进行户外运动的时间;

(4) 全班同学对某科教师教学满意情况.

2. 下列问题中,总体、个体、样本和样本容量各是什么?

(1) 为了检查一批零件的长度是否符合要求,从中抽取 10 件,量得它们的长度如下(单位:cm):

22.36, 22.35, 22.33, 22.35, 22.37,

22.34, 22.38, 22.36, 22.32, 22.35.

(2) 某县参加中考共有 5 000 名学生,从中抽取 500 名考生的成绩进行分析.

3. 请设计一个调查个人情况(包括姓名、性别、出生年月、身高、体重、视力等)的问卷,对全班的同学进行调查.

5.2 数据的整理

在上一节“你喜爱的球类活动”调查中，我们得到了如下的数据：

A	A	A	B	C	C	A	D	E	A	E	B	B
A	C	A	C	D	A	C	C	E	C	C	C	A
B	D	B	A	B	A	A	D	B	C	C	A	D
A	C	C	E	A	D	E	C	B	A	A		

思考

从这些数据中，你能一下子就看出喜爱哪项球类活动的同学最多吗？

收集到的数据，一般比较散乱，难以从中获得需要的信息. 为此，要对数据进行整理.

通常将这些数据制成表：

全班同学喜爱的球类活动统计表

节目形式	记　录	人　数	百分率(%)
篮球(A)	正正正丅	17	34
足球(B)	正下	8	16
乒乓球(C)	正正𠦃	14	28
羽毛球(D)	正一	6	12
排球(E)	正	5	10

把数据整理成表，同时还常用一些统计图来直观地表达经整理后得到的结果，使人看到统计图后，便一目了然. 常用的统计图有三种，在小学我们已经学过：**条形统计图**（bar statistical chart）、**折线统计图**（broken line statistical chart）和**扇形统计图**（sector statistical chart），如图 5 − 2、图 5 − 3 和图 5 − 4.

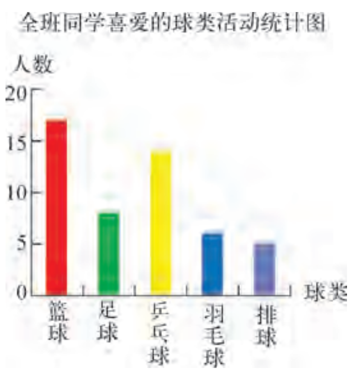


图　5−2

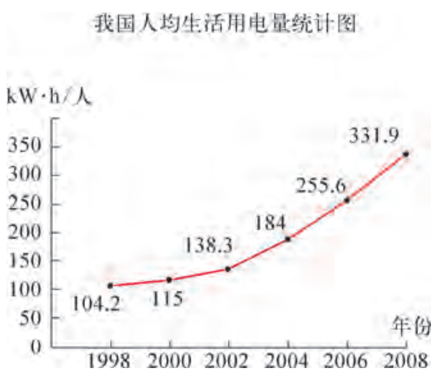


图　5−3

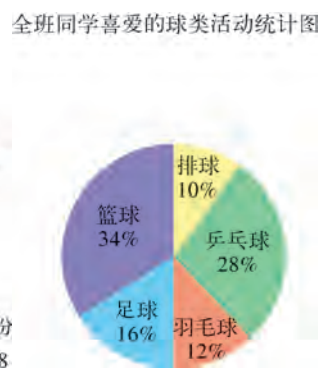


图　5−4

由图 5 − 4 可见，扇形统计图可以直观、生动地反映出喜爱各种球类活动的同学数占全班人数的百分率.

在扇形统计图中：

扇形的圆心角 = 360° × 该部分占总体的百分率.

如表示“篮球”部分的扇形的圆心角为

$$360° \times 34\% = 122.4°.$$

怎样绘制扇形统计图呢？我们来看下面的例子.

例　2010 年某调查所进行了“如何度过春节”的调查，结果如下：

“如何度过春节”的调查情况统计表

选　择	占调查人数的百分率（%）
回家	44.5
旅游	37.0

（续表）

选　择	占调查人数的百分率(%)
工作	5.7
学习	5.6
尚未定	7.2

请根据上面数据，画出表示调查结果的扇形统计图.

分析：根据人们的 5 种选择情况，要把表示总体的圆分成 5 个扇形. 先由每种选择的人数占调查总人数的百分率，计算出相应扇形圆心角的大小；然后，根据各扇形圆心角的度数，画出各个扇形.

解　表示“回家”部分的扇形的圆心角为

$$360° \times 44.5\% = 160.2°.$$

表示“旅游”部分的扇形的圆心角为

$$360° \times 37.0\% = 133.2°.$$

表示“工作”部分的扇形的圆心角为

________________________.

表示“学习”部分的扇形的圆心角为

________________________.

表示“尚未定”部分的扇形的圆心角为

________________________.

用量角器画出相应的扇形的圆心角，标明各扇形表示的部分的名称和所占百分率，得到图 5－5.

如何度过春节的调查情况统计图

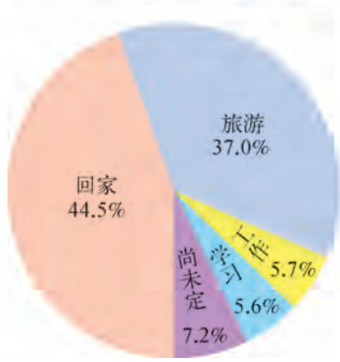


图　5-5

练习

1. 体育老师对某班同学进行了 1 min 跳绳次数的体能测验，所得数据如下：

48，62，54，55，67，65，56，68，

51，47，58，62，63，58，62，59，

53，46，58，63，57，60，65，63，

52，54，61，60，54，58，67，58.

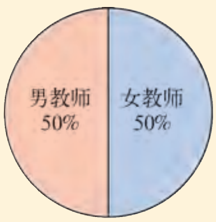
(1) 根据上述数据,完成下表:

全班同学 1 min 跳绳次数分布表

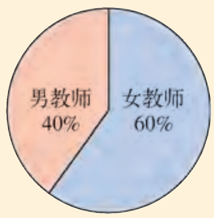
次　数	记　录	人　数	百分率(%)
45～49			
50～54			
55～59			
60～64			
65～69			

(2) 用扇形统计图来表述上表中不同次数范围的人数占总人数的百分率.

2. 如图,从这两个统计图中,你能判断哪个学校的男教师多吗? 说说道理.



甲校



乙校

(第 2 题)

3. 在全校,根据"你知道父母的生日吗?"的调查结果,绘制表示调查结果的扇形统计图.

数学活动

英文字母统计

下面是一篇英语幽默短文:

The First Day at School

When Bill came back from school on the first day, his mother asked him.

Mother: Is it interesting to go to school?

Bill: Yes. After class, I have a good time with a few classmates. If I don't have any classes, it will be even more interesting to go to school!

分组完成下面的统计表:

字母	字母出现的次数	占字母总数的百分率(%)	字母	字母出现的次数	占字母总数的百分率(%)
a			n		
b			o		
c			p		
d			q		
e			r		
f			s		
g			t		
h			u		
i			v		
j			w		
k			x		
l			y		
m			z		

上述表中:

(1) 出现最多的字母为__________;

(2) 出现的百分率超过4%的字母有__________.

习题 5.2

1. 数学教师在一次数学活动后,对全班学生就“你是否乐意参加这样的数学活动”进行了调查,结果如下:

态　度	人　数	百分率(%)
乐意参加	35	
无所谓	10	
不乐意	5	

（1）持各种态度的学生数占全班人数的百分率是多少？请填入上表；

（2）用扇形统计图表示上述调查结果.

2. 下面是某班 40 名学生立定跳远的得分记录：

$$\begin{gathered}2,4,3,5,3,5,4,4,3,5,\\1,5,3,3,2,4,3,5,4,4,\\4,5,2,3,2,5,4,5,2,3,\\4,4,3,5,2,4,5,4,3,4.\end{gathered}$$

（1）用表格整理上面的数据；

（2）用条形统计图表示上面的数据；

（3）用扇形统计图表示不同得分的同学人数占班级总人数的百分率.

3. 如表是我国国家税务总局公布的 2004～2010 年的税收收入统计表.

年　份	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
税收收入/亿元	25 718	30 866	37 636	49 449	54 220	63 104	77 390

请用折线统计图来表示上述税收收入情况.

5.3 用统计图描述数据

问题❶　小华对 2001～2011 年同学家中有无电视机及近一年来同学在家看电视的情况，在同年级两个班的 100 名同学中作了问卷调查，得到如下两个方面的数据：

调查项目 1　2001～2011 年拥有电视机的家庭数

年　份	2001	2003	2005	2007	2009	2011
户　数	20	32	56	70	88	94

调查项目 2　近一年中每周看电视的时间

看电视的时间	4 h 以下	4～8 h	8 h 以上
占被调查人数的百分率(%)	36	48	16

对于调查项目 1，小华同学画了两幅统计图(图 5－6 和图 5－7)：

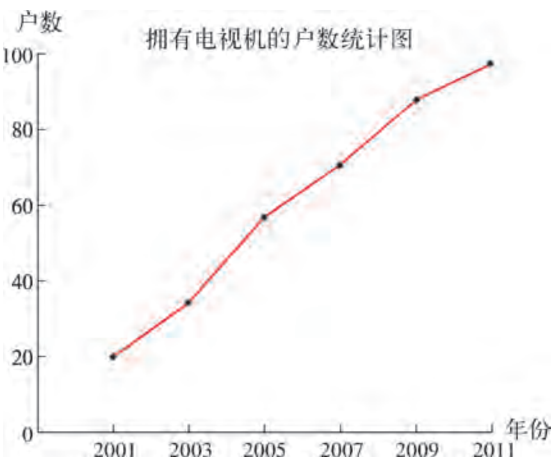


图　5-6

图　5-7

思考

1. 如果小华想让别人通过统计图很快地了解不同时期拥有电视机户数的增长情况,你认为选择图 5-6 和图 5-7 中的哪幅图较合适?

2. 对于调查项目 2,用怎样的统计图较合适?

3. 对于常用的三种统计图:条形统计图、折线统计图和扇形统计图(图 5-8),说说它们在描述数据上各自的优势.

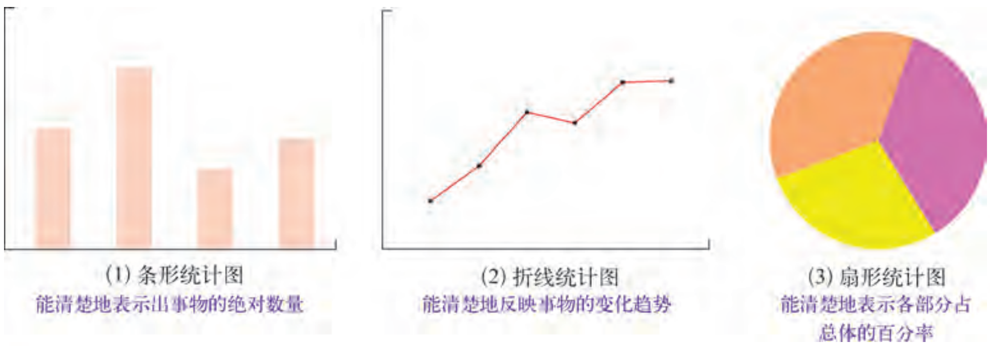


图 5-8

问题❷ 2000 年、2010 年两次人口普查中,都对每 10 万人中受教育程度的人数进行了统计,结果如下表:

每 10 万人中受教育程度的人数统计表

受教育程度 / 人数 / 普查	大 学	高 中	初 中	小 学	其 他
2000 年第五次	3 611	11 146	33 961	35 701	15 581
2010 年第六次	8 930	14 032	38 788	26 799	11 451

(1) 小王用两幅条形统计图比较两次普查各种受教育程度的情况,如图 5-9.

(2) 小李用一幅条形统计图比较两次普查各种受教育程度的情况,如图 5-10.

图 5-9

图 5-10

哪种方法效果好？好在哪里？

练习

1. 小明就市电视台的节目受欢迎的情况，对本班 50 名同学作了一次调查，结果如下：

最受学生欢迎的电视节目

节　目	人　数	节　目	人　数
新闻	16	动画	5
体育	18	其他	3
综艺	8		

选用适当的统计图描述上表数据.

2. 下面是某报刊载的“城市居民最关心的生活问题”的调查结果.

城市居民最关心的生活问题

最关心的问题	占总人数的百分率(%)	最关心的问题	占总人数的百分率(%)
医疗保障	21	健康	15
收入	20	就业	14
子女教育	19	其他	11

试将上面的调查结果用扇形统计图表示.

习题 5.3

1. 下表给出了 1999 年至 2009 年我国人口自然增长率情况.

年　份	1999	2001	2003	2005	2007	2009
增长率(‰)	8.18	6.95	6.01	5.89	5.17	5.05

请制作适当的统计图表示我国 1999 年至 2009 年人口自然增长率的变化情况.

$\left(1‰=\frac{1}{1\,000}\right)$

2. 2002 年 12 月 3 日晚,从摩纳哥蒙特卡罗举行的国际展览局大会上传来了振奋人心的消息——中国当选为 2010 年世博会的东道主,选举的方式是由国际展览局 89 个成员国的代表以无记名方式进行投票.

在首轮投票中,中国 36 票,韩国 28 票,俄罗斯 12 票,墨西哥 6 票,其他 7 票;

在第二轮投票中,中国 38 票,韩国 34 票,俄罗斯 10 票,其他 7 票;

在第三轮投票中,中国 44 票,韩国 32 票,其他 13 票;

在最后一轮投票中,中国以 54 票胜出.

请用扇形统计图表示出首轮投票的结果.

5.4 从图表中的数据获取信息

统计图表反映了被描述对象的重要内容和数据情况，它简单明了，有利于我们把握数据的特点，统计图还能直观、生动地传递信息.

问题❶　2011 年 4 月 29 日，某报在刊登国家统计局公布的《2010 年第六次人口普查主要数据公报（第一号）》时，还附发了下面一组统计图（图 5－11）：

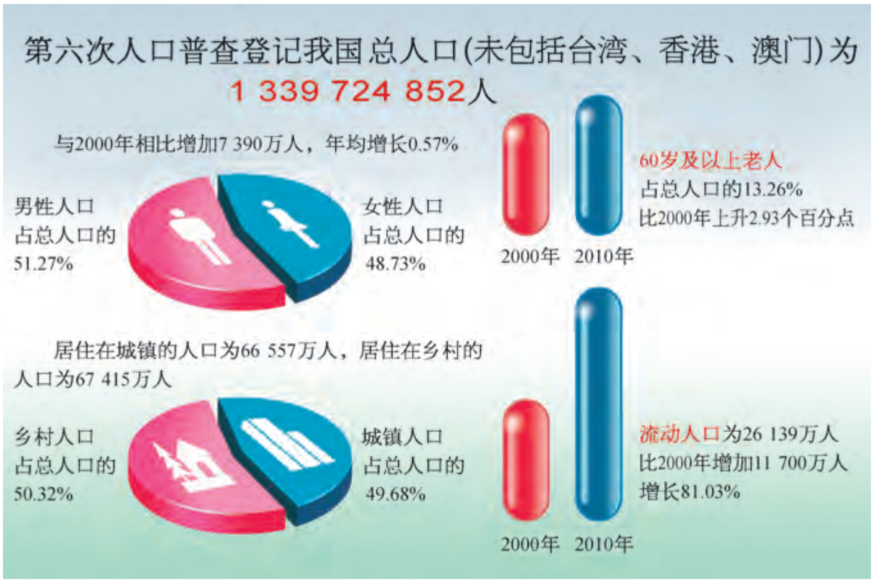


图　5－11

从图中，你得到了哪些信息？

（1）图 5－11 是从哪几个方面反映我国人口（未包括台湾、香港、澳门）构成情况的？

（2）图 5－11 中哪几项把第六次与第五次人口普查资料作了对比？

例 根据图 5 - 12 中的统计图,回答下列问题:

(1) 2001 年这些海域共发生赤潮多少次?

(2) 哪个海域发生赤潮的次数最少? 哪个海域发生赤潮的次数最多? 你认为哪些海域的环境需要重点治理?

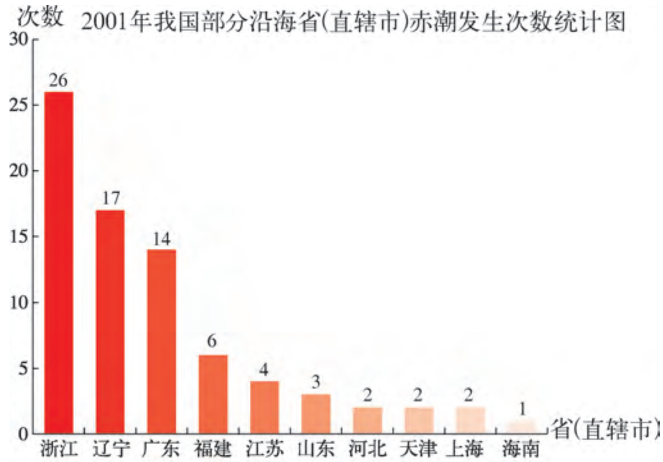


图 5-12

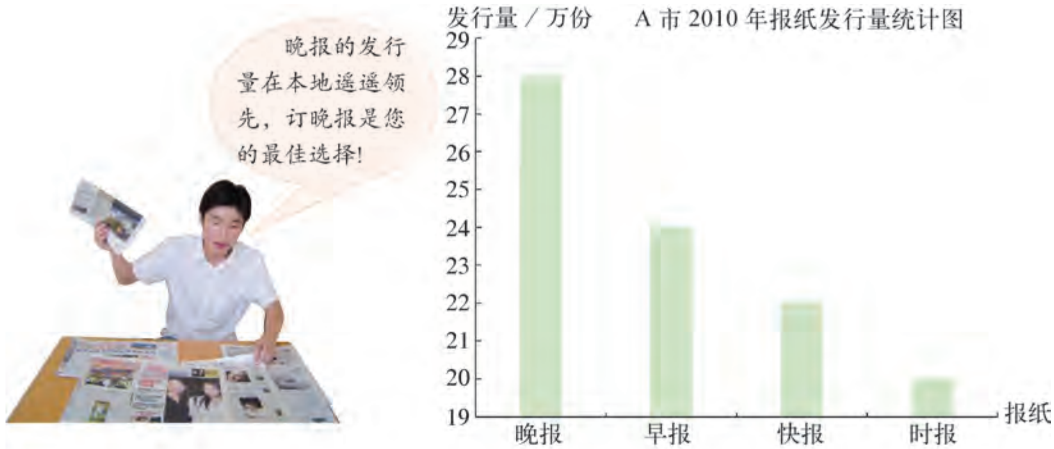
海水中某些浮游植物、原生动物或细菌爆发性增殖或高度聚集引起水体变色的有害生态现象称为赤潮. 赤潮的发生有自然因素,但人类无节制地向海洋排放、倾倒废弃物,引起藻类及其他浮游生物迅速繁殖,是目前发生赤潮的主要原因. 赤潮会破坏海洋的生态平衡、海洋渔业和水产资源,危害人类的健康.

解 (1) 从图 5 - 12 可以看出全国部分沿海省(直辖市)赤潮发生的次数,所以这些海域赤潮共发生的次数是

$$26+17+14+6+4+3+2+2+2+1=77(\text{次}).$$

(2) 在这些海域中,发生赤潮的次数以浙江省最多,达 26 次,海南省最少,为 1 次. 从赤潮发生次数多少来看,浙江、辽宁、广东等省海域的环境需要重点治理.

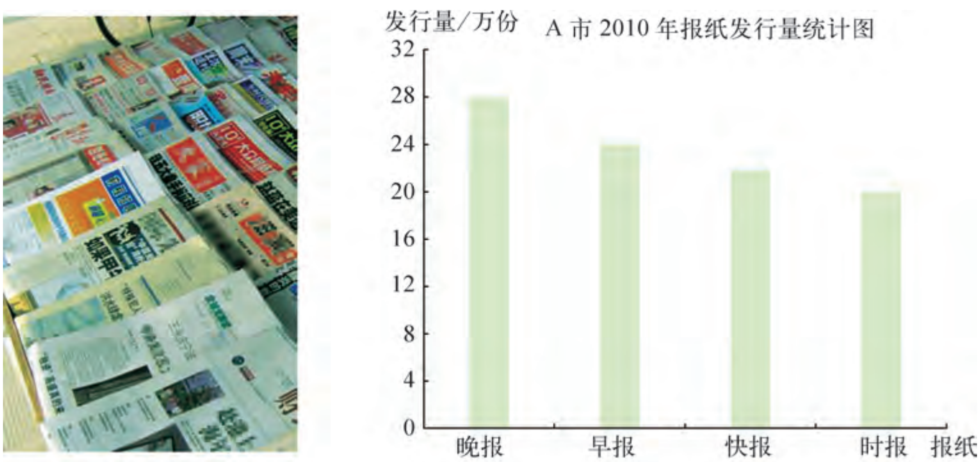
问题❷ (1) A 市晚报刊出了该市几种报纸发行量的统计图及其附带的说明(图 5 - 13).



(1)　　(2)

图　5-13

（2）对于图 5 - 13（2）中 A 市几种报纸的发行量，时报刊出了另一幅统计图[图 5 - 14（2）].



(1)　　(2)

图　5-14

比较晚报和时报刊出的两幅统计图，有什么感受？该市几家报纸发行量的差别大吗？你同意晚报的宣传吗？

为什么两幅统计图表示的数据相同，给人的感觉不一样？

统计图表示的数据是否从 0 开始，横轴、纵轴上单位长

度是否一致会导致直观上的差异.

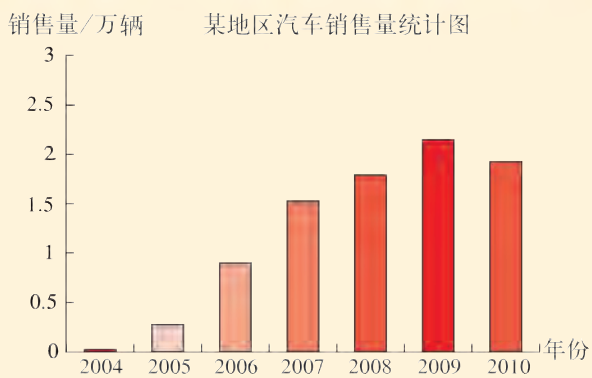
由此可知,图表虽然给我们带来了有利于决策的各种信息,但用不当的图表来表达数据,会给人以误导. 在从图表中获得信息时,要关注数据的来源、收集的方法和描述的形式,以便获得可靠的信息.

练习

1. 请从下面统计图中获取信息:

(1) 该地区何时的汽车销售量最大?

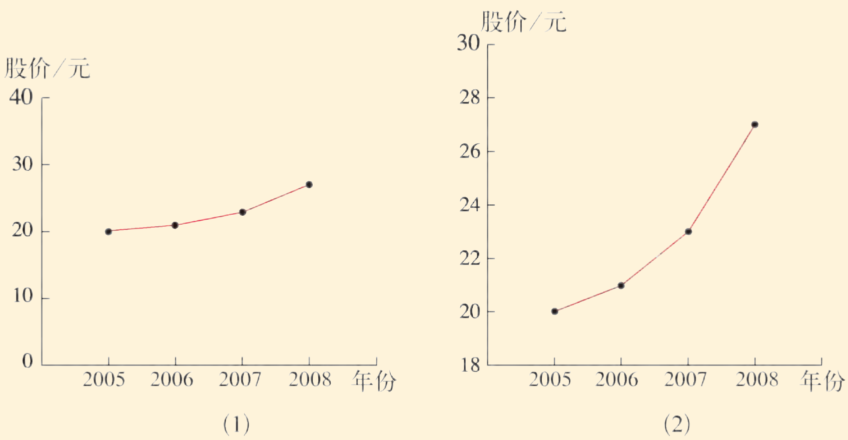
(2) 何时汽车销售量增长率最高?



(第 1 题)

2. 根据下表数据绘制的两幅折线统计图,表示的是某股票的价格变化情况.

年　份	2005	2006	2007	2008
股票最高价格/元	20	21	23	27

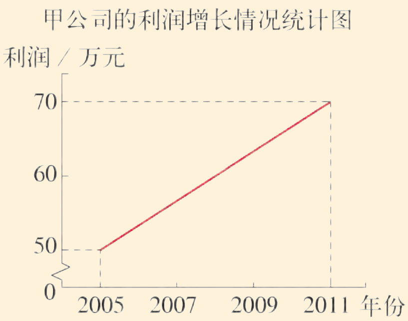


(第 2 题)

(1) 哪一幅图显示的增长幅度可能给人以误导?

(2) 造成误导的原因是什么?

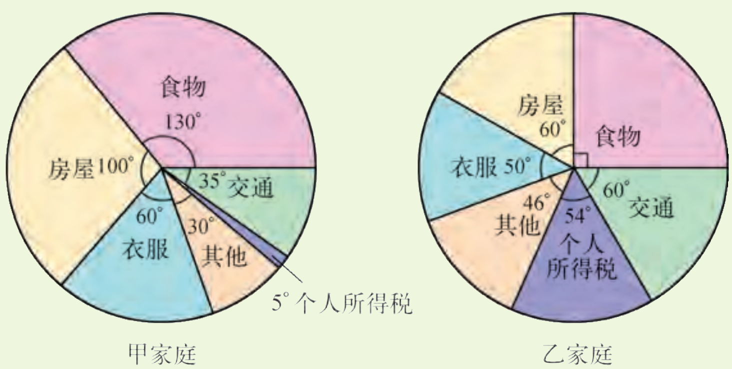
3. 如图是甲、乙两家公司的利润增长情况统计图.哪一家公司的利润增长速度较快?



(第 3 题)

习题 5.4

1. 如图所示的扇形图是根据两户人家的支出情况画出来的:



(第 1 题)

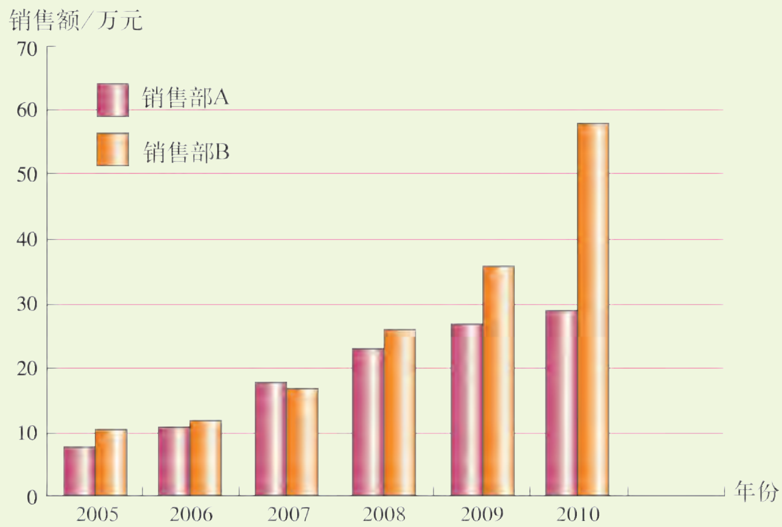
(1) 两家在食物方面的支出各占多大比例?

(2) 能否从图中得出在交通支出方面,甲家庭比乙家庭花去的钱少?

(3) 要回答上面的问题(2),还需什么资料?

(4) 如果以食物的支出占家庭全部支出的比例越小来说明生活水平越高,你认为哪家生活状况好些?

2. 如图为某公司下属两个销售部近 6 年来的年销售额：



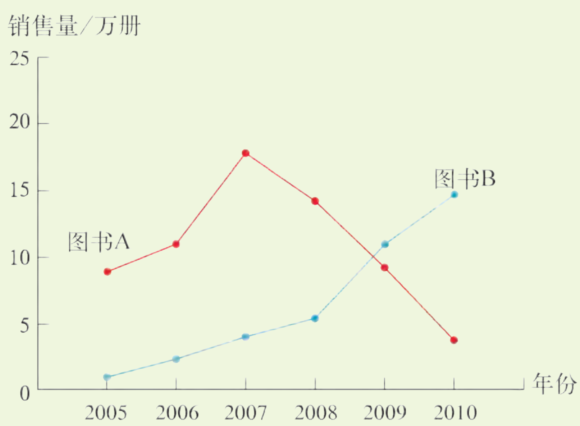
（第 2 题）

（1）哪一年销售部 B 与销售部 A 的销售额差距最小？

（2）为什么 2007 年对于销售部 A 来说是不一样的一年？

（3）销售额最多的一年，销售部 B 比销售部 A 约多百分之几？

3. 如图为两本中学生科普图书近年销售情况的折线统计图：



（第 3 题）

（1）分别描述两本书 2005 ~ 2010 年间的销售情况；

（2）按照图中后几年的销售趋势，预测两本书今后的销售情况.

4. 城镇人口占总人口比例的大小表示城镇化水平的高低，下表为我国城镇人口占总人口的百分率.

年　份	1953	1964	1982	1990	2002	2010
百分率(%)	13.26	18.30	21.13	26.41	39.09	49.68

(1) 绘制城镇人口占总人口比例的折线统计图；

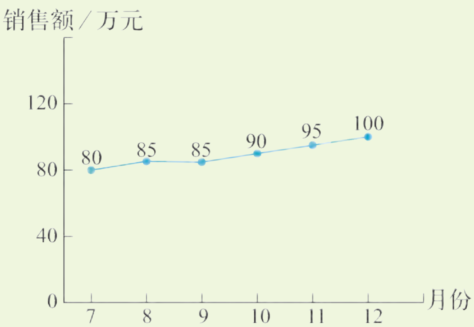
(2) 我国城市化水平在哪几个年段提高较快？

5. 某公司去年 7～12 月的销售额如下表：

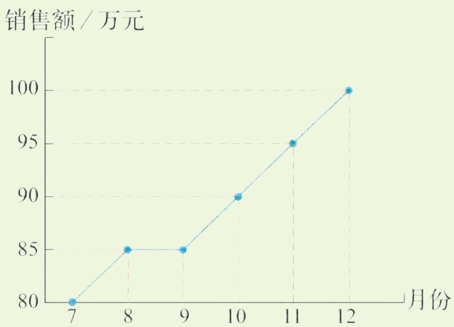
（单位：万元）

月　份	7	8	9	10	11	12
销售额	80	85	85	90	95	100

如图是公司王经理和业务员小张根据上述数据分别绘制的折线统计图.



王经理的统计图



小张的统计图

（第 5 题）

王经理指着自己画的图说：下半年我公司的业绩上升的速度较为缓慢；而业务员小张说：下半年我公司业绩直线上升.

(1) 请你仔细比较这两个图，它们所表示的数据相同吗？你认为他们谁说的有道理？

(2) 为什么这两个图给人的感觉不一样？

信息技术应用

用 Excel 软件绘制统计图

选择合适的计算机软件可以利用计算机绘制出各种统计图表，Microsoft Excel（以下简称 Excel）软件就是其中的一个.

通过下面的操作，我们来了解用 Excel 软件绘制统计图的方法.

例 根据下表，绘制统计图.

2010 年上海世博会每月入园人数统计表

月　份	5	6	7	8	9	10
人数/万人	803.44	1 309.57	1 378.94	1 245.92	1 000.84	1 569.73

具体操作步骤如下：

（1）打开 Excel 软件，在打开的窗口中根据上表输入数据，选中“人数/万人”数据 B2 ~ B7（图 5 − 15）；

图　5−15

图　5−16

（2）选择“插入”菜单中的“图表”命令（图5 − 16），在弹出的“图表向导”对话框中选择需要的图表类型（图 5 − 17）；

图 5-17

(3) 点击"下一步"按钮,按照提示一步一步做下去,就能画出你需要的统计图(折线统计图、条形统计图、扇形统计图),如图 5-18 的三个图形.

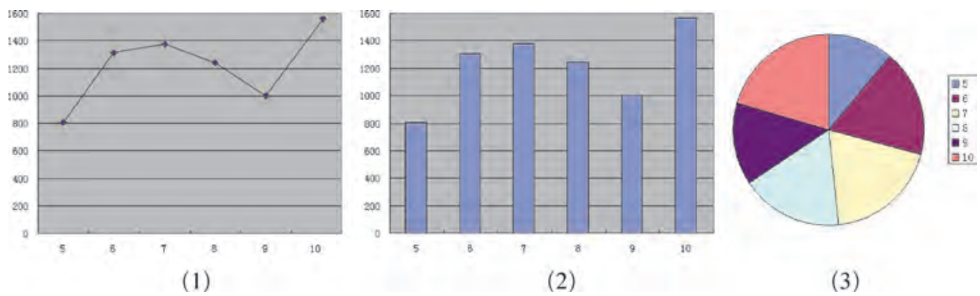


图 5-18

进一步修饰上述图表:调整纵轴上数据的起点,将横轴上显示的数据改成月份,给图表加上标题等.

5.5 综合与实践

水资源浪费现象的调查

由于水资源(指陆地上的淡水资源)分布不均匀、人口急剧增长、水污染等原因,全世界已有三分之一的人口面临供水紧张的问题.我国是水资源紧缺的国家,人均水资源占有量约为世界人均水平的四分之一.每年的 3 月 22 日是联合国确定的“世界水日”,它提醒人们要保护水资源,珍惜水,节约用水.

图 5-19　请珍惜每一滴水

请观察日常生活中有哪些水资源浪费现象,与同学进行交流,就水资源浪费现象作一调查.

1. 试写出 4 种日常生活中水资源浪费现象.

A. ______________________

B. ______________________

C. ______________________

D. ______________________

2. 试针对上述 4 种现象设计并制作调查问卷,了解全班同学日常生活中水资源浪费的情况.

调 查 问 卷

你曾经有过的水资源浪费行为是(可选多项)(　　).

A. ______________________________

B. ______________________________

C. ______________________________

D. ______________________________

填完后,请将问卷交给________同学,谢谢合作.

3. 将问卷发给每位同学,然后收集并完成下表.

全班同学日常生活中水资源浪费的情况统计表

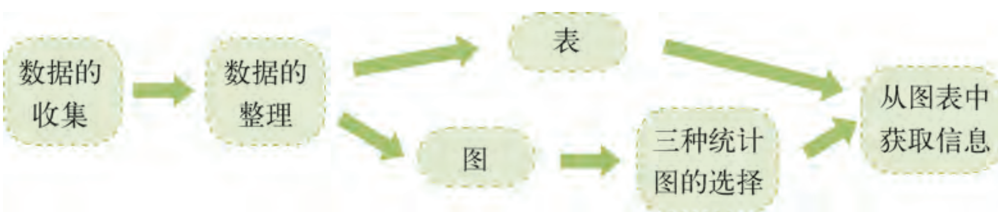
水资源浪费现象	用“正”字记录	人　数
A		
B		
C		
D		

4. 请根据上面的数据,用条形统计图表示调查结果.

5. 针对调查结果中涉及人数最多的水资源浪费现象,请提出杜绝或减少该浪费现象的措施,并将措施向全班同学宣传.

小结·评价

一、内容整理



二、主要知识回顾

1. 数据收集：全面调查或抽样调查.

为使收集的数据具有代表性，抽样方法要讲究. 本章介绍的常用的抽样方法是：__________________.

2. 三种常见统计图(条形统计图、折线统计图、扇形统计图)的画法.

3. 从统计图中正确获取信息，对要研究的问题作出判断.

三、自评与互评

1. 这章内容有些在小学已学过，学习本章后你有哪些新的收获与体会？与同学们交流一下.

2. 你是否注意从统计图表中获取信息？并举例说明在数据的收集和整理时，应当注意些什么？

A组 复习题

1. 假设你想对全校七年级同学如何到校问题进行一次调查，那么，在调查中：

(1) 你的调查目标是____;

(2) 你的调查对象是____;

(3) 你要记录的数据是调查对象的______________________________;

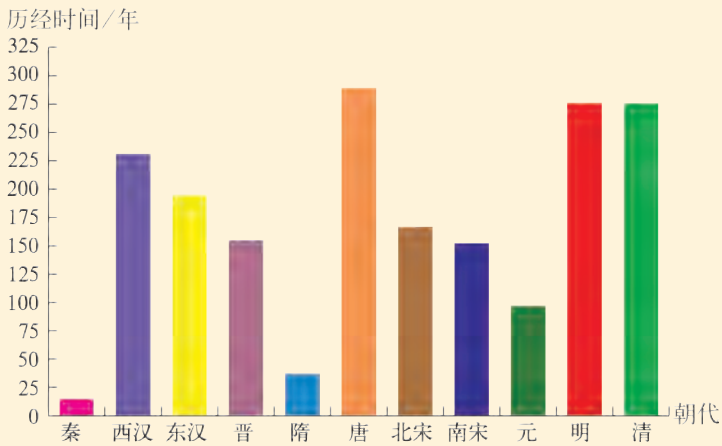
(4) 你能设计一张调查表吗？

2. 如图是中国秦初至清末部分朝代历经的时间.

(1) 哪一朝代历经的时间最长？哪一个朝代最短？

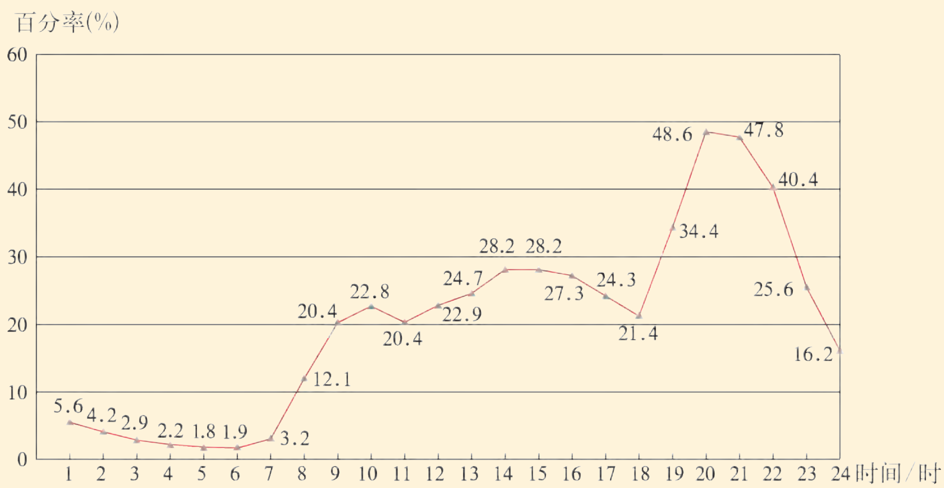
(2) 有多少个朝代历经的时间超过 250 年？

(3) 如果把西汉、东汉合为汉，北宋、南宋合为宋，那么上面(1)，(2)题答案有什么变化？



（第 2 题）

3. 如图是某一天中各时段上网人数所占网民总数的百分率的折线图：



（第 3 题）

（1）哪个时段上网的网民最少？

（2）从何时开始上网人数激增，何时上网人数最多？

（3）哪几个时段是网民使用互联网的高峰时间？

4. 王蓉同学负责做一期班级墙报的编辑，她想了解同学们对这期墙报的评价，对全班 44 名同学进行了一项问卷调查，调查结果如下（其中 A 表示很好，B 表示较好，C 表示一般，D 表示不好）：

A	C	D	B	B	A	C	C	A	A	B
C	B	C	C	A	B	C	A	B	A	A
B	B	B	C	D	C	B	C	A	B	C
B	D	C	B	B	D	B	A	D	A	B

（1）把上面的资料整理成统计表；

（2）作何种评价的人数最多；

（3）根据统计表，请你对这期墙报作一个总的评价.

B组 复习题

1. 请你选择适当的统计图将下表中的国内生产总值和增长速度表示出来，并根据所制作的统计图说说你所获得的信息.

年　份	国内生产总值/亿元	增长速度（按可比价格计算）(%)
2000	99 214	8.4
2001	109 655	8.3
2002	120 333	9.1
2003	135 823	10.0
2004	159 878	10.1
2005	184 937	10.2
2006	216 314	11.6
2007	265 810	11.9
2008	314 045	9.0
2009	340 507	9.2
2010	401 513	10.4

2. 下表给出了在第 15 届、第 16 届亚运会上，获得金牌前五名的国家或地区的奖牌情况：

第 15 届

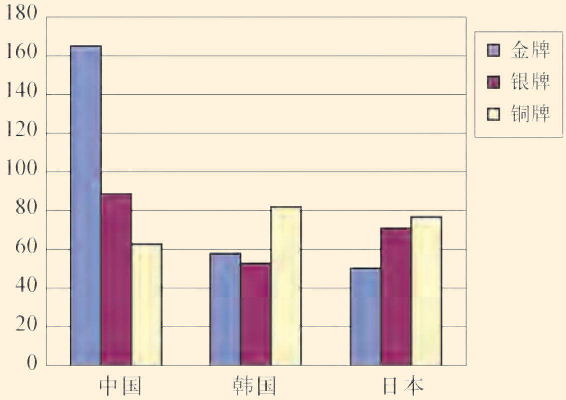
国家或地区	金牌	银牌	铜牌
中国	165	88	63
韩国	58	53	82
日本	50	71	77
哈萨克斯坦	23	19	43
泰国	13	15	26

第 16 届

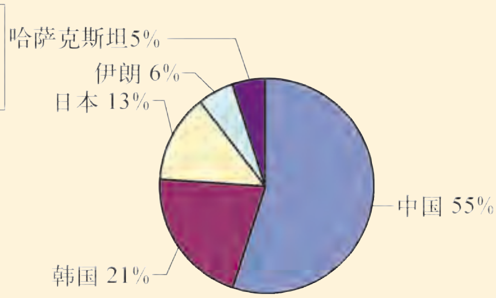
国家或地区	金牌	银牌	铜牌
中国	199	119	98
韩国	76	65	91
日本	48	74	94
伊朗	20	14	25
哈萨克斯坦	18	23	38

（1）从这两张统计表中你能得到哪些信息？

（2）小翔将表中的数据制成了下面的两幅统计图，请你对这两幅统计图进行评价.



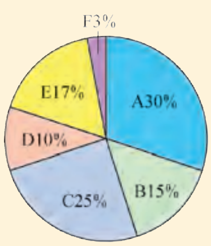
（1）



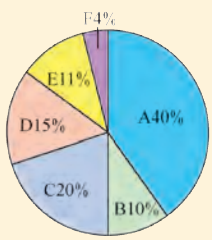
（2）

（第 2 题）

3. 如图是 2009 年和 2010 年某村 A 至 F 六个村办企业上缴利润的百分率.



2009年利润200万元

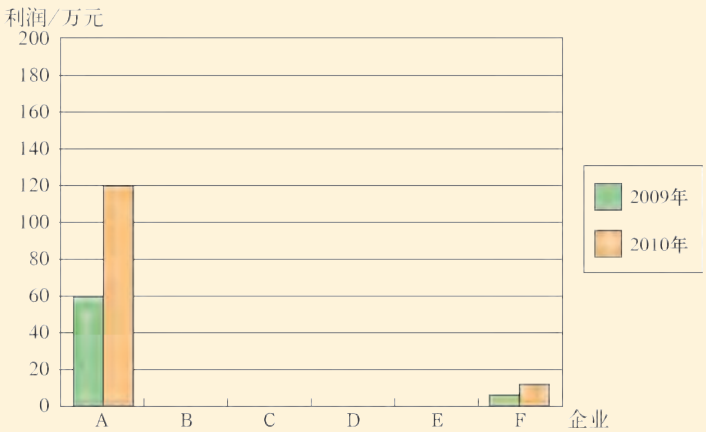


2010年利润300万元

（1）B 企业 2010 年上缴的利润是否比 2009 年上缴的利润少？

（2）F 企业 2010 年上缴的利润比 2009 年上缴的利润增加了百分之几？

（3）完成下面的条形统计图.



（第 3 题）

4. 中国体育代表团从 1984 年至 2008 年参加了 7 届奥运会，获得的奖牌数如下面统计表所示：

年　份	1984	1988	1992	1996	2000	2004	2008	合计/枚
金牌/枚	15	5	16	16	28	32	51	
银牌/枚	8	11	22	22	16	17	21	
铜牌/枚	9	12	16	12	15	14	28	
合计/枚								

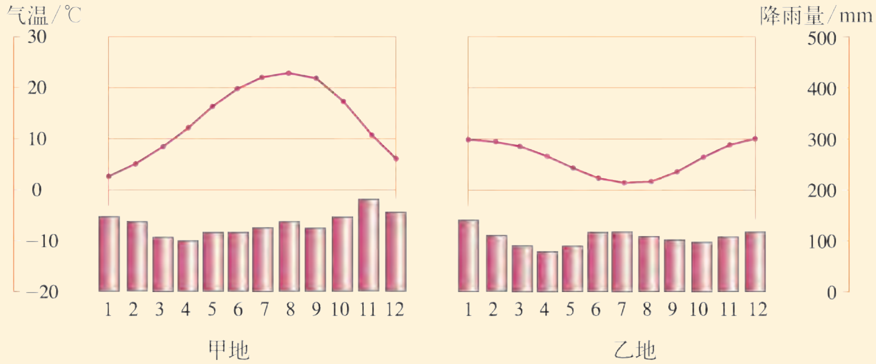
（1）完成上表；

（2）用折线统计图表示中国体育代表团在各届奥运会上分别获得的奖牌总数；

（3）从图中你可以获得哪些信息？

C组 复习题

1. 如图是甲、乙两个旅游地的月平均气温和平均降雨量，其中，折线表示气温（单位：℃）的变化，条形表示降雨量（单位：mm）.



（第 5 题）

（1）甲、乙两地平均气温与平均降雨量之间各有怎样的关系？

（2）甲地是位于北半球还是南半球？乙地呢？

（3）甲、乙两地，从气候条件看，哪一个更能吸引游客？

2. 就你自己生活或学习中的某一方面数据制作合适的统计图，并分析其结果和原因，更好地指导自己的生活或学习.

附录 1　常用的单位及其符号

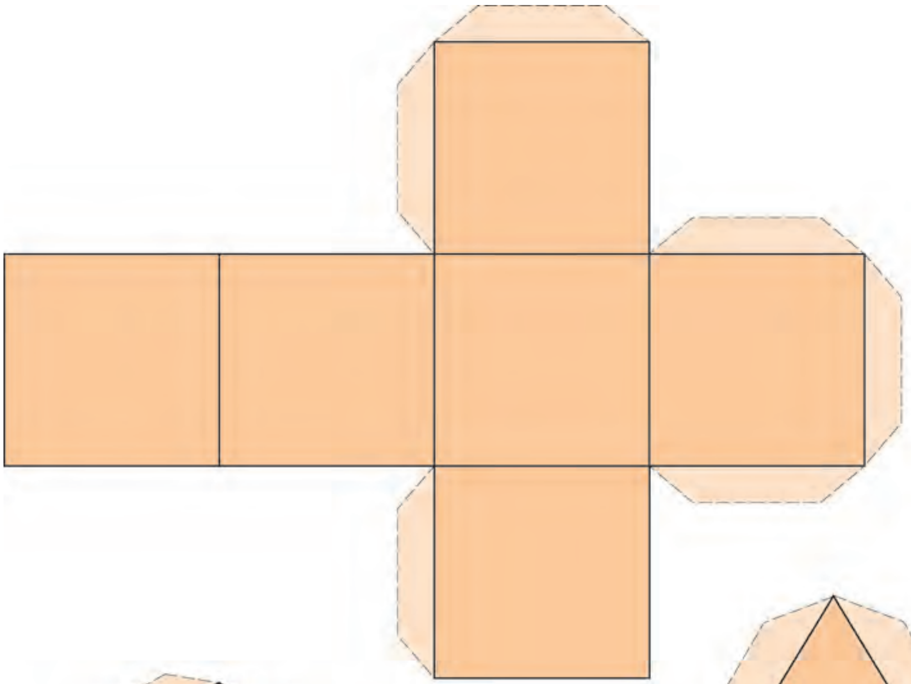
量的名称	单位(符号)	备　注
长度	毫米(mm) 厘米(cm) 米(m) 千米(km) 海里(n mile)	1 cm = 10 mm 1 m = 100 cm 1 km = 1 000 m 1 n mile = 1.852 km
面积	平方毫米(mm^2) 平方厘米(cm^2) 平方米(m^2) 公顷(hm^2) 平方千米(km^2)	1 cm^2 = 100 mm^2 1 m^2 = 10 000 cm^2 1 hm^2 = 10 000 m^2 1 km^2 = 1 000 000 m^2
体积	立方毫米(mm^3) 立方厘米(cm^3) 立方米(m^3)	1 cm^3 = 1 000 mm^3 1 m^3 = 1 000 000 cm^3
容积	毫升(mL) 升(L)	1 mL = 1 cm^3 1 L = 1 000 mL
质量	毫克(mg) 克(g) 千克(kg) 吨(t)	1 g = 1 000 mg 1 kg = 1 000 g 1 t = 1 000 kg
时间	秒(s) 分(min) [小]时(h) 天(d)	1 min = 60 s 1 h = 60 min 1 d = 24 h
角度	秒(″) 分(′) 度(°)	$1' = 60''$ $1° = 60'$
速度	米/秒(m/s) 千米/时(km/h)	1 km/h = $\frac{5}{18}$ m/s
温度	摄氏度(℃)	

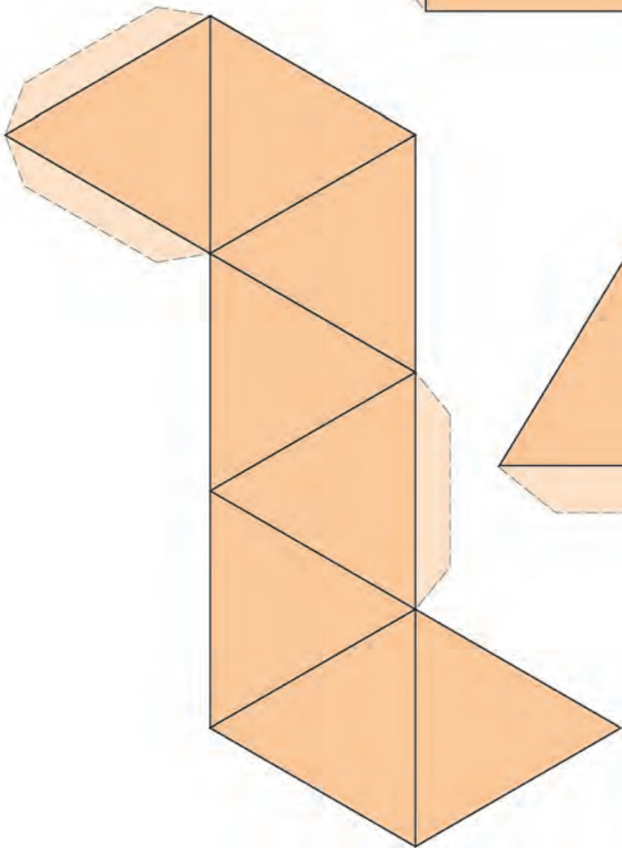
附录 2　部分中英文词汇索引

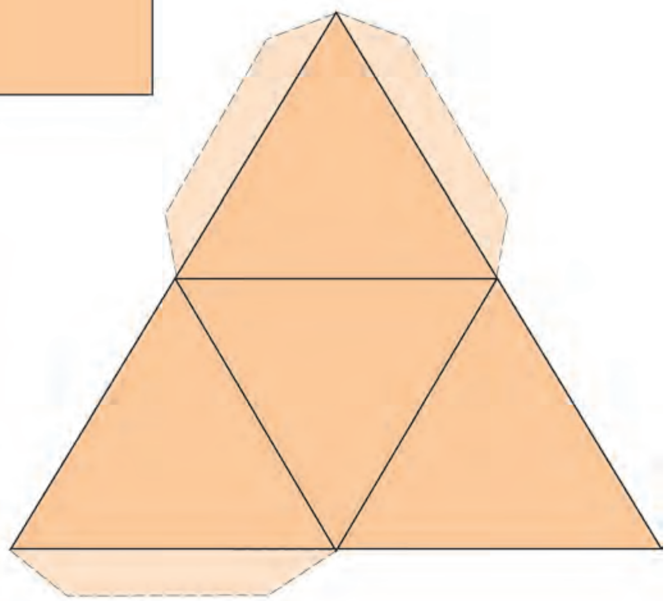
（续表）

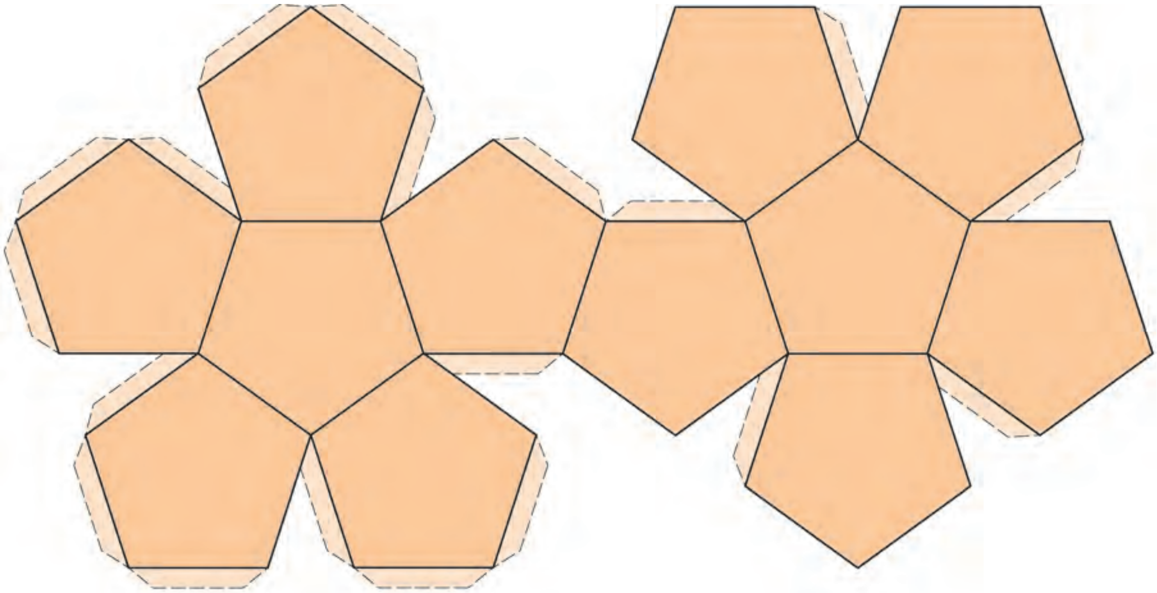
中　文	英　文	页　码
次数	degree	63
多项式	polynomial	63
常数项	constant term	63
整式	integral expression	63
代数式的值	value of algebraic expression	65
同类项	like term	69
合并同类项	unite like term	70
一元一次方程	linear equation with one unknown	85
二元一次方程组	system of linear equations with two unknowns	99
代入法	substitution method	100
加减法	addition-subtraction method	102
体	solid	131
面	surface	132
线段	line segment	135
射线	ray 或 half line	136
直线	straight line 或 right line	136
中点	middle point	140
距离	distance	140
角	angle	143
角的平分线	angular bisector	148
补角	supplementary angle	148
余角	complementary angle	148
抽样调查	sampling survey	163
总体	population	163
个体	individual	163
样本	sample	163
样本容量	sample size	163
简单随机抽样	simple random sampling	163
条形统计图	bar statistical chart	168
折线统计图	broken line statistical chart	168
扇形统计图	sector statistical chart	168

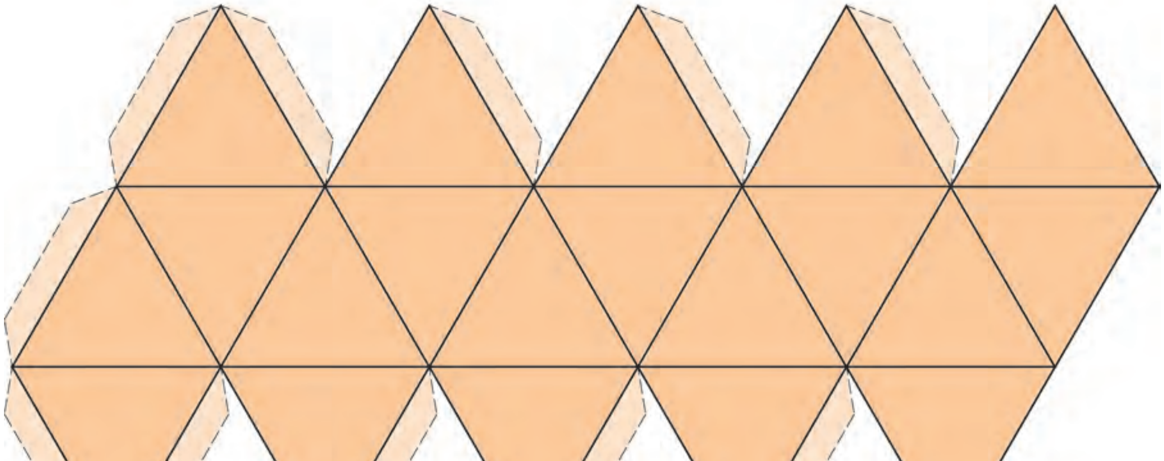
手工纸（参考本书第 134 页）











后记

1999 年，我们根据《九年义务教育全日制初级中学数学教学大纲（试用修订版）》，编写了一套华东版初中数学教材，经三年实验后，于 2002 年报教育部经全国中小学教材审定委员会审查通过.

2001 年，国家颁布了《基础教育课程改革纲要（试行）》及《全日制义务教育数学课程标准（实验稿）》，正式启动了新一轮中小学课程、教材改革. 本套教科书就是根据课程标准，在吸取了华东版教材实验过程中的经验后重新编写的，并于 2004 年经全国中小学教材审定委员会初审通过. 现教育部决定全面启动义务教育课程标准实验教材的修订工作，我们已切实把《义务教育数学课程标准（2011 年版）》的要求落实到新修订的教材中，使教材的质量进一步得到提升，特色更加鲜明.

本套教材在送审和实验过程中，得到了许多专家、学者、教研人员与广大师生的关爱，特别是人民教育出版社张孝达先生与陈宏伯先生直接参与教材的整体设计和章节审稿，他们以实际行动给予我们很大的支持与鼓舞，我们衷心地感谢他们.

为了做好这次的修订工作，我们调整并充实了编写队伍，本套教科书编写组主要人员有：

吴之季　苏　淳　杜先能　徐子华　郭要红　胡　涛　陈先荣　王南林　胡茂侠　邱广东

本册主要编写人员有：

孙　彦　王道宇　冯　玲　王志刚　胡亚华　凤良仪　苏茂鸣　周光剑　陆学政　王南林　李德山　万家练　徐　勇　曾令鹏

此外，参与本册修改工作的还有：

胡祥峰　王　捷　李春楠　徐慧敏　曹玉清　陈钦光　郭宏斌　王晓丰　黄健梅　刘志昂　郭茂华　郝广俊　周　奇

教材建设是一项长期任务，需要通过实验、修改，反复锤炼. 这不仅需要全体编写人员的努力，还要有广大师生的积极支持与参与，恳请使用本套教材的师生批评指正.

新时代数学编写组

2013 年 4 月

说　明

本书下列图片由东方 IC 提供：图 1－11 冯雷、P37 第 3 题图 STR、图 1－17、图 1－18(2)、图 1－20、图 1－22 陈诚、P48 第 4 题图、图 2－1 gip-no、图 2－5(1)刘君凤、P80 第 1(2)题图园禾、图 3－1(1)、图 3－1(2)MICHAEL KAPPELER、图 3－4、P112 第 7 题图戚振林、P130 章头图、P133 第 2 题图朱明、图 4－2、图 4－9(1)钟阳、图 4－21(1)、图 4－32 徐振华、图 5－1、图 5－12 顾留章.

绿色印刷产品
审批编号：皖费核（2021年秋季）第0103号
举报电话：12315
ISBN 978-7-5478-1273-0
定价：13.03元